2024北京陈经纶中学初二3月月考

数　学

一、单选题

1. 下列运算正确的是（　）

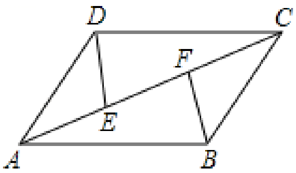
A. $\sqrt{5}+\sqrt{6}=\sqrt{11}$　　B. $3+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{(-4)\times(-9)}=6$　　D. $\frac{\sqrt{16}}{2}=\sqrt{\frac{16}{2}}=2\sqrt{2}$

2. 下列各组数中，以 a，b，c 为边的三角形不是直角三角形的是（　　）

A. $a=1.5$，$b=2$，$c=3$　　B. $a=7$，$b=24$，$c=25$

C. $a=6$，$b=8$，$c=10$　　D. $a=3$，$b=4$，$c=5$

3. 如图，E、F 是▱$ABCD$ 对角线 AC 上两点，且 $AE=CF$，连接 DE、BF，则图中共有全等三角形的对数是（　　）



A. 1对　　B. 2对　　C. 3对　　D. 4对

4. 在二次根式 $\sqrt{\frac{x}{2}}$，$\sqrt{x^2+1}$，$\sqrt{12}$，$\sqrt{x^2+y^2}$ 中，最简二次根式共有（　）

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

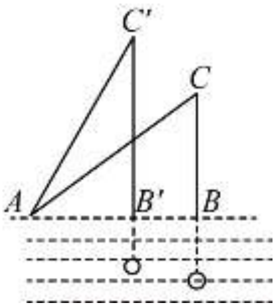
5. 估计 $\sqrt{48}\times\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{2}\times\sqrt{5}$ 的值在（　）

A. 7与8之间　　B. 8与9之间　　C. 9与10之间　　D. 10与11之间

6. 如图，一支铅笔放在圆柱体笔筒中，笔筒的内部底面直径是 9cm，内壁高 12cm，若这支铅笔长为 18cm，则这只铅笔在笔筒外面部分长度不可能的是（　　）

A. 2cm　　B. 3cm　　C. 4cm　　D. 6cm

7. 如图，露在水面上的鱼线 BC 长为 3m .钓鱼者想看看鱼钩上的情况把鱼竿 AC 提起到 AC' 的位置，此时露在水面上的鱼线 $B'C'$ 长为 4m，若 BB' 的长为 1m，试问的鱼竿 AC 有多长?设 AB' 长 $x\text{m}$，则下所列方程正确的是（　）



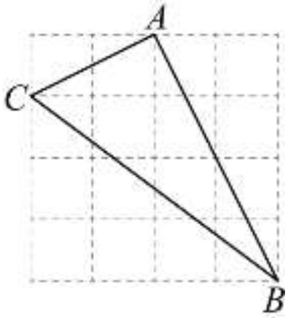
A. $x^2+4^2=\left(x+1\right)^2+3^2$

B. $x^2+4^2=\left(x+1\right)^2-3^2$

C. $\left(x-1\right)^2+4^2=x^2+3^2$

D. $\left(x-1\right)^2+3^2=x^2+4$

8. 如图，在4×4的网格中，每个小正方形的边长均为 1，点A、B都在格点上，则下列结论错误的是（　）



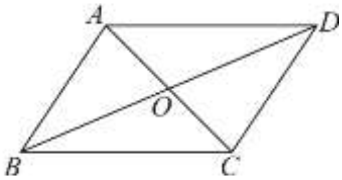
A. $\triangle ABC$的面积为 10

B. $\angle BAC=90°$

C. $AB=2\sqrt{5}$

D. 点 A 到直线BC的距离是 2

9. 如图，四边形$ABCD$中，对角线AC与BD相交于点O，不能判断四边形$ABCD$是平行四边形的是(　)



