

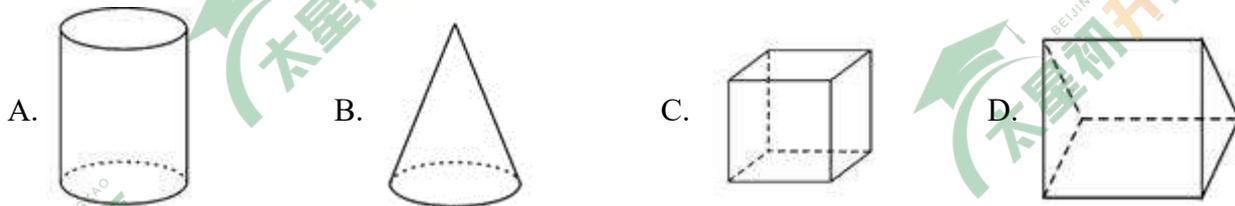
2024 北京八一学校初三零模联考

数 学



一、选择题（共 16 分，每小题 2 分）

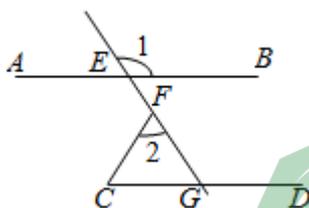
1. 下列立体图形中，主视图是三角形的是（ ）.



2. 2023 年北京打造了一届绿色环保的冬奥会. 张家口赛区按照“渗、滞、蓄、净、用、排”的原则, 在古杨树场馆群修建了 250000 立方米雨水收集池, 用于收集雨水和融雪水, 最大限度减少水资源浪费. 将 250000 用科学记数法表示应为（ ）

- A. 0.25×10^5 B. 2.5×10^5 C. 2.5×10^4 D. 25×10^4

3. 如图, 已知 $AB \parallel CD$, $\angle 1 = 113^\circ$, $\angle 2 = 63^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数是（ ）

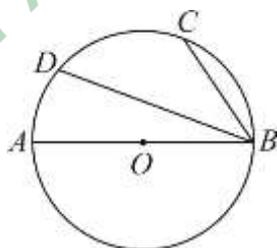


- A. 40° B. 45° C. 50° D. 60°

4. $-|-2021|$ 的相反数为（ ）

- A. -2021 B. 2021 C. $-\frac{1}{2021}$ D. $\frac{1}{2021}$

5. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C, D 为 $\odot O$ 上的点, $BC = DC$. 若 $\angle CBD = 35^\circ$, 则 $\angle ABD$ 的度数为（ ）



- A. 20° B. 35° C. 40° D. 70°

6. 一组数据: 1, 2, 5, 0, 2, 若添加一个数据 2, 则发生变化的统计量是（ ）

- A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

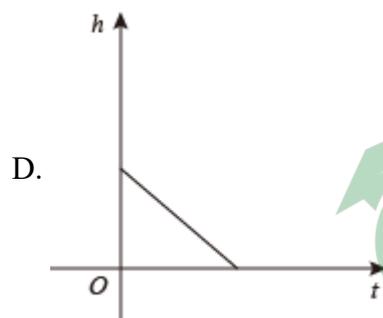
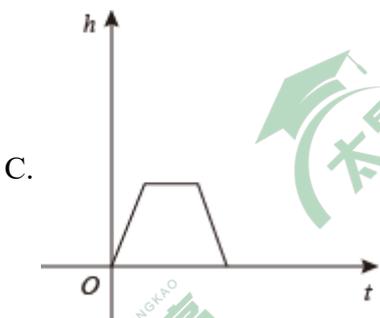
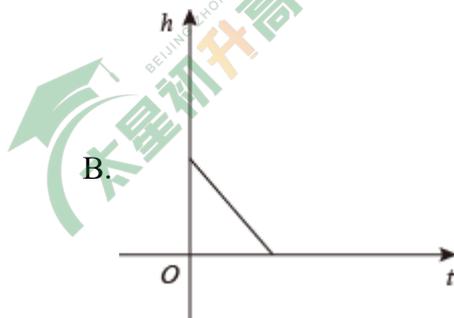
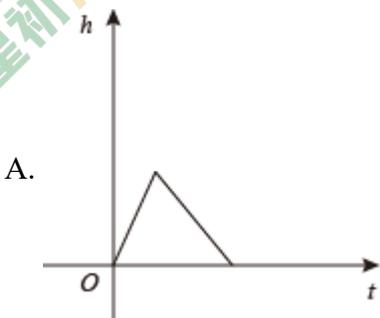
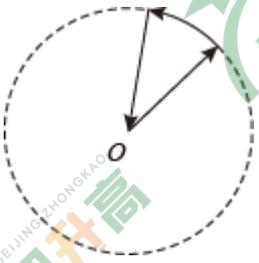
7. 已知 a, b 均为正数, 且 $\sqrt{a^2 + b^2}$, $\sqrt{a^2 + 4b^2}$, $\sqrt{4a^2 + b^2}$ 是一个三角形的三边的长, 则这



