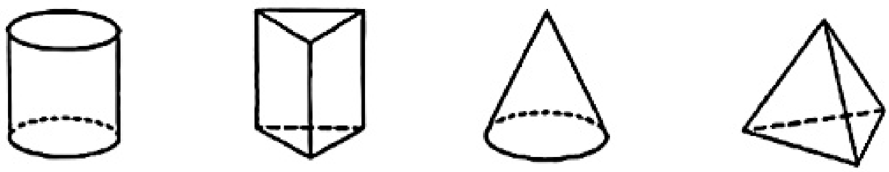
北京汇文中学 2023—2024 学年度第二学期

初三年级数学校模　4.7

班级　　　　　　　　姓名　　　　　　　　学号

一、选择题（每题 2 分，共 16 分）

1．下列几何体中，其侧面展开图为扇形的是（　　）

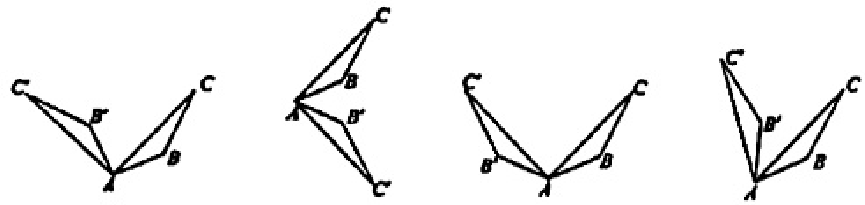


A　　　　B　　　　C　　　　D

2．2020 年 7 月 23 日，中国首颗火星探测器“天问一号”成功发射．2021 年 2 月 10 日，在经过长达七个月，475 000 000 公里的漫长飞行之后，“天问··号”成功进入火星轨道．将 475000000 用科学记数法表示应为（　　）

A．4.75×10^{7}　　B．4.75×10^{8}　　C．4.75×10^{9}　　D．475×10^{6}

3．如图，$\triangle ABC$ 经过旋转或轴对称得到 $\triangle AB'C'$ 其中 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 60° 的是（ ）



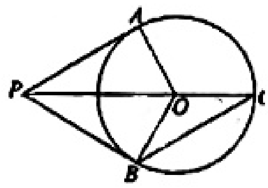
A　　　　B　　　　C　　　　D

4．实数 a，b，c 在数轴上对应点的位置如图所示，若 $|a|=|c|$，则下列结论中正确的是（　　）

A．$a+c>0$　　B．$a-b>0$　　C．$|a|>b$　　D．$ab>0$

5．如图，PA，PB 是 $\odot O$ 的切线，切点分别为 A，B，PO 的延长线交 $\odot O$ 于点 C，连接 OA，OB，BC．若 $AO=2$，$OP=4$，则 $\angle C$ 等于（　　）

A．20°　　B．30°　　C．45°　　D．60°



6．方程 $\frac{2}{x}-\frac{1}{x-2}=0$ 的解是（

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

7．已知三个点 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，(x_3,y_3) 在反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 的图象上，其中 $x_1<x_2<0<x_3$，则下列结论中正确的是(　　)

A．$y_2<y_1<0<y_3$　B．$y_1<y_2<0<y_3$　C．$y_3<0<y_2<y_1$　D．$y_3<0<y_1<y_2$

8. 某校举办校庆晚会，其上舞台为一圆形舞台，圆心为O．A，B是舞台边缘上两个固定位置，由线段AB及优弧AB围成的区域是表演区．若在A处安装一台某种型号的灯光装置，其照亮区域如图1中阴影所示．此时若在B处安装一台同种型号的灯光装置，恰好可以照亮整个表演区，如图2中阴影所示．