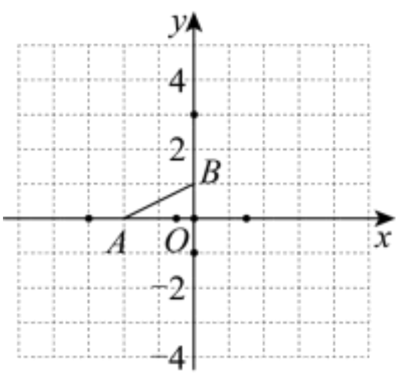
A. $AB\parallel DC$，$AD=BC$

B. $AB\parallel DC$，$AD\parallel BC$

C. $AB=DC$，$AD=BC$

D. $OA=OC$，$OB=OD$

10. 如图，在平面直角坐标系中，点A，B分别在x轴和y轴上，点B坐标为$\left(0,1\right)$且$\angle BAO=30°$，在坐标轴上求作一点P，使得$\triangle PAB$是等腰三角形，则符合条件的点P的个数为（　）



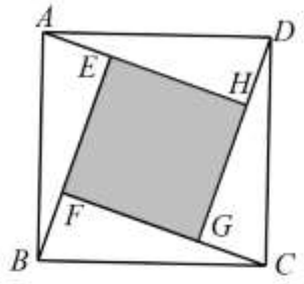
A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

二、填空题

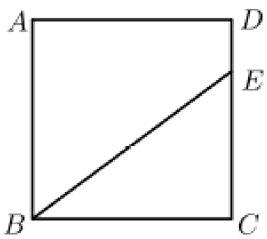
11. 在函数 $y=\sqrt{x-5}$ 中，自变量 x 的取值范围是__________.

12. 在平行四边形 $ABCD$ 中，如果 $\angle A=57°$，那么 $\angle C$ 的度数是________.

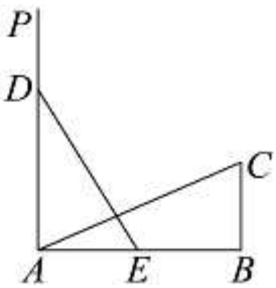
13. 用 4 张全等的直角三角形纸片拼接成如图所示的图案，得到两个大小不同的正方形．若正方形 $ABCD$ 的面积为 10，$AH=3$，则正方形 $EFGH$ 的面积为____.



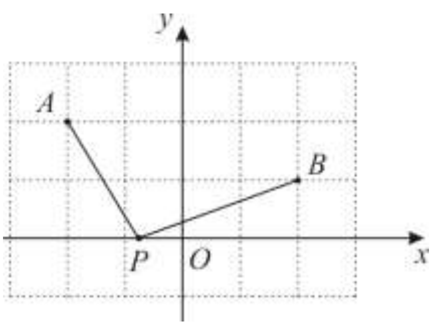
14. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 4，点 E 在 CD 边上，$CE=3$，若点 F 在正方形的某一边上，满足 $CF=BE$，且 CF 与 BE 的交点为 M．则 $CM=$_________.



15. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle B=90°$，$AB=12$，$BC=5$，射线 $AP\perp AB$ 于点 A，点 E、D 分别在线段 AB 和射线 AP 上运动，并始终保持 $DE=AC$，要使 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DAE$ 全等，则 AE 的长为______.



16. 如图，在平面直角坐标系中，点 $A(-2,2),B(2,1)$，点 $P(x,0)$ 是 x 轴上的一个动点.



（1）用含 x 的式子表示线段 PA 的长是_____；

（2）结合图形，判断式子$\sqrt{(x+2)^2+4}+\sqrt{(2-x)^2+1}$的最小值是____.

