



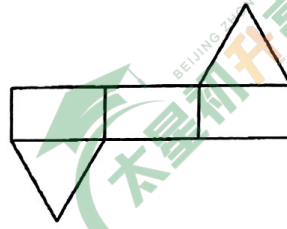
北大附中 2024 届九年级下数学统练 5

2024. 4. 8

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. 右图是某个几何体的展开图，该几何体是（ ）

- A. 三棱柱
- B. 四棱柱
- C. 圆柱
- D. 圆锥



2. 2023 年 5 月 17 日 10 时 49 分，我国成功发射了北斗系统第

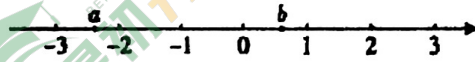
56 颗导航卫星，其授时精度不超过 0.000 000 009 9 秒，为世界

级水平。将数据 0 000 000.009 9 用科学记数法表示为（ ）

- A. 99×10^{-11}
- B. 0.99×10^{-8}
- C. 9.9×10^{-9}
- D. 9.9×10^{-10}

3. 实数 a , b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是（ ）

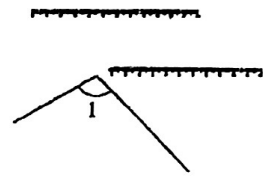
- A. $a > -2$
- B. $a + b > 0$
- C. $|a| > b$
- D. $b - a < 0$



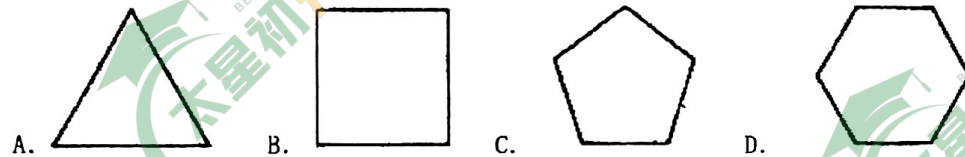
4. 将一副三角尺（厚度不计）如图摆放，使有刻度的两条边互相平行，

则图中 $\angle 1$ 的大小为（ ）

- A. 100°
- B. 105°
- C. 115°
- D. 120°



5. 下列多边形中，内角和最大的是（ ）



6. 2020 年是紫禁城建成 600 年暨故宫博物院成立 95 周年，在此之前有多个国家曾发行过

紫禁城元素的邮品。图 1 所示的摩纳哥发行的小型张中的图案，以敞开的紫禁城大门和

大门内的石狮和太和殿作为邮票和小型张

的边饰，如果标记出图 1 中大门的门框并

画出相关的几何图形（图 2），我们发现设

计师巧妙地使用了数学元素（忽略误差），

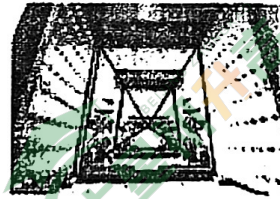


图 1

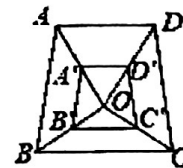


图 2

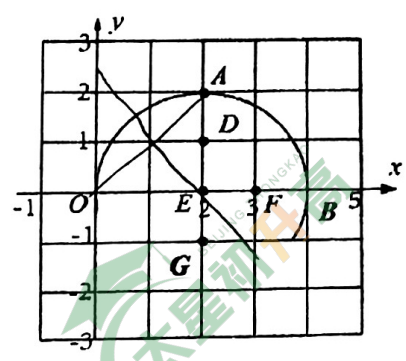
图 2 中的四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$

是位似图形，点 O 是位似中心，点 A' 是线段 OA 的中点，那么以下结论正确的是（ ）

- A. 四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 的相似比为 1: 1
- B. 四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 的相似比为 1: 2
- C. 四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 的周长比为 3: 1
- D. 四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 的面积比为 4: 1

