2024 北京人大附中学初三模拟

数　　学

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1—8 题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的．

1. 2023 年 5 月 18 日是第 46 个国际博物馆日，今年国际博物馆日的宣传主题是“博物馆的力量”，在以下几幅古代纹样图案中，利用中心对称进行整体构图的是（　）

A. 　B. 　C. 　D. 

2. 在第 46 个国际博物馆日来临之际．中国国家博物馆推出了丰富多彩的“云上观展”活动．观众有机会在屏幕上欣赏国博 140 万余件藏品的真容，将 140 万用科学记数法表示为（　）

A. 1.4×10^{5}　B. 1.4×10^{6}　C. 14×10^{5}　D. 140×10^{4}

3. 下列各组角中，互为余角的是( )

A. 30° 与 150°　B. 35° 与 65°　C. 45° 与 45°　D. 25° 与 75°

4. 下列说法中错误的是(　　)

A. 成轴对称的两个图形的对应点连线的垂直平分线是它们的对称轴

B. 关于某条直线对称的两个图形全等

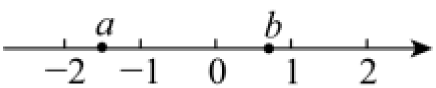
C. 两个全等三角形的对应高相等

D. 两个图形关于某直线对称，则这两个图形一定分别位于这条直线的两侧

5. 有一枚均匀的正方体骰子，骰子各个面上的点数分别为 1，2，3，4，5，6，若任意抛掷一次骰子，朝上的点数记为 x，则 $x>3$ 的概率是（　）

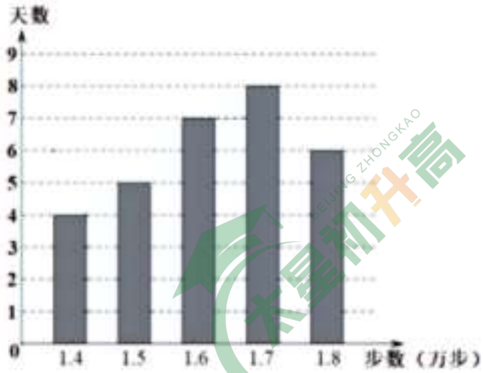
A. $\frac{1}{2}$　B. $\frac{1}{3}$　C. $\frac{2}{3}$　D. $\frac{1}{6}$

6. 实数 a、b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列式子成立的是( )



A. $a>b$　B. $|a|<|b|$　C. $a+b>0$　D. $\frac{a}{b}<0$

7. 李老师是一位运动达人，他通过佩戴智能手环来记录自己一个月（30 天）每天所走的步数，并绘制成如右统计表：在每天所走的步数这组数据中，众数和中位数分别是（）

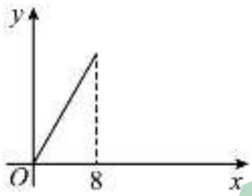


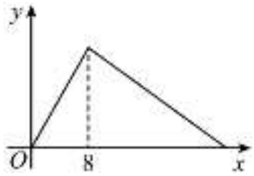
A. 1.6，1.5　　B. 1.7，1.6　　C. 1.7，1.7　　D. 1.7，1.55

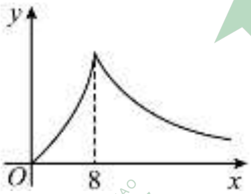
8. 某学校对教室采用药薰消毒法进行消毒．现测得不同时刻的 y 与 x 的数据如表：

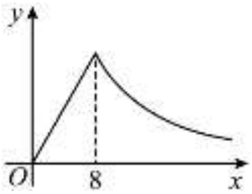
时间 x(分钟)	0	2	4	6	8	10	12	16	20
含药量 y(毫克)	0	1.5	3	4.5	6	4.8	4	3	2.4

则下列图象中，能表示 y 与 x 的函数关系的图象可能是（　）

A. 

B. 

C. 

D. 

二、填空题

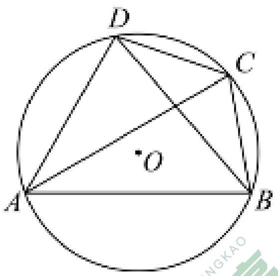
9. 若 $\frac{2x}{x+1}$ 有意义，则 x 的取值范围是____________.