三、解答题

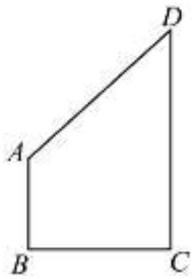
17. 计算：

（1）$\sqrt{48}\div\sqrt{3}+\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{12}-\sqrt{24}$

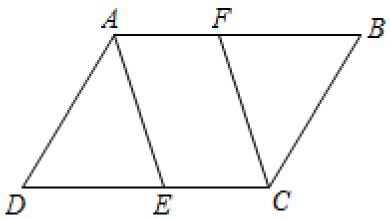
（2）$(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})-(3\sqrt{5}-1)^2$

18. 已知$a=\sqrt{5}-1$，求代数式a^2+2a-5的值.

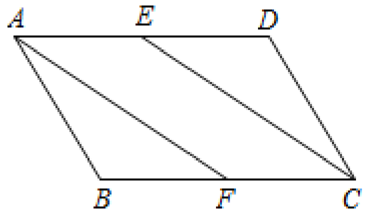
19. 老李家有一块草坪如图所示，家里想整理它，需要知道其面积，老李测量了草坪各边得知：$AB=3$米，$BC=4$米，$AD=12$米，$CD=13$米，且$AB\perp CB$．请同学们帮老李家计算一下这块草坪的面积.



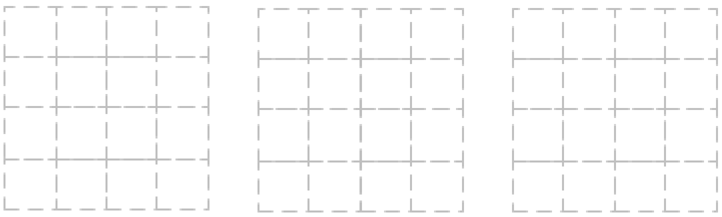
20. 如图，在四边形$ABCD$中，E，F分别为CD，AB上的点，且$DE=BF$，连接AE，CF，若四边形$AECF$是平行四边形．求证：四边形$ABCD$是平行四边形.



21. 如图，在$\square ABCD$中，点E，F分别在AD，BC上，且$AE=CF$．求证：$AF=CE$.



22. 如图，在4×4的正方形网格中，每个小方格的顶点叫做格点，以格点为顶点分别按下列要求画三角形ABC.



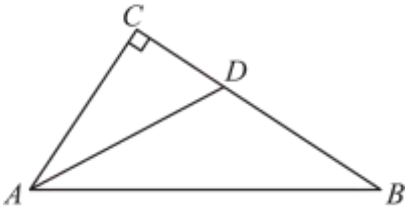
图①　　图②　　图③

（1）在图①中，画一个直角三角形，使它的三边长都是有理数；

（2）在图②中，画一个直角三角形，使它的两边长是有理数，另外一边长是无理数；

（3）在图③中，画一个直角三角形，使它的一边长是有理数，另外两边长是无理数．

23. 如图，已知 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，AD 是角平分线，$CD=15$，$BD=25$，求 AC 的长．



24. 材料一：平方运算和开方运算是互逆运算．如 $a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$，那么 $\sqrt{a^2\pm 2ab+b^2}=|a\pm b|$．如何将双重二次根式 $\sqrt{5\pm 2\sqrt{6}}$ 化简？我们可以把 $5\pm 2\sqrt{6}$ 转化为 $(\sqrt{3})^2\pm 2\sqrt{6}+(\sqrt{2})^2=(\sqrt{3}\pm\sqrt{2})^2$ 完全平方的形式，因此双重二次根式 $\sqrt{5\pm 2\sqrt{6}}=\sqrt{(\sqrt{3}\pm\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}\pm\sqrt{2}$ 得以化简．

材料二：在直角坐标系 xOy 中，对于点 P（x，y）和 Q（x，y'）给出如下定义：若 $y'=\begin{cases} y(x>0)\\ -y(x<0)\end{cases}$，则称点 Q 为点 P 的“横负纵变点”．例如：点（3，2）的“横负纵变点”为（3，2），点（－2，5）的“横负纵变点”为（－2，－5）．