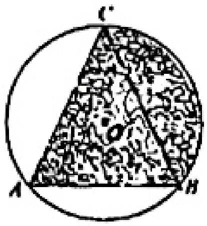


图1

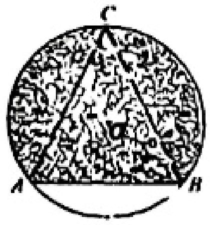


图2

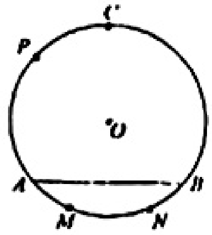


图3

若将灯光装置改放在如图3所示的点M，N或P处，能使表演区完全照亮的方案可能是（ ）

③ 在M处放置2台该型号灯光装置；②在M，N处各放置1台该型号灯光装置

③在P处放置2台该型号灯光装置（　　）

A. ①②　　　B. ①③　　　C. ②③　　　D. ①②③

二、填空题（每题2分，共16分）

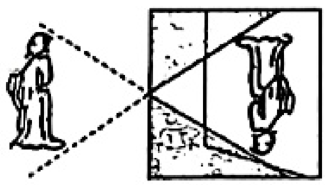
9. 分式$\dfrac{x}{x+1}$的值为0，则$x=$_________.

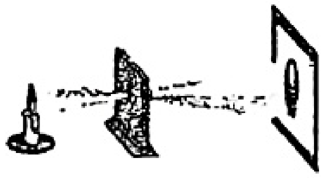
10. 因式分解：$a^3-ab^2=$_________.

11. 正六边形一个外角的度数为_________.

12. 若n为整数，且$n<\sqrt{21}<n+1$，则n的值为_________.

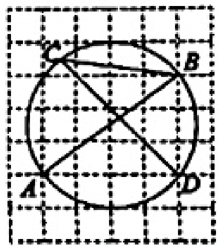
13. 据《墨经》记载，在两千多年前，我国学者墨子和他的学生做了世界上第1个“小孔成像”的实验，阐释了光的直线传播原理，如图（1）所示．如图（2）所示的小孔成像实验中，若物距为10cm，像距为15cm，蜡烛火焰倒立的像的高度是6cm，则蜡烛火焰的高度是 ____cm.


图（1）

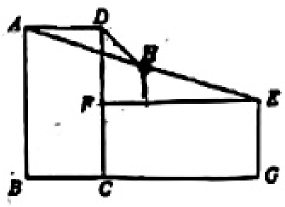

图（2）

14. 不透明布袋中有红、黄小球各一个，除颜色外无其他差别．随机摸出一个小球后，放回并摇匀．再随机摸出一个，则两次摸到的球中，一个红球、一个黄球的概率为_________.

15. 如图，在边长为1的正方形网格中，点A、B、D在格点上，以AB为直径的圆过C、D两点，则$\sin\angle BCD$的值为_________.



16．如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$BC=1$，将矩形 $ABCD$ 绕顶点 C 顺时针旋转90°，得到矩形 $EFCG$，连接 AE，取 AE 的中点 H，连接 DH，则 $DH=$__________.



三．解答题（本题共68分）

17．计算：$\sqrt{32}-2\sin 45°+(2-\pi)^0-\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ ．

18．已知：$x^2+3x=1$，求代数式 $\dfrac{1}{x-1}\cdot\dfrac{x^2-2x+1}{x+2}-\dfrac{x-2}{x+1}$ 的值.

19．下面是小东设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知：直线 l 和直线 l 外一点 P.

求作：直线 PQ，使得 $PQ\parallel l$.

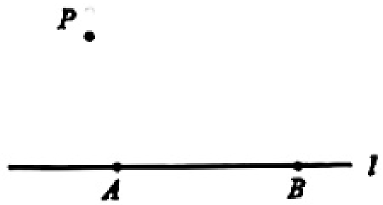
作法：如图，

① 在直线 l 上任取两点 A，B；

② 以点 P 为圆心，AB 长为半径画弧，以点 B 为圆心，AP 长为半径画弧，两弧在直线 l 上方交于点 Q；

③作直线 PQ．直线 PQ 就是所求作的直线.