10. 把多项式 $a^3-2a^2b+ab^2$ 分解因式的结果是____________.

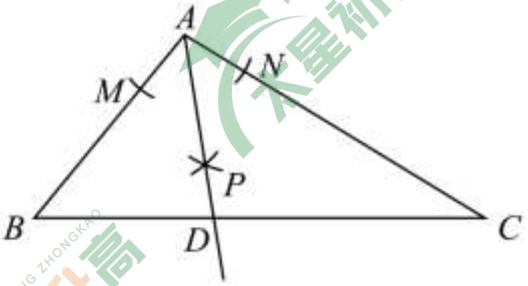
11. 若 n 为整数，且 $n<\sqrt{21}<n+1$，则 n 的值为________________.

12. 分式方程 $\frac{x}{x-1}=\frac{3}{2x-2}-2$ 的解 $x=$__________.

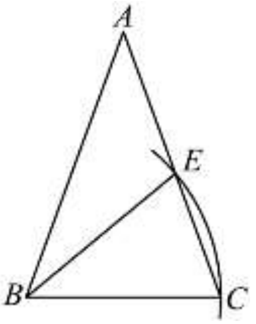
13. 如图，点 A,B,C,D 在 $\odot O$ 上，$\angle CAD=30°$，$\angle ABD=50°$，则 $\angle ADC=$_______.



14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，按以下步骤作图：①以点 A 为圆心，适当长为半径作弧，分别交 AB，AC 于点 M，N；②分别以点 M，N 为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧，两弧交于点 P；③作射线 AP 交 BC 于点 D. 若 $AB:AC=2:3$，$\triangle ABD$ 的面积为 4，则 $\triangle ACD$ 的面积为______.



15. 如图，已知等腰三角形 ABC，$AB=AC$，$\angle A=40°$，若以点 B 为圆心，BC 长为半径画弧，交腰 AC 于点 E，则 $\angle ABE=$______________°.



16. 以下是小亮的妈妈做晚饭的食材准备及加工时间列表，有一个炒菜锅，一个电饭煲，一个煲汤锅，两个燃气灶可用，做好这顿晚餐一般情况下至少需要______________分钟.

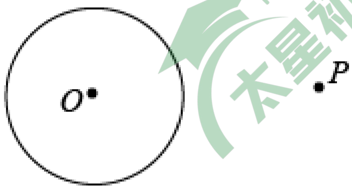
用时 种类	准备时间（分钟）	加工时间（分钟）
米饭	3	30
炒菜 1	5	6
炒菜 2	5	8
汤	5	6

三、解答题:本大题有 12 个小题,共 66 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本题 5 分）计算：$(\frac{\pi}{2})^0-2\sin 30°+\sqrt{4}+(\frac{1}{2})^{-1}$.

18.（本题 5 分）解不等式组：$\begin{cases}4(2x-1)\le 3x+1 ① \\ 2x > \dfrac{x-3}{2} ②\end{cases}$，并写出它的所有整数解.

19. 下面是小文设计的“过圆外一点作圆的切线”的作图过程.



已知：⊙O 和圆外一点 P.

求作：过点 P 的⊙O 的切线.

作法：

①连接 OP；

②以 OP 为直径作⊙M，交⊙O 于点 A，B；

③作直线 PA，PB；所以直线 PA，PB 为⊙O 的切线.

根据小文设计的作图过程，完成下面的证明.

证明：连接 OA，OB.

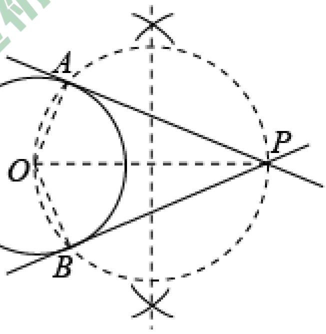
∵OP 为⊙M 的直径，

∴∠OAP=________=_______°（_________）(填推理的依据).

∴$OA\perp AP$，________$\perp BP$.

∵OA，OB 为⊙O 半径，

∴直线 PA，PB 为⊙O 的切线.（__________）(填推理的依据).