请选择合适的材料解决下面的问题：

（1）点 $(\sqrt{2},-\sqrt{3})$ 的“横负纵变点”为______，点 $(-3\sqrt{3},-2)$ 的“横负纵变点”为______；

（2）化简：$\sqrt{7+2\sqrt{10}}$；

（3）已知 a 为常数（$1\le a\le 2$），点 M（$-\sqrt{2}$，m）且 $m=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{a+2\sqrt{a-1}}+\sqrt{a-2\sqrt{a-1}}\right)$，点 M' 是点 M 的“横负纵变点”，求点 M''的坐标．

25. 在数学课上，老师说统计学中常用的平均数不是只有算术平均数一种，好学的小聪通过网络搜索，又得到了两种平均数的定义，他把三种平均数的定义整理如下：

对于两个数 a，b，

$M=\dfrac{a+b}{2}$ 称为 a，b 这两个数的算术平均数，

$N=\sqrt{ab}$ 称为 a，b 这两个数的几何平均数，

$P=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$ 称为 a，b 这两个数的平方平均数．

小聪根据上述定义，探究了一些问题，下面是他的探究过程，请你补充完整：

（1）若 $a=-1$，$b=-2$，则 $M=$___，$N=$___，$P=$___；

（2）小聪发现当 a，b 两数异号时，在实数范围内 N 没有意义，所以决定只研究当 a，b 都是正数时这三种平均数的大小关系．结合乘法公式和勾股定理的学习经验，他选择构造几何图形，用面积法解决问题：如图，画出边长为 $a+b$ 的正方形和它的两条对角线，则图 1 中阴影部分的面积可以表示 N^2．

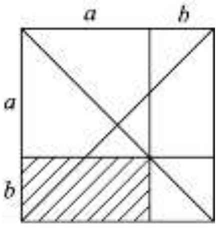


图 1

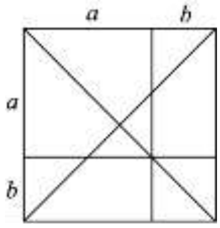


图 2

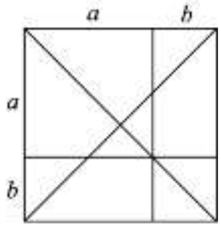
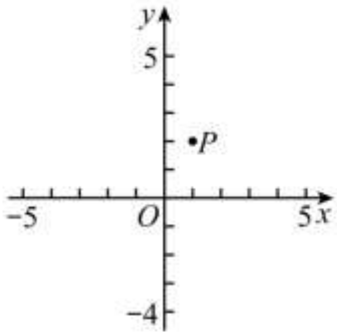


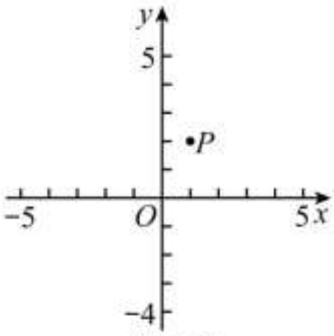
图 3

①请分别在图 2，图 3 中用阴影标出一个面积为 M^2，P^2 的图形；

②借助图形可知当 a，b 都是正数时，M，N，P 的大小关系是：__（把 M，N，P 从小到大排列，并用“＜”或“≤”号连接）.

26. 在平面直角坐标系 xoy 中，对于点 $P(x_1, y_1)$，给出如下定义：当点 $Q(x_2, y_2)$ 满足 $x_1 \cdot x_2 = y_1 \cdot y_2$ 时，称点 Q 是点 P 的等积点．已知点 $P(1,2)$．





备用图

（1）在 $Q_1(2,1)$，$Q_2(-4,-1)$，$Q_3(8,2)$ 中，点 P 的等积点是______.

（2）点 Q 是 P 点的等积点，点 C 在 x 轴上，以 O，P，Q，C 为顶点的四边形是平行四边形，求点 C 的坐标.

