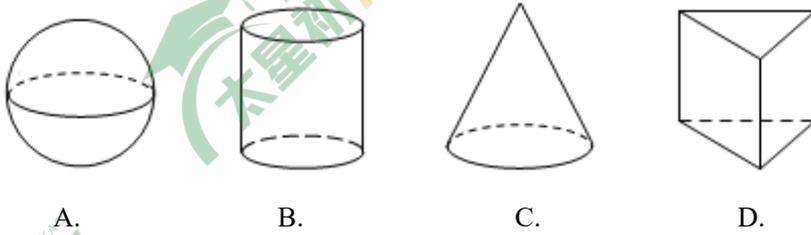




# 初三数学练习

一、选择题 (第 1-8 题均有 4 个选项, 符合题意的选项只有一个)

1. 下列立体图形中, 主视图是三角形的是 ( )



2. 截至 2023 年 12 月 31 日, 长江干流六座梯级水电站全年累计发电量达 2628.83 亿千瓦时, 相当于减排二氧化碳约 2.2 亿吨. 将 262 883 000 000 用科学计数法表示应为 ( )

- A.  $26.2883 \times 10^{10}$     B.  $2.62883 \times 10^{11}$     C.  $2.62883 \times 10^{12}$     D.  $0.262883 \times 10^{12}$

3. 已知  $a = \sqrt{23} - 2$ ,  $a$  介于两个连续自然数之间, 则下列结论正确的是 ( )

- A.  $1 < a < 2$     B.  $2 < a < 3$     C.  $3 < a < 4$     D.  $4 < a < 5$

4. 下列图形中, 既是中心对称图形也是轴对称图形的是 ( )



5. 点  $O, A, B, C$  在数轴上的位置如图所示,  $O$  为原点,  $AC = 1, OA = OB$ . 若点  $C$  所表示的数为  $a$ , 则点  $B$  所表示的数为 ( )



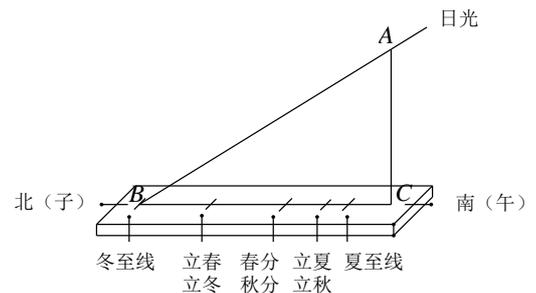
- A.  $-(a-1)$     B.  $-(a+1)$     C.  $a+1$     D.  $a-1$

6. 不透明的袋子中有 3 个小球, 其中有 1 个红球, 1 个黄球, 1 个绿球, 除颜色外 3 个小球无其他差别. 从中随机摸出一个小球, 放回并摇匀, 再从中随机摸出一个小球, 那么两次摸出的小球都是红球的概率是 ( )

- A.  $\frac{2}{3}$     B.  $\frac{1}{3}$     C.  $\frac{1}{6}$     D.  $\frac{1}{9}$

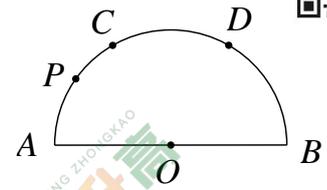
7. 西周时期, 丞相周公旦设置过一种通过测定日影长度来确定时间的仪器, 称为圭表. 如图是一个根据北京的地理位置设计的圭表, 其中, 立柱  $AC$  高为  $a$ . 已知, 冬至时北京的正午日光入射角  $\angle ABC$  约为  $26.5^\circ$ , 则立柱根部与圭表的冬至线的距离 (即  $BC$  的长) 约为 ( )

- A.  $a \sin 26.5^\circ$     B.  $a \cos 26.5^\circ$   
 C.  $\frac{a}{\tan 26.5^\circ}$     D.  $\frac{a}{\cos 26.5^\circ}$





8.如图,  $AB$  是  $\odot O$  直径, 点  $C$ 、 $D$  将  $\widehat{AB}$  分成相等的三段弧, 点  $P$  在  $\widehat{AC}$  上. 已知



点  $Q$  在  $\widehat{AB}$  上且  $\angle APQ=115^\circ$ , 则点  $Q$  所在的弧是 ( )

- A.  $\widehat{AP}$       B.  $\widehat{PC}$       C.  $\widehat{CD}$       D.  $\widehat{DB}$

二、填空题

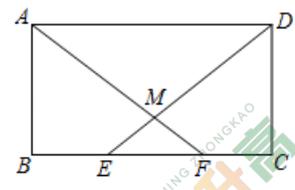
9.若  $\sqrt{x-5}$  在实数范围内有意义, 则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10.分解因式:  $a^2b + 4ab + 4b =$ \_\_\_\_\_.