个三角形的面积是 ()

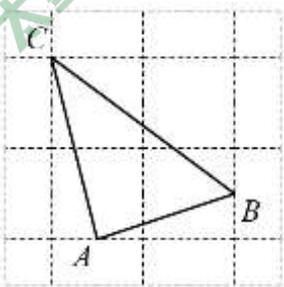
- A. $\frac{3}{2}ab$ B. ab C. $\frac{1}{2}ab$ D. $2ab$

8. 小明晚饭后出门散步，从家点 O 出发，最后回到家里，行走的路线如图所示. 则小明离家的距离 h 与散步时间 t 之间的函数关系可能是 ()



二、填空题 (共 8 小题)

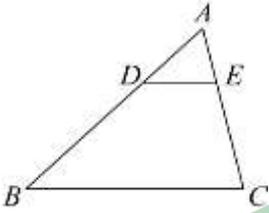
9. 如图所示的网格是正方形网格， $\triangle ABC$ 是_____三角形. (填“锐角”“直角”或“钝角”)



10. 因式分解 $mx^2 + 2mx + m =$ _____.

11. 从 5 张上面分别写着“加”“油”“向”“未”“来”这 5 个字的卡片 (大小、形状完全相同) 中随机抽取一张，则这张卡片上面恰好写着“加”字的概率是_____.

12. 如下图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ，且 $BD = 2AD$ ，若 $DE = 2$ ，则 BC 边的长为_____.

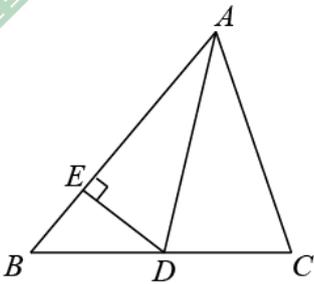


13. 某商场准备进 400 双滑冰鞋，了解了某段时间内销售的 40 双滑冰鞋的鞋号，数据如下：

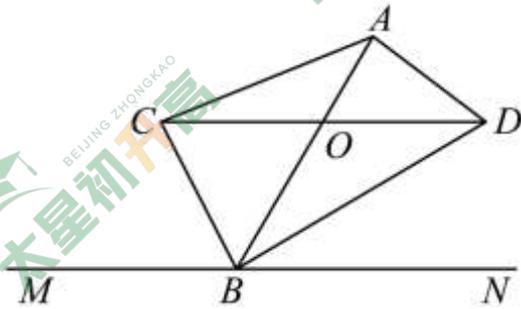
鞋号	35	36	37	38	39	40	41	42	43
销售量/双	2	4	5	5	12	6	3	2	1

根据以上数据，估计该商场进鞋号需求最多的滑冰鞋的数量为_____双。

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$. 若 $AC = 2$, $DE = 1$, 则 $S_{\triangle ACD} = \underline{\hspace{2cm}}$.