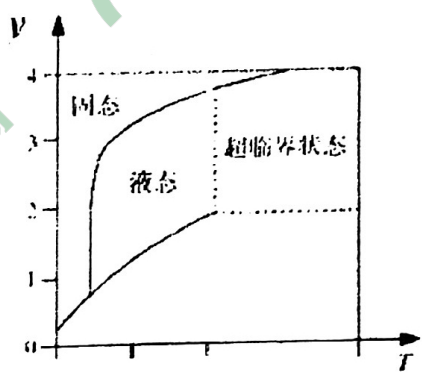


7. 如图，在平面直角坐标系中，一条圆弧经过 $A(2,2)$, $B(4,0)$, O 三点，那么这条圆弧所在圆的圆心为图中的 ()



- A. 点 D B. 点 G C. 点 E D. 点 F

8. 在北京冬奥会上，国家速滑馆“冰丝带”使用高效环保的二氧化碳跨临界直冷制冰技术，为实现绿色冬奥作出了贡献，若 T 表示温度（单位：K）， P 表示压强（单位：bar），令 $10^x = P$ ，如图描述了一定条件下二氧化碳所处的状态与 T 和 y 的关系，下列结论中正确的是 ()



- A. 当 $T=270$, $P=128$ 时，二氧化碳处于气态
 B. 当 $T=360$, $P=729$ 时，二氧化碳处于超临界状态
 C. 当 $T=220$, $P=1026$ 时，二氧化碳处于液态
 D. 当 $T=300$, $P=9987$ 时，二氧化碳处于超临界状态

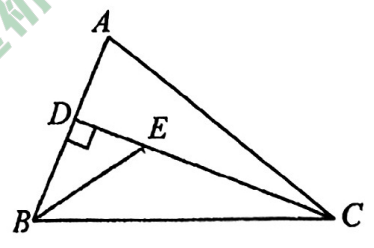
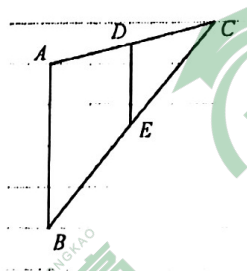
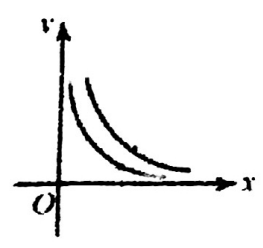
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若 $\sqrt{x-8}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式： $2mn^2 - 4mn + 2m =$ _____.

11. 已知反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 与 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象如图所示，则 k_1, k_2 的大小关系是 k_1 _____ k_2 .

（填“>” “=” 或 “<”）



12. 如图所示的网格是正方形网格， A, B, C 是网格线的交点， D, E 是 AC, BC 分别与网格线的交点，若小正方形的边长为 1，则 DE 的长为_____.

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， CD 是 AB 边上的高线， $\angle ABC$ 的平分线交 CD 于 E ，当 $BC = 4$ ， $\triangle BCE$ 的面积为 2 时， DE 的长为_____.



14. 一个不透明的袋中装有2个红球、1个白球，这些球除颜色外，没有任何其他区别。有如下两个活动：活动1：从袋中随机摸出一个球，记录下颜色，然后从袋中剩余的球中再随机摸出一个球，摸出的两个球都是红球的概率记为 P_1 ；活动2：从袋中随机摸出一个球，记录下颜色，然后把球放回袋中并摇匀，重新从袋中随机摸出一个球，两次摸出的球都是红球的概率记为 P_2 。

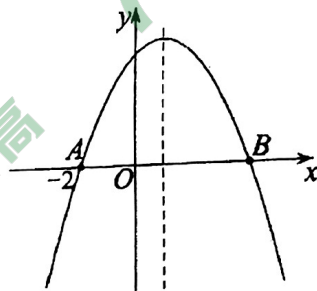
请你猜想 P_1, P_2 的大小关系是： P_1 _____ P_2 ，（填“>”“=”或“<”）

15. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数

$y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像与 x 轴交于 $A(-2, 0), B$ 两

点，并且过 $C(m, n)$ 和 $D(2-m, n)$ ，则点 B 的坐标为

_____。

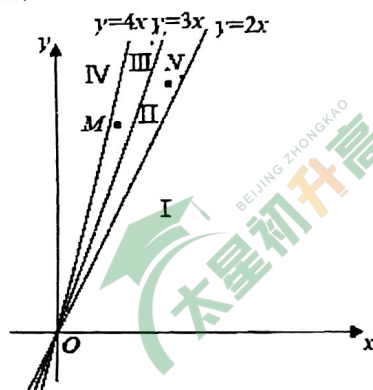


16. 等腰三角形 ABC 中， $AB = AC$ ，记 $AB = x$ ，周长为 y ，

定义 (x, y) 为这个三角形的坐标。如图所示，直线 $y = 2x, y = 3x,$

$y = 4x$ 将第一象限划分为4个区域。下面四个结论中，

- ①对于任意等腰三角形 ABC ，其坐标不可能位于区域I中；
- ②对于任意等腰三角形 ABC ，其坐标可能位于区域IV中；
- ③若三角形 ABC 是等腰直角三角形，其坐标位于区域III中；
- ④图中点 M 所对应等腰三角形的底边比点 N 所对应等腰三角形的底边长。 所有正确结论的序号是_____。



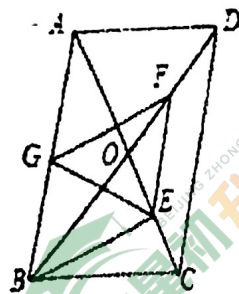
三、解答题(共68分) (在答题卡上作答)

17. (本题5分) 计算： $|-3| - 2 \tan 60^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \sqrt{12}$ 。

18. (本题5分) 解不等式组
$$\begin{cases} 3x - 1 > x + 1 \\ \frac{4x - 5}{3} \leq x \end{cases}$$

19. (本题5分) 已知 $m^2 + m - 3 = 0$ ，求代数式如 $\left(m + \frac{2m+1}{m}\right) \div \frac{m+1}{m^2}$ 的值。

20. (本题6分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 交于点 O , $BD=2BC$, 点 E, F, G 分别是 OC, OD, AB 的中点.



- (1) 求证: $BE \perp AC$;
 (2) 连接 AF , 求证: 四边形 $AGEF$ 是菱形.

21. (本题5分) 已知: 如图, 线段 AB . 求作: 点 C, D , 使得点 C, D 在线段 AB 上, 且 $AC=CD=DB$.

作法: ①作射线 AM , 在射线 AM 上顺次截取线段 $AE=EF=FG$, 连接 BG ; ②以点 E 为圆心, BG 长为半径画弧, 再以点 B 为圆心, EG 长为半径画弧, 两弧在 AB 上方交于点 H ;

③连接 BH , 连接 EH 交 AB 于点 C , 在线段 CB 上截取线段 $CD=AC$.

所以点 C, D 就是所求作的点.

(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形

(保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明: $\because EH=BG, BH=EG,$

\therefore 四边形 $EGBH$ 是平行四边形. (_____)

(填推理的依据)

$\therefore EH \parallel BG$, 即 $EC \parallel BG$.

$\therefore AC : \underline{\hspace{2cm}} = AE : AG$.

$\because AE=EF=FG,$

$\therefore AE = \underline{\hspace{2cm}} AG$.

$\therefore AC = \frac{1}{3} AB = CD$.

$\therefore DB = \frac{1}{3} AB$.

$\therefore AC=CD=DB$.

22. (本题6分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $(1, -1),$

$(2, 0)$, 与 y 轴交于点 A .

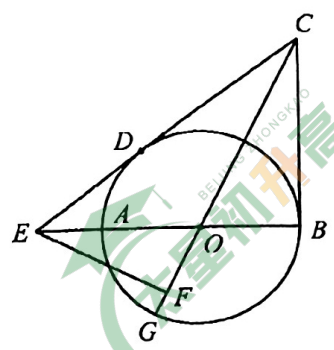
(1) 求该函数的表达式及点 A 的坐标;

(2) 当 $x > 0$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y=mx-2$ 的值大于函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的

值, 直接写出 m 的取值范围.



23. (本题6分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, CB, CD 分别切 $\odot O$ 于点 B, D , CD 交 BA 的延长线于点 E , CO 的延长线交 $\odot O$ 于点 G , $EF \perp OG$ 于点 F .



- (1) 求证: $\angle FEB = \angle ECF$;
 (2) 若 $AB=6$, $\sin \angle CEB = \frac{3}{5}$, 求 CB 和 EF 的长.