（3）已知点 $B(1,\frac{1}{2})$ 和点 $M(5,m)$，点 N 是以点 M 为中心，边长为 2 且各边与坐标轴平行的正方形 T 上的任意一点，对于线段 BN 上的每一点 A，在线段 PB 上都存在一个点 R 使得 A 为 R 的等积点，直接写出 m 的取值范围.

参考答案

一、单选题

1. 【答案】C

【分析】根据二次根式的运算性质求解，逐项分析即可．

【详解】解：$\sqrt{5}$ 与 $\sqrt{6}$ 不是同类项，不能合并，故 A 选项错误，不合题意；

$\sqrt{3}$ 与 3 不是同类项，不能合并，故 B 选项错误，不合题意；

$\sqrt{(-4)\times(-9)}=\sqrt{36}=6$，故 C 选项正确，符合题意；

$\frac{\sqrt{16}}{2}=\frac{4}{2}=2$，故 D 选项错误，不合题意；

故选 C．

【点睛】本题考查二次根式，熟练掌握二次根式的运算法则是解题关键．

2. 【答案】A

【分析】根据勾股定理的逆定理，进行计算即可解答．

【详解】解：A．∵$1.5^2+2^2\neq3^2$，∴该三角形不是直角三角形，故 A 选项符合题意；

B．∵$7^2+24^2=25^2$，∴该三角形是直角三角形，故 B 选项不符合题意；

C．∵$6^2+8^2=10^2$，∴该三角形是直角三角形，故 C 选项不符合题意；

D．∵$3^2+4^2=5^2$，∴该三角形是直角三角形，故 D 选项不符合题意．

故选：A．

【点睛】本题考查直角三角形的判定，掌握勾股定理是本题解题关键．

3. 【答案】C

【分析】根据平行四边形的性质可得 $AD=BC$，$AB=CD$，$AD\parallel CB$，进而可得$\angle DAE=\angle BCF$，然后可证明$\triangle ADC\cong\triangle CBA$，$\triangle AED\cong\triangle CFB$，$\triangle DEC\cong\triangle BFA$．

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD=BC$，$AB=CD$，

在$\triangle ADC$ 和$\triangle CBA$ 中，

$$\begin{cases}AD=BC\\CD=AB\\AC=AC\end{cases},$$

∴$\triangle ADC\cong\triangle CBA$（$SSS$），

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD\parallel CB$，

∴$\angle DAE=\angle BCF$，

在$\triangle ADE$ 和$\triangle CBF$ 中，

$$\begin{cases} AD=CB \\ \angle DAE=\angle BCF \\ AE=CF \end{cases}$$

∴△AED≌△CFB（SAS），

∴$DE=BF$，

∵$AE=CF$，

∴AC-$AE=AC$-CF，

∴$CE=AF$，

在△DEC和△BFA中，

$$\begin{cases} CD=AB \\ CE=AF \\ ED=BF \end{cases}$$

∴△DEC≌△BFA（SSS），

图中全等三角形共有3对，

故选：C．

【点睛】此题主要考查了平行四边形的性质以及全等三角形的判定，关键是掌握平行四边形的对边相等．

4. 【答案】B

【分析】根据最简二次根式的定义：被开方数不含分母，被开方数中不能含能开得尽方的因数或者因式，即可．

【详解】$\sqrt{\dfrac{x}{2}}=\dfrac{\sqrt{2x}}{2}$，被开方数含分母，不是最简二次根式；

$\sqrt{x^2+1}$，是最简二次根式；

$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，被开方数中能含能开得尽方的因数，不是最简二次根式；

$\sqrt{x^2+y^2}$，是最简二次根式．

∴最简二次根式为：$\sqrt{x^2+1}$，$\sqrt{x^2+y^2}$．

故选：B．

【点睛】本题考查最简二次根式的定义，解题的关键是掌握最简二次根式的定义．

5. 【答案】A

【分析】先运用二次根式混合运算法则计算，得$\sqrt{48}\times\sqrt{\dfrac{1}{3}}+\sqrt{2}\times\sqrt{5}=4+\sqrt{10}$，再根据$3<\sqrt{10}<4$，得出$7<4+\sqrt{10}<8$，即可得出答案．