根据小东设计的尺规作图过程，



（1） 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：∵$PA=QB$，$AB=PQ$，

∴四边形 $PABQ$ 是平行四边形（__________）（填写推理的依据）.

∴$PQ\parallel AB$（____________）（填写推理的依据）.

即 $PQ\parallel l$.

20．我们知道等腰三角形的“三线合一”定理，即：等腰三角形（前提）的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合.

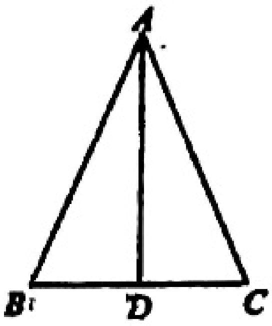
我们也可以逆用“三线合一”定理，证明这个三角形是等腰三角形，即：在三角形中，角平分线、中线、高线只要两线重合，则这个三角形是等腰三角形(结论).

选择下面一种情况，完成证明.

情况一	情况二	情况三
已知：如图，在△ABC中，AD平分∠BAC，D是BC中点． 求证：$AB=AC$．	已知：如图，在△ABC中，$BD=CD$，$AD\perp BC$于D． 求证：$AB=AC$．	已知：如图，在△ABC中，$AD\perp BC$于D，AD平分∠BAC． 求证：$AB=AC$．

选择情况______

证明：



21．已知关于x的一元二次方程$x^2-2kx+k^2-1=0$．

（1）不解方程，判断此方程根的情况；

（2）若$x=2$是该方程的一个根，求代数式$-2k^2+8k+5$的值．

22．在平面直角坐标系xOy中，一次函数$y=-x+b$的图象与x轴交于点（4，0），且与反比例函数$y=\frac{m}{x}$的图象在第四象限的交点为（n，-1）

（1）求b，m的值；______

（2）点$P(x_p，y_p)$是一次函数$y=-x+b$图象上的一个动点，且满足$\frac{m}{x_p}<y_p<4$，连接OP，结合函数图象，直接写出OP长的取值范围．

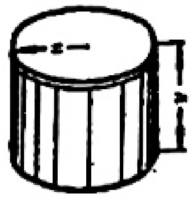
23．数学学习小组的同学共同探究体积为330 mL圆柱形有盖容器（如图所示）的设计方案．他们想研究容器表面积与底面半径的关系．

具体研究过程如下，请补充完整：

（1）建立模型：设该容器的表面积为S cm²，底面半径为x cm，高为y cm，则

$$330=\pi x^2 y，\qquad ①$$

$$S=2\pi x^2+2\pi xy，\qquad ②$$



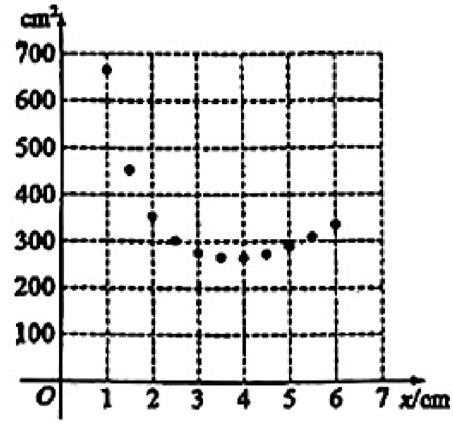
由①式得$y=\frac{330}{\pi x^2}$，代入②式得$S=2\pi x^2+\frac{660}{x}$．　　③

可知，S是x的函数，自变量x的取值范围是$x>0$．

（2）探究函数：根据函数解析式③，按照下表中自变量 x 的值计算（精确到个位），得到了 S 与 x 的几组对应值：

x cm	…	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	…
S cm^2	…	666	454	355	303	277	266	266	274	289	310	336	…

在下面平面直角坐标系中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，根据描出的点，画出该函数的图象；