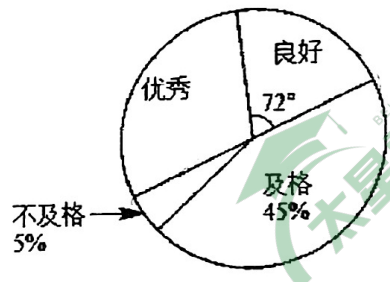
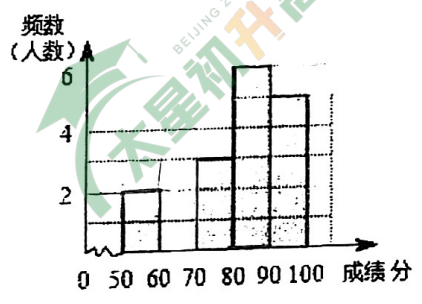
24. (本题5分) 为了增强同学们的消防安全意识, 普及消防安全知识, 提高自防自救能力, 某中学开展了形式多样的培训活动. 为了解培训效果, 该校组织七、八年级全体学生参加了消防知识竞赛(百分制), 并规定 90 分及以上为优秀, 80~89 分为良好, 60~79 分为及格, 59 分及以下为不及格. 学校随机抽取了七、八年级各 20 名学生的成绩进行了整理与分析, 下面给出了部分信息.

a. 抽取七年级 20 名学生的成绩如下:

66 87 57 96 79 67 89 97 77 100
 80 69 89 95 58 98 69 78 80 89

b. 抽取七年级 20 名学生成绩的频数分布直方图如下:

(数据分成 5 组: $50 \leq x < 60$, $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$)



c. 抽取八年级 20 名学生成绩的扇形统计图如上:

d. 七年级、八年级各抽取的 20 名学生成绩的平均数、中位数如下表:

年级	平均数	中位数
七年级	81	a
八年级	82	81

请根据以上信息, 完成下列问题:

- 补全七年级 20 名学生成绩的频数分布直方图, 写出表中 a 的值;
- 该校八年级有学生 200 人, 估计八年级测试成绩达到优秀的学生有多少人?
- 在七年级抽取的学生成绩中, 高于他们平均分的学生人数记为 m , 在八年级抽取的学生成绩中, 高于他们平均分的学生人数记为 n . 比较 m, n 的大小, 并说明理由.

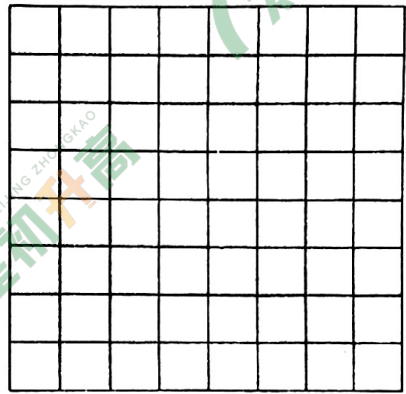


25. (本题 5 分) 某公园在人工湖里安装一个喷泉, 在湖心处竖直安装一根水管, 在水管的顶端安一个喷水头, 水柱从喷水头喷出到落于湖面的路径形状可以看作是抛物线的一部分. 若记水柱上某一位置与水管的水平距离为 d 米, 与湖面的垂直高度为 h 米. 下面的表中记录了 d 与 h 的五组数据:

d (米)	0	1	2	3	4
h (米)	0.5	1.25	1.5	1.25	0.5

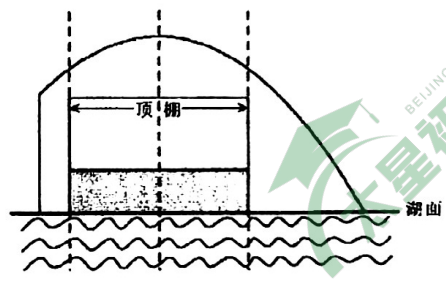
请根据以上信息, 解决下列问题:

(1) 在下面网格中建立适当的平面直角坐标系, 并根据表中所给数据画出表示 h 与 d 函数关系的图象;



(2) 若水柱最高点距离湖面的高度为 m 米, 则 m = _____;

(3) 现公园想通过喷泉设立新的游玩项目, 准备通过只调节水管露出湖面的高度, 使得游船能从水柱下方通过. 如图所示, 为避免游船被喷泉淋到, 要求游船从水柱下方中间通过时, 顶棚上任意一点到水柱的竖直距离均不小于 0.5 米. 已知游船顶棚宽度为 3 米, 顶棚到湖面的高度为 2 米, 那么公园应将水管露出湖面的高度(喷水头忽略不计) 至少调节到多少米才能符合要求?