【详解】解：$\sqrt{48}\times\sqrt{\dfrac{1}{3}}+\sqrt{2}\times\sqrt{5}$

$=\sqrt{48\times\frac{1}{3}}+\sqrt{2\times5}$

$=4+\sqrt{10}$，

$\because 3<\sqrt{10}<4$，

$\therefore 7<4+\sqrt{10}<8$，

即 $7<\sqrt{48}\times\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{2}\times\sqrt{5}<8$，

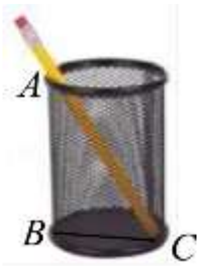
故选：A．

【点睛】本题考查二次根式混合运算和估算无理数大小，熟练掌握二次根式运算法则是解题的关键．

6. 【答案】A

【分析】本题考查了勾股定理的应用，先根据勾股定理算出 AC 的长度，再进行求解即可，熟练掌握知识点是解题的关键．

【详解】解：根据题意可得图形：$AB=12\text{cm}, BC=9\text{cm}$，



在 Rt△ABC 中：$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{12^2+9^2}=15\text{cm}$，

所以 $18-15=3\text{cm}, 18-12=6\text{cm}$．

则这只铅笔在笔筒外面部分长度在 3 厘米～6 厘米之间．

观察选项，只有选项 A 符合题意．

故选：A．

7. 【答案】A

【分析】题目主要考查勾股定理的应用，$AC=AC'$ 是解题关键．利用钓鱼竿长度不变列出方程即可．

【详解】解：设 AB' 长 $x\text{m}$，则 $AB=\left(x+1\right)\text{m}$，

在 Rt△ABC 中，$AC^2=AB^2+BC^2$，

在 Rt△$AB'C'$ 中，$AC'^2=AB'^2+B'C'^2$，

$\because AC=AC'$，

$\therefore AB^2+BC^2=AB'^2+B'C'^2$，

即 $\left(x+1\right)^2+3^2=x^2+4^2$．

故选 A．

8. 【答案】A

【分析】求出 AC、BC，根据三角形的面积公式可以判断 A；根据勾股定理逆定理可以判断 B；根据勾股定理可以判断 C；根据三角形的面积结合点到直线的距离的意义可以判断 D.

【详解】解：$\because AC=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，$BC=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

$\therefore AC^2+AB^2=\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2=5+20=25=BC^2$，

$\therefore \angle BAC=90^\circ$，故 B、C 正确，不符合题意；

$\therefore S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AC\cdot AB=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}=5$，故 A 错误，符合题意；

设点 A 到直线 BC 的距离是 h，

$\because S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}BC\cdot h$，

$\therefore \dfrac{1}{2}\times 5\times h=5$，

$\therefore h=2$，

$\therefore$ 点 A 到直线 BC 的距离是 2，故 D 正确，不符合题意；

故选：A.

【点睛】本题考查了勾股定理、勾股定理逆定理、三角形的面积公式、点到直线的距离，熟练掌握以上知识点是解题的关键.

9. 【答案】A

【分析】本题主要考查了平行四边形的判定，熟知平行四边形的判定条件是解题的关键.

【详解】解：A、$AB\parallel DC$，$AD=BC$，一边平行，另一边相等的四边形不一定是平行四边形，也有可能是等腰梯形，故此条件不能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形，符合题意；

B、$AB\parallel DC$，$AD\parallel BC$，两组对边分别平行的四边形是平行四边形，故此条件能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形，不符合题意；

C、$AB=DC$，$AD=BC$，两组对边分别相等的四边形是平行四边形，故此条件能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形，不符合题意；

D、$OA=OC$，$OB=OD$，对角线互相平分的四边形是平行四边形，故此条件能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形，不符合题意；

故选：A.