11.若正多边形的一个外角是  $60^\circ$ , 则该正多边形的内角和为\_\_\_\_\_度.

12.已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - x + a = 0$  有两个相等的实数根, 则实数  $a$  的值是\_\_\_\_\_.

13.如图, 矩形  $ABCD$  中,  $AB=3$ ,  $BC=6$ , 点  $E$ 、 $F$  是  $BC$  的三等分点, 连接  $AF$ ,  $DE$ , 相交于点  $M$ , 则线段  $ME$  的长为\_\_\_\_\_.



14.在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A(a, b)$  ( $a > 0, b > 0$ ) 在双曲线  $y = \frac{k_1}{x}$  上. 点

$A$  关于  $x$  轴的对称点  $B$  在双曲线  $y = \frac{k_2}{x}$  上, 则  $k_1 + k_2$  的值为\_\_\_\_\_.

15.小天想要计算一组数据 92, 90, 94, 86, 99, 85 的方差  $s_0^2$ . 在计算平均数的过程中, 将这组数据中的每一个数都减去 90, 得到一组新数据 2, 0, 4, -4, 9, -5. 记这组新数据的方差为  $s_1^2$ ,

则  $s_1^2$  \_\_\_\_\_  $s_0^2$ . (填 “>”, “=” 或 “<”).

16.某餐厅在客人用餐完毕后收拾餐桌分以下几个步骤: ①回收餐具与剩菜、清洁桌面; ②清洁椅面与地面; ③摆放新餐具. 前两个步骤顺序可以互换, 但摆放新餐具必须在前两个步骤都完成之后才可进行, 每个步骤所花费时间如下表所示:

时间 (分钟) \ 桌别 \ 步骤	回收餐具与剩菜、清洁桌面	清洁椅面与地面	摆放新餐具
大桌	5	3	2
小桌	3	2	1

现有三名餐厅工作人员分别负责①回收餐具与剩菜、清洁桌面, ②清洁椅面与地面, ③摆放新餐具, 每张桌子同一时刻只允许一名工作人员进行工作. 现有两张小桌和一张大桌需要清理, 那么将三张桌子收拾完毕最短需要\_\_\_\_\_分钟.



三、解答题（解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程）

17. 计算： $(2024 - \pi)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \sqrt{8} - 2\cos 45^\circ$ .

18. 解不等式组： $\begin{cases} x - 2 < 2x + 1, \\ \frac{3x - 1}{2} \leq x. \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来.

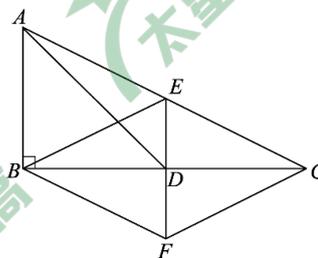


19. 已知  $a - b = 1$ ，求代数式  $(1 - \frac{b^2}{a^2}) \cdot \frac{2a^2}{a + b}$  的值.

20. 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $D, E$  分别是边  $BC, AC$  的中点，连接  $ED$  并延长到点  $F$ ，使  $DF = ED$ ，连接  $BE, BF, CF, AD$ .

(1) 求证：四边形  $BFCE$  是菱形；

(2) 若  $BC = 4, EF = 2$ ，求  $AD$  的长.



21. 无人配送以其高效、安全、低成本等优势，正在成为物流运输行业的新趋势。某物流园区使用 1 辆无人配送车平均每天配送的包裹数量是 1 名快递员平均每天配送包裹数量的 5 倍。要配送 6000 件包裹，使用 1 辆无人配送车所需时间比 4 名快递员同时配送所需时间少 2 天，求 1 名快递员平均每天可配送包裹多少件？



22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象由函数  $y = x$  的图象平移得到, 且经过点  $A(1, 3)$ .

(1) 求这个一次函数的解析式;

(2) 当  $x < 1$  时, 对于  $x$  的每一个值, 函数  $y = mx (m \neq 0)$  的值小于函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的值, 直接写出  $m$  的取值范围.