15. 如图，线段 AB 的端点 B 在直线 MN 上，过线段 AB 上的一点 O 作 MN 的平行线，分别交 $\angle ABM$ 和 $\angle ABN$ 的平分线于点 C, D ，连接 AC, AD 。添加一个适当的条件：当_____时，四边形 $ACBD$ 为矩形。



16. 某生产基地有五台机器设备，现有五项工作待完成，每台机器完成每项工作获得的效益值如下表所示。若每台机器只完成一项工作，则完成五项工作的效益值总和的最大值为_____。

工作	一	二	三	四	五
效益					
机器					
甲	15	17	14	17	15



乙	22	23	21	20	20
丙	9	13	14	12	10
丁	7	9	11	9	11
戊	13	15	14	15	11

三、解答题

17. (1) $|1-\sqrt{3}| - (4-\pi)^0 + 2\sin 60^\circ + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$,

(2) 解不等式组: $\begin{cases} 3x-2 < 2x \\ 2(1-2x) \leq 4x+10 \end{cases}$.

18. 已知 $x^2 + 2x - 1 = 0$, 求代数式 $(x+1)^2 + x(x+4) + (x-3)(x+3)$ 的值.

19. 计算:

(1) $\left(-\frac{1}{2}m^2n\right)^3 \cdot (-2mn) \div (2m^3)$;

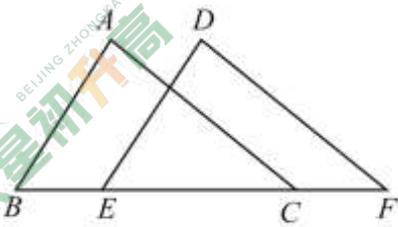
(2) $(a-2b)^2 - (a+3b)(a-3b)$.

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2(m+1)x + m(m+2) = 0$.

(1) 试说明不论实数 m 取何值, 方程总有实数根;

(2) 如果当 $m=2$ 时, α 、 β 为方程的两个根, 求 $\alpha^2 - 5\alpha + \beta$ 的值.

21. (6分) 如图, 已知: 点 B 、 E 、 C 、 F 在同一条直线上, $AB = DE$, $AB \parallel DE$, $BE = CF$.



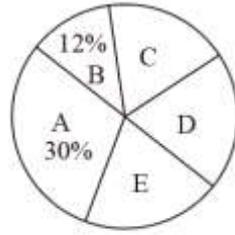
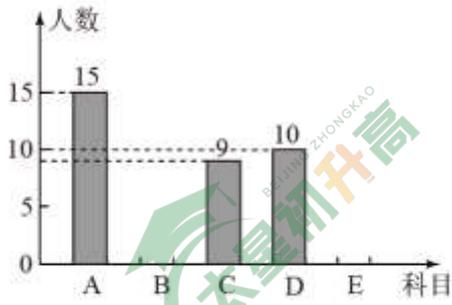
(1) 求证: $AC = DF$;

(2) 求证: $AC \parallel DF$.

22. (5分) 某学校在推进新课改的过程中, 开设的体育社团活动课有:

A : 篮球, B : 足球, C : 排球, D : 羽毛球, E : 乒乓球, 学生可根据自己的爱好选修一门,

学校李老师对某班全班同学的选课情况进行调查统计, 制成了如图所示的两幅不完整的统计图.