20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-4mx+4m^2-9=0$.

（1）求证：此方程有两个不相等的实数根；

（2）如果此方程有一个实数根为 0，求 m 的值.

21. 已知双曲线 $y=\dfrac{2}{x}$ 和直线 $y=kx+2$ 相交于点 A（x_1，y_1）和点 B（x_2，y_2），且 $x_1^2+x_2^2=$

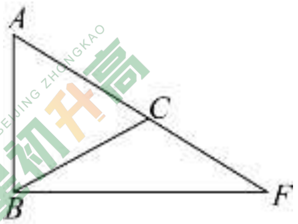
10，求 k 的值.

22. 在△ABF 中，C 为 AF 上一点且 AB=AC.

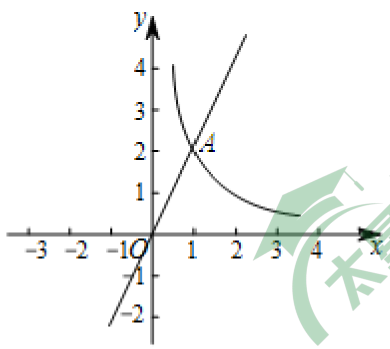
（1）尺规作图：作出以 AB 为直径的⊙O，⊙O 分别交 AC、BC 于点 D、E，在图上标出 D、E，在图上标出 D、E（保留作图痕迹，不写作法）.

（2）若∠BAF=2∠CBF，求证：直线 BF 是⊙O 的切线；

（3）在（2）中，若 AB=5，sin∠CBF=$\frac{\sqrt{5}}{5}$，求 BC 和 BF 的长.



23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=2x$ 与函数 $y=\frac{m}{x}(x>0)$ 的图象交于点 $A(1,2)$.



（1）求 m 的值；

（2）过点 A 作 x 轴的平行线 l，直线 $y=2x+b$ 与直线 l 交于点 B，与函数 $y=\frac{m}{x}(x>0)$ 的图象交于点 C，与 x 轴交于点 D.

①当点 C 是线段 BD 的中点时，求 b 的值；

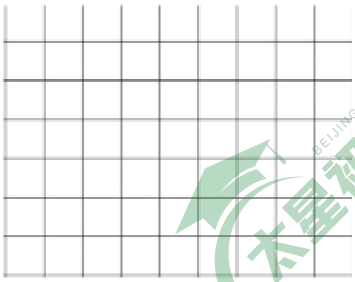
②当 $BC>BD$ 时，直接写出 b 的取值范围.

24. 某景观公园内人工湖里有一组小型喷泉，水柱从垂直于湖面的水枪喷出，水柱落于湖面的路径形状是抛物线．现测量出如下数据，在距水枪水平距离为 d 米的地点，水柱距离湖面高度为 h 米.

d（米）	0	1	2	3	4	…
h（米）	2.0	4.0	5.2	5.6	5.2	…

请解决以下问题：

（1）在下边网格中建立适当的平面直角坐标系，根据已知数据描点，并用平滑的曲线连接.



（2）请结合表中所给数据或所画图象，估出喷泉的落水点距水枪的水平距离约为______米（精确到 0.1）；

（3）公园增设了新的游玩项目，购置了宽度 3 米，顶棚到水面高度为 4.5 米的平顶游船，游船从喷泉正下方通过，别有一番趣味，请通过计算说明游船是否有被喷泉淋到的危险.

25. 如图 1，长度为 6 千米的国道 AB 两侧有 M，N 两个城镇，从城镇到公路分别有乡镇公路连接，连接点为 C 和 D，其中 A、C 之间的距离为 2 千米，C、D 之间的距离为 1 千米，N、C 之间的乡镇公路长度为 2.3 千米，M、D 之间的乡镇公路长度为 3.2 千米．为了发展乡镇经济，方便两个城镇的物资输送，现需要在国道 AB 上修建一个物流基地 T．设 A、T 之间的距离为 x 千米，物流基地 T 沿公路到 M、N 两个城镇的距离之和为 y 千米．以下是对函数 y 随自变量 x 的变化规律进行的探究，请补充完整