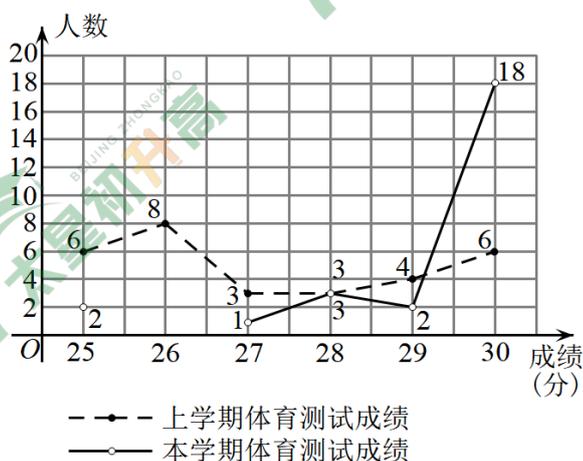
23. 某校九年级共有学生 150 人, 为了解该校九年级学生体育测试成绩的变化情况, 从中随机抽取 30 名学生的本学期体育测试成绩, 并调取该 30 名学生上学期的体育测试成绩进行对比, 小元对两次数据(成绩)进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息:

a. 小元在统计本学期体育测试成绩各分数段人数时, 不小心污染了统计表:

成绩(分)	$x \leq 25$	25.5	26	26.5	27	27.5	28	28.5	29	29.5	30
人数(人)	2		1	0	2	1	1	1	4	14	

b. 体育测试成绩的频数分布折线图如下(数据分组:  $x \leq 25, 25 < x \leq 26, 26 < x \leq 27, 27 < x \leq 28, 28 < x \leq 29, 29 < x \leq 30$ ):

某校抽查30名学生体育测试成绩折线统计图



c. 两个学期测试成绩的平均数、中位数、众数如下:

学期	平均数	中位数	众数
上学期	26.75	26.75	26
本学期	28.50	$m$	30



根据以上信息，回答下列问题：

(1)请补全折线统计图，并标明数据；

(2)请完善  $c$  中的统计表， $m$  的值是\_\_\_\_\_；

(3)若成绩为 26.5 分及以上为优秀，根据以上信息估计，本学期九年级约有\_\_\_\_\_名学生成绩达到优秀；

(4)小元统计了本班上学期体育测试成绩各分数段人数，如下：

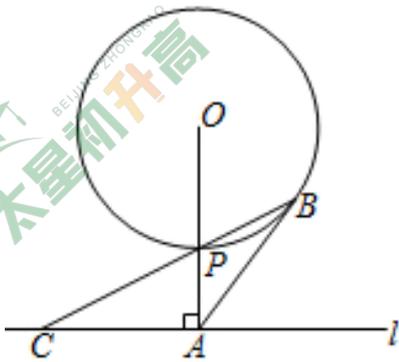
成绩(分)	$x \leq 25$	$25 < x \leq 26$	$26 < x \leq 27$	$27 < x \leq 28$	$28 < x \leq 29$	$29 < x \leq 30$
人数(人)	6	8	3	3	4	6

通过观察、分析，得出这样的结论“在上学期的体育测试成绩中，众数一定出现在  $25 < x \leq 26$  这一组”。请你判断小元的说法是\_\_\_\_\_ (填写序号：A. 正确 B. 错误)，你的理由是\_\_\_\_\_。

24. 如图，直线  $l$  与  $\odot O$  相离， $OA \perp l$  于点  $A$ ，与  $\odot O$  相交于点  $P$ ， $OA=5$ 。  $C$  是直线  $l$  上一点，连接  $CP$  并延长，交  $\odot O$  于点  $B$ ，且  $AB=AC$ 。

(1) 求证：  $AB$  是  $\odot O$  的切线；

(2) 若  $\tan \angle ACB = \frac{1}{2}$ ，求线段  $BP$  的长。





25. 小明对某市出租汽车的计费问题进行研究，他搜集了一些资料，部分信息如下：

收费项目	收费标准
3 公里以内收费	13 元
基本单价	2.3 元/公里
.....	.....

备注：出租车计价段里程精确到 500 米；出租汽车收费结算以元为单位，元以下四舍五入。

小明首先简化模型，从简单情形开始研究：①只考虑白天正常行驶（无低速和等候）；②行驶路程 3 公里以上时，计价器每 500 米计价 1 次，且每 1 公里中前 500 米计价 1.2 元，后 500 米计价 1.1 元。

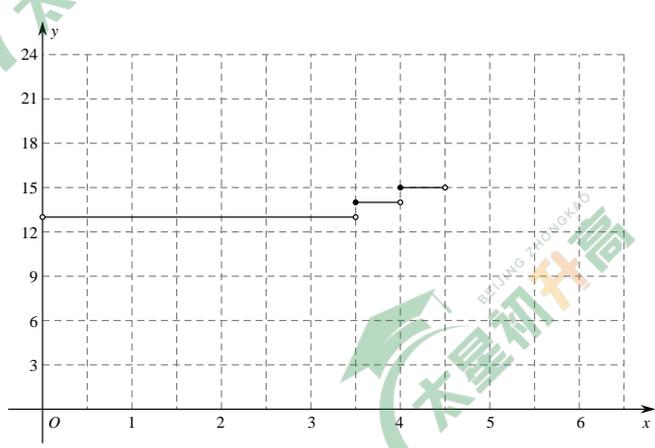
下面是小明的探究过程，请补充完整：

记一次运营出租车行驶的里程数为  $x$ （单位：公里），相应的实付车费为  $y$ （单位：元）。

(1) 下表是  $y$  随  $x$  的变化情况

行驶里程数 $x$	0	$0 < x < 3.5$	$3.5 \leq x < 4$	$4 \leq x < 4.5$	$4.5 \leq x < 5$	$5 \leq x < 5.5$	...
实付车费 $y$	0	13	14	15			...