(1) 则该班的总人数为_____人，其中学生选 D“羽毛球”所在扇形的圆心角的度数是_____度；

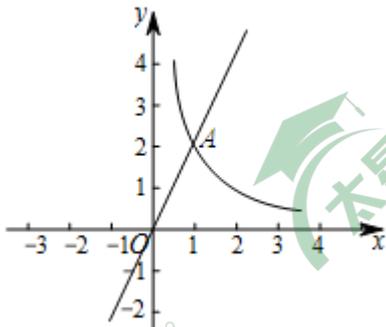
(2) 补全条形统计图；

(3) 该班班委 4 人中，2 人选修篮球，1 人选修足球，1 人选修排球，

李老师要从这 4 人中选 2 人了解他们对体育社团活动课的看法，

请你用列表或画树状图的方法，求选出的 2 人恰好 1 人选修篮球，1 人选修足球的概率。

23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = 2x$ 与函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 $A(1, 2)$ 。



(1) 求 m 的值；

(2) 过点 A 作 x 轴的平行线 l ，直线 $y = 2x + b$ 与直线 l 交于点 B ，与函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 C ，与 x 轴交于点 D 。

① 当点 C 是线段 BD 的中点时，求 b 的值；

② 当 $BC > BD$ 时，直接写出 b 的取值范围。

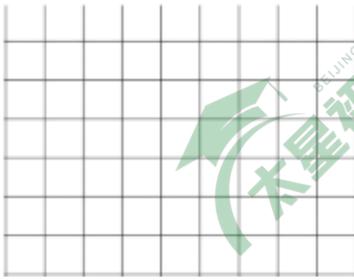
24. 某景观公园内人工湖里有一组小型喷泉，水柱从垂直于湖面的水枪喷出，水柱落于湖面的路径形状是抛物线。现测量出如下数据，在距水枪水平距离为 d 米的地点，水柱距离湖面高度为 h 米。

d (米)	0	1	2	3	4	...
h (米)	2.0	4.0	5.2	5.6	5.2	...



请解决以下问题：

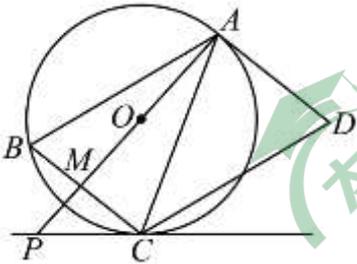
(1) 在下边网格中建立适当的平面直角坐标系，根据已知数据描点，并用平滑的曲线连接。



(2) 请结合表中所给数据或所画图象，估出喷泉的落水点距水枪的水平距离约为_____米 (精确到 0.1)；

(3) 公园增设了新的游玩项目，购置了宽度 3 米，顶棚到水面高度为 4.5 米的平顶游船，游船从喷泉正下方通过，别有一番趣味，请通过计算说明游船是否有被喷泉淋到的危险。

25. 如图， AD 是 $\odot O$ 的切线，切点为 A ， AB 是 $\odot O$ 的弦。过点 B 作 $BC \parallel AD$ ，交 $\odot O$ 于点 C ，连接 AC ，过点 C 作 $CD \parallel AB$ ，交 AD 于点 D 。连接 AO 并延长交 BC 于点 M ，交过点 C 的直线于点 P ，且 $\angle BCP = \angle ACD$ 。



(1) 判断直线 PC 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；

(2) 若 $AB = 9$ ， $BC = 6$ ，求 PC 的长。

26. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + 2$ 的图像经过点 $A(2, 2)$ 。

(1) 用含 a 的代数式表示 $b =$ _____；

(2) 若直线 $y = x$ 与抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 相交所得的线段长为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ，求 a 的值；

(3) 若抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 与 x 轴交于 $M(x_1, 0)$ 和 $N(x_2, 0)$ 两点 ($x_1 < x_2$)，且 $2x_1 + x_2 > 0$ ，直接写出 a 的取值范围。

27. 如图 1，在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC = 2$ ，点 M 为 BC 中点。点 P 为 AB 边上一动点，点 D 为 BC 边上一动点，连接 DP ，以点 P 为旋转中心，将线段 PD 逆时针旋转 90° ，得到线段 PE ，连接 EC 。