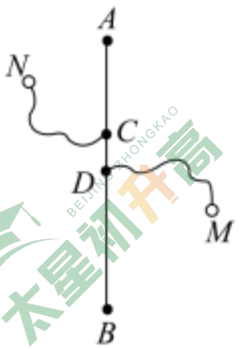


图1

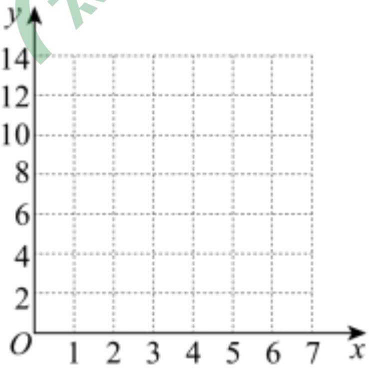


图2

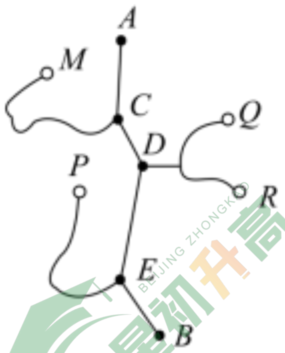


图3

（1）通过取点、画图、测量，得到 x 与 y 的几组值，如下表：

x/千米	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0
y/千米	10.5		6.5		8.5	10.5	12.5

（2）如图 2，建立平面直角坐标系，描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象；

（3）结合画出的函数图象，解决问题：

①若要使物流基地 T 沿公路到 M、N 两个城镇的距离之和最小，则物流基地 T 应该修建在何处？

②如图 3，有四个城镇 M、N、P、Q 分别位于国道 $A-C-D-E-B$ 两侧，从城镇到公路分别有乡镇公路连接，若要在国道上修建一个物流基地 S，使得 S 沿公路到 M、N、P、Q 的距离之和最小，则物流基地 T 应该修建在何处？

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2-2mx+m^2+1$ 与 y 轴的交点为 A，过点 A 作直线 l 垂直于 y 轴.

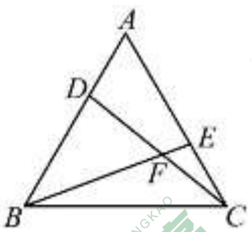
（1）求抛物线的对称轴（用含 m 的式子表示）

（2）将抛物线在 y 轴左侧的部分沿直线 l 翻折，其余部分保持不变，组成图形 G．点 $M\left(x_1, y_1\right)$，$N\left(x_2, y_2\right)$ 为图形 G 上任意两点.

①当 $m=0$ 时，若 $x_1<x_2$，判断 y_1 与 y_2 的大小关系，并说明理由；

②若对于 $x_1=m-2$，$x_2=m+2$，都有 $y_1>y_2$，求 m 的取值范围.

27. 如图，$\triangle ABC$ 是等边三角形，D，E 两点分别在边 AB，AC 上，满足 $BD=AE$，BE 与 CD 交于点 F.



（1）求 $\angle BFD$ 的度数；

（2）以 C 为中心，将线段 CA 顺时针旋转 $60°$，得到线段 CM，连接 MF，点 N 为 MF 的中点，连接 CN.

①依题意补全图形；

②若 $BF+CF=k\cdot CN$，求 k 的值.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对已知的点 A，B，给出如下定义：若点 A 恰好在以 BP 为直径的圆上，则称点 P 为点 A 关于点 B 的“联络点”.

（1）点 A 的坐标为 $2,-1$，则在点 $P_1(1,2)$，$P_2\left(-\frac{1}{2},-1\right)$，$P_3(-2,1)$ 中，O 关于点 A 的“联络点”是______（填字母）；

（2）直线 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 与 x 轴，y 轴分别交于点 C，D，若点 C 关于点 D 的“联络点” P 满足

$\tan\angle CPD=\frac{1}{2}$，求点 P 的坐标；

（3）$\odot T$ 的圆心在 y 轴上，半径为 $\sqrt{2}$，点 M 为 y 轴上的动点，点 N 的坐标为 $(4,0)$，在 $\odot T$ 上存在点 M 关于点 N 的"联络点" P，且 $\triangle PMN$ 为等腰三角形，直接写出点 T 的纵坐标 t 的取值范围．