(2) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，画出当  $0 < x < 5.5$  时  $y$  随  $x$  变化的函数图象；



(3) 一次运营行驶  $x$  公里 ( $x > 0$ ) 的平均单价记为  $w$  (单位：元/公里)，其中  $w = \frac{y}{x}$ 。

①当  $x = 3, 3.4$  和  $3.5$  时，平均单价依次为  $w_1, w_2, w_3$ ，则  $w_1, w_2, w_3$  的大小关系是\_\_\_\_\_；(用“<”连接)

②若一次运营行驶  $x$  公里的平均单价  $w$  不大于行驶任意  $s$  ( $s \leq x$ ) 公里的平均单价  $w_s$ ，则称这次行驶的里程数为幸运里程数。请在上图中  $x$  轴上表示出  $3 \sim 4$  (不包括端点) 之间的幸运里程数  $x$  的取值范围。



26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 上,  $M(x_1, y_1)$ ,  $N(x_2, y_2)$  是抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$  上的任意两点, 设该抛物线的对称轴为直线  $x = t$ .

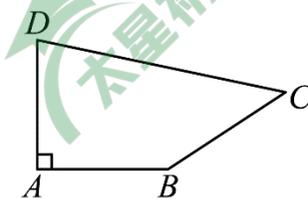
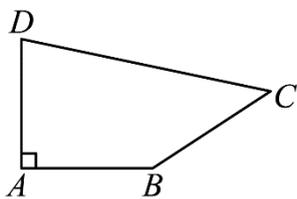
(1) 若对于  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 4$ , 有  $y_1 = y_2$ , 求  $t$  的值;

(2) 若对于  $2 < x_1 < 3$ ,  $3 < x_2 < 4$ , 都有  $y_1 < y_2$ , 求  $t$  的取值范围.

27. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AD = AB$ ,  $\angle A = 90^\circ$ ,  $\angle C = 45^\circ$ , 作  $\angle CDE = 135^\circ$ , 使得点  $E$  和点  $A$  在直线  $CD$  异侧, 连接  $AC$ , 将射线  $AC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $90^\circ$  交射线  $DE$  于点  $F$ .

(1) ①依题意, 补全图形;

②证明:  $DF = BC$ .



(备用图)

(2) 连接  $BD$ , 若  $G$  为线段  $BD$  的中点, 连接  $CG$ , 请用等式表示线段  $CG$  与  $AF$  之间的数量关系, 并证明.



28.对于平面内的点 $M$ ，如果点 $P$ ，点 $Q$ 与点 $M$ 所构成的 $\triangle MPQ$ 是边长为1的等边三角形，则称点 $P$ ，点 $Q$ 为点 $M$ 的一对“友谊点”.进一步地，在 $\triangle MPQ$ 中，若顶点 $M, P, Q$ 按顺时针排列，则称点 $P$ ，点 $Q$ 为点 $M$ 的一对“顺友谊点”，若顶点 $M, P, Q$ 按逆时针排列，则称点 $P$ ，点 $Q$ 为点 $M$ 的一对“逆友谊点”.

已知 $A(1, 0)$ .

(1) 在 $O(0,0), B(0,1), C(2,0), D\left(\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 中，点 $A$ 的一对友谊点是\_\_\_\_\_，它们为点 $A$ 的一对

友谊点（填“顺”或“逆”）；

(2) 以原点 $O$ 为圆心作半径为1的圆，已知直线 $l: y = \sqrt{3}x + b$ .

①若点 $P$ 在 $\odot O$ 上，点 $Q$ 在直线 $l$ 上，点 $P$ ，点 $Q$ 为点 $A$ 的一对友谊点，求 $b$ 的值；

②若在 $\odot O$ 上存在点 $R$ ，在直线 $l$ 上存在两点 $T(x_1, y_1)$ 和 $S(x_2, y_2)$ ，其中 $x_1 > x_2$ ，且点 $T$ ，点 $S$ 为点 $R$ 的一对顺友谊点，求 $b$ 的取值范围.