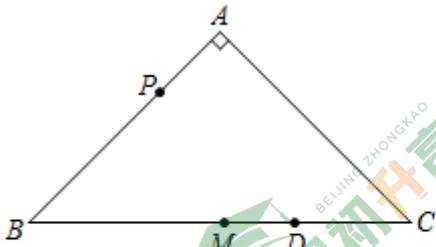


图1

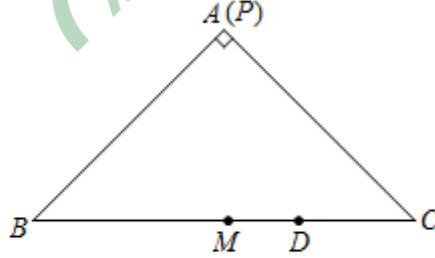


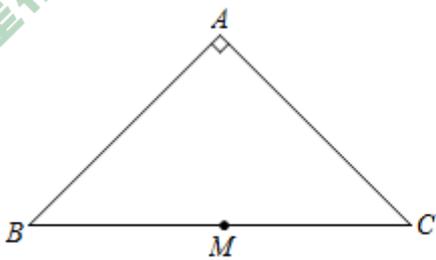
图2

(1) 当点 P 与点 A 重合时, 如图 2.

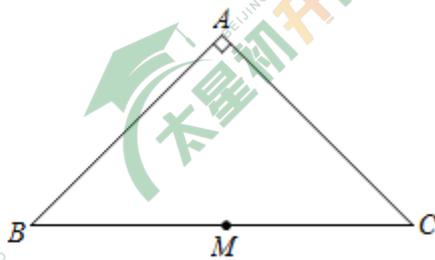
① 根据题意在图 2 中完成作图;

② 判断 EC 与 BC 的位置关系并证明.

(2) 连接 EM , 写出一个 BP 的值, 使得对于任意的点 D 总有 $EM=EC$, 并证明.

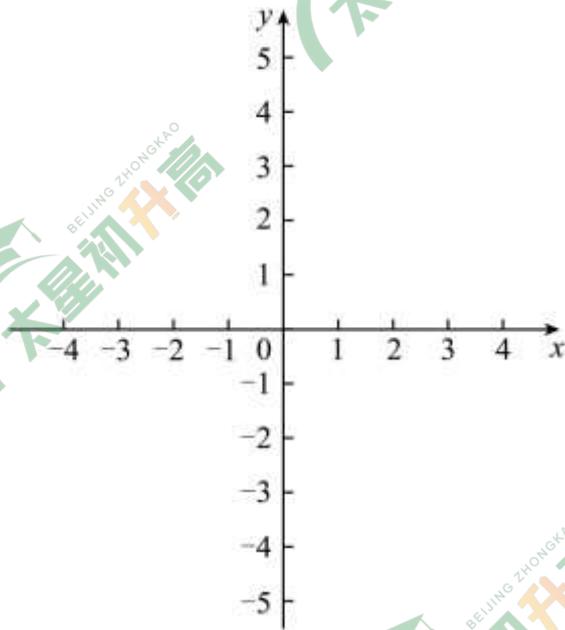


备用图



备用图

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的线段 PQ , 给出如下定义: 若存在 $\triangle PQR$ 使得 $S_{\triangle PQR} = PQ^2$, 则称 $\triangle PQR$ 为线段 PQ 的“等幂三角形”, 点 R 称为线段 PQ 的“等幂点”.



(1) 已知 $A(2,0)$, 若存在等腰 $\triangle OAB$ 是线段 OA 的“等幂三角形”, 求点 B 的坐标;

(2) 已知点 C 的坐标为 $C(2,-1)$, 点 D 在直线 $y = x - 3$ 上, 记图形 M 为以点 $T(1,0)$ 为圆心, 2 为半径的 $\odot T$ 位于 x 轴上方的部分. 若图形 M 上存在点 E , 使得线段 CD 的“等幂三角形”

$\triangle CDE$ 为锐角三角形，直接写出点 D 的横坐标 x_D 的取值范围.