（3）解决问题：根据图表回答，

①半径为 2.4 cm 的圆柱形容器比半径为 4.4 cm 的圆柱形容器表面积__________（填“大”或“小”）；

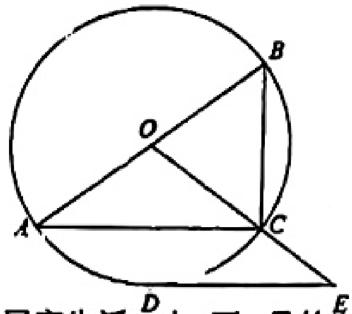
② 若容器的表面积为 300 cm^2，容器底面半径约为__________cm（精确到 0.1）.

24. 如图，⊙O 是 Rt△ABC 的外接圆，AB 是⊙O 的直径，点 D 为 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，⊙O 的切线 DE 交 OC 的延长线于点 E.

（1）求证：$DE // AC$；

（2）连接 BD 交 AC 于 P，若 $AC=8$，$\cos A=\frac{4}{5}$，

求 DE 和 BP 的长.



25. 某校举行“云端好声音”线上歌唱比赛活动丰富同学们的居家生活．由1至4号的专业评委和5至10号的大众评委进行评分．

例如　A 节目演出后各个评委所给分数如下：

评委编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
评分/分	7.2	7.5	7.8	7.5	8.2	9.7	7.9	6.7	8.5	9.4

评分方案如下：

方案一：取各位评委所给分数的平均数，则该节目的得分为

$$\bar{x}=\frac{7.2+7.5+7.8+7.5+8.2+9.7+7.9+6.7+8.5+9.4}{10}=8.04.$$

方案二：从评委所给的分数中先去掉一个最高分和一个最低分，再取其余八位评委所给分数的平均数，则该节目的得分为

$$\bar{x}=\frac{7.2+7.5+7.8+7.5+8.2+7.9+8.5+9.4}{8}=8.00.$$

回答下列问题：

（1）小乐认为"方案二"比"方案一"更合理，你________小乐的说法吗（填"同意"或"不同意"）？理由是________；

（2）小乐认为评分既要突出专业评审的权威性又要尊重大众评审的喜爱度，因此设计了"方案三"：先计算1至4号评委所给分数的平均数 $\overline{x}_1=7.5$，5至10号评委所给分数的平均数 $\overline{x}_2=8.4$，再根据比赛的需求设置相应的权重（f_1表示专业评委的权重，f_2表示大众评委的权重，且 $f_1+f_2=1$）．如　当 $f_1=0.7$ 时，则 $f_2=1-0.7=0.3$．

该节目的得分为 $\overline{x}=f_1\overline{x}_1+f_2\overline{x}_2=0.7\times7.5+0.3\times8.4=7.77$．

Ⅰ．当按照"方案三"中 $f_1=0.6$ 评分时，A节目的得分为________；

Ⅱ．关于评分方案，下列说法正确的有________．

① 当 $f_1=0.5$ 时，A节目按照"方案三"和"方案一"评分结果相同；

② 当 $f_1>0.4$ 时，说明"方案三"评分更注重节目的专业性；

③当 $f_1=0.3$ 时，A节目按照"方案三"评分的结果比"方案一"和"方案二"都高．

26．在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=x^2-2tx+t^2-t$．

（1）求抛物线的顶点坐标（用含 t 的代数式表示）；

（2）点 $P(x_1, y_1)$，$Q(x_2, y_2)$ 在抛物线上，其中 $t-1\leqslant x_1\leqslant t+2$，$x_2=1-t$．

① 若 y_1 的最小值是-2，求 y_1 的最大值；

② 若对于 x_1，x_2，都有 $y_1<y_2$，求 t 的取值范围．

27．已知：在ΔABC中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC$．

(1) 如图1，将线段AC绕点A逆时针旋转$60°$得到AD，连结CD、BD，$\angle BAC$的平分线交BD于点E，连结CE．

① 求证：$\angle AED=\angle CED$；

② 求证：$2CE+AE=BD$

(2) 在图2中，若将线段AC绕点A顺时针旋转$60°$得到AD，连结CD、BD，$\angle BAC$的平分线交BD的延长线于点E，连结CE．请补全图形，若$CE=6+2\sqrt{3}$，求BD.