请通过计算说明理由 (结果保留一位小数).

26. (本题 6 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $(m-2, y_1)$, (m, y_2) , $(2-m, y_3)$ 在抛物线 $y = x^2 - 2ax + 1$ 上, 其中 $m \neq 1$, 且 $m \neq 2$.

- (1) 直接写出该抛物线的对称轴的表达式 (用含 a 的式子表示);
- (2) 当 $m=0$ 时, 若 $y_1 = y_3$, 比较 y_1 与 y_2 的大小关系, 并说明理由;
- (3) 若存在大于 1 的实数 m , 使 $y_1 > y_2 > y_3$, 求 a 的取值范围.

答: (1) _____ (2) y_1 _____ y_2 ;
(3)



27. (本题7分) 已知, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$, 点 D 为 AC 边上一点, 连接 BD , 过点 C 作 BD 的垂线交 BD 的延长线于点 H .

(1) 如图1, 过点 A 作 $AN \parallel BC$ 交 CH 的延长线于点 N , 连接 DN .

①依题意补全图形;

②用等式表示 $\angle NDH$ 与 $\angle HDC$ 之间的数量关系,

并证明.

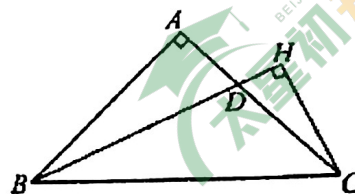


图1

(2) 如图2, 当点 D 恰为 AC 的中点时, E 为 BD 上一动点, 连接 AE , 将射线 AE 绕点 A 逆时针旋转 90° 交射线 CH 于点 F . 若 $AB=2$, 且点 E 在运动的过程中始终满足 $HE - HF = 2CH$. 请直接写出 BE 的取值范围_____.

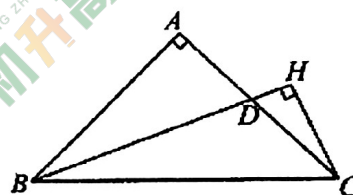


图2

28. (本题7分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于直线 $l: y=kx+b$, 给出如下定义: 若直线 l 与某个圆相交, 则两个交点之间的距离称为直线 l 关于该圆的“圆截距”.

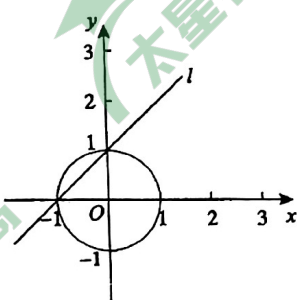


图1

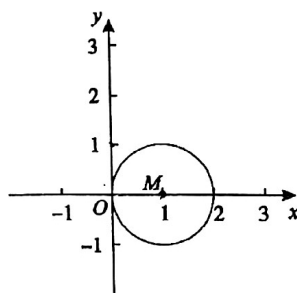


图2

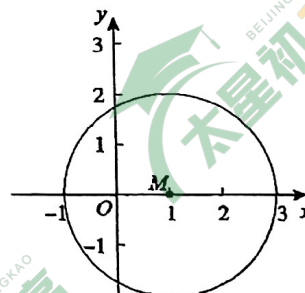


图3

(1) 如图1, $\odot O$ 的半径为1, 当 $k=1$, $b=1$ 时, 直接写出直线 l 关于 $\odot O$ 的“圆截距”;

(2) 点 M 的坐标为 $(1, 0)$,

①如图2, 若 $\odot M$ 的半径为1, 当 $b=1$ 时, 直线 l 关于 $\odot M$ 的“圆截距”小于 $\frac{4}{5}\sqrt{5}$, 求 k 的取值范围;

②如图3, 若 $\odot M$ 的半径为2, 当 k 的取值在实数范围内变化时, 直线 l 关于 $\odot M$ 的“圆截距”的最小值为2, 直接写出 b 的值.