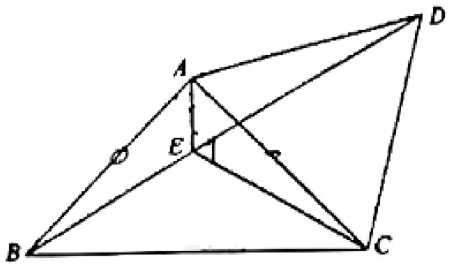


图1

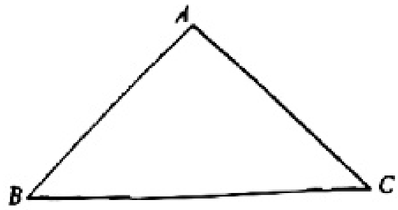
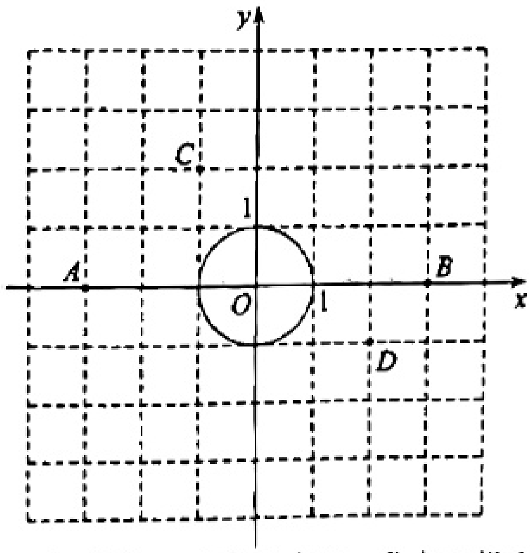


图2

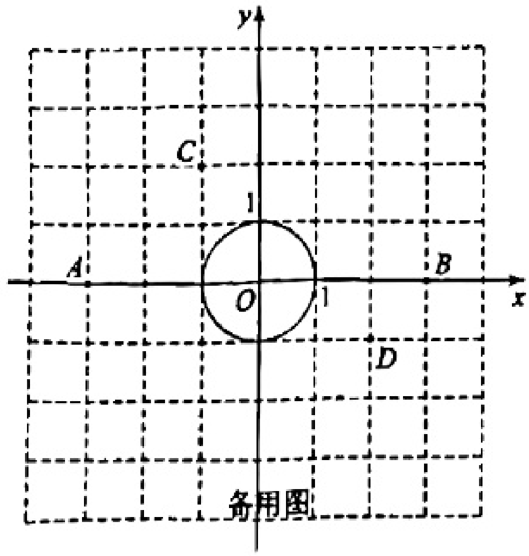
28．在平面直角坐标系 xOy 中，⊙O 的半径为 1．对于线段 PQ 给出如下定义：若线段 PQ 与⊙O 有两个交点 M，N，且 $PM=MN=NQ$，则称线段 PQ 是⊙O 的“倍弦线”．

（1）如图，点 A，B，C，D 的横、纵坐标都是整数．在线段 AB，AD，CB，CD 中，⊙O 的“倍弦线”是__________；



（2）⊙O 的“倍弦线”PQ 与直线 $x=2$ 交于点 E，求点 E 纵坐标 y_E 的取值范围；

（3）若⊙O 的“倍弦线”PQ 过点（1，0），直线 $y=x+b$ 与线段 PQ 有公共点，直接写出 b 的取值范围．



备用图