10. 【答案】A

【分析】根据直角三角形的性质求得 $AB=2OB=2$，再分类讨论：以 AB 为腰，以 AB 为底，分别根据等腰三角形的性质和勾股定理求点 P 坐标即可.

【详解】解：如图，以 AB 为腰时，$\triangle ABP_1$、$\triangle ABP_2$、$\triangle ABP_3$、$\triangle ABP_4$ 是等腰三角形，

$\because B(0,1)$，

$\therefore OB=1$，

$\because \angle BAO=30^\circ$，

$\therefore AB=2OB=2$，

$\therefore P_1A=BA=2$，

在 $Rt\triangle AOB$ 中，$AO=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

$\therefore P_1\left(-2-\sqrt{3},0\right)$，

$\because AB=P_2B=2$，

在 $Rt\triangle BOP_2$ 中，$OP_2=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

$\therefore P_2\left(\sqrt{3},0\right)$，

$\because BA=BP_3=2$，

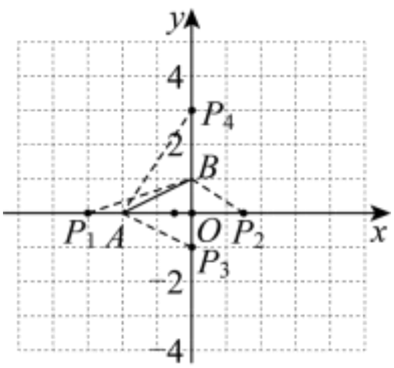
$\therefore OP_3=BP_3-OB=2-1=1$，

$\therefore P_3\left(0,-1\right)$，

$\because AB=P_4B=2$，

$\therefore OP_4=OB+BP_4=1+2=3$，

$\therefore P_4\left(0,3\right)$，



以 AB 为底时，如图，$\triangle ABP_5$ 是等腰三角形，过点 P_5 作 $P_5D\perp AB$ 于点 D，

在 $Rt\triangle ABO$ 中，$AO=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

设 $OP_5=a$，则 $AP_5=\sqrt{3}-a$，

$\because AP_5=BP_5$，

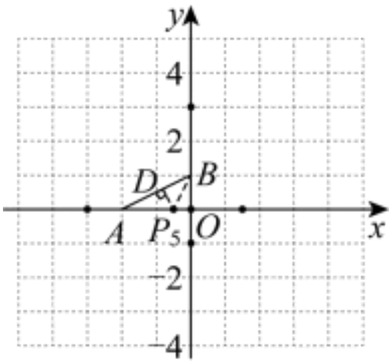
在 $Rt\triangle BOP_5$ 中，$BP_5^{\ 2}=1^2+a^2$，

$\therefore \left(\sqrt{3}-a\right)^2=1^2+a^2$，

解得 $a=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore P_5\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3},0\right)$，

故选：A．



【点睛】本题考查坐标与图形的性质、直角三角形的性质、等腰三角形的性质、勾股定理、解一元一次方程，熟练掌握等腰三角形的性质是解题的关键．

二、填空题

11. 【答案】$x \geqslant 5$

【分析】根据算术平方根的非负性即可完成．

【详解】解：由题意得，$x-5\geq 0$

$\therefore x \geqslant 5$

故答案为：$x \geqslant 5$．

【点睛】本题考查了求函数自变量的取值范围，关键是掌握算术平方根的非负性．

12. 【答案】$57°$

【分析】根据平行四边形的性质直接解答即可．

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle C=\angle A=57°$，

故答案为：$57°$．

【点睛】此题考查了平行四边形的性质：对角相等，熟记平行四边形的性质是解题的关键．

13. 【答案】4

【分析】根据正方形的面积，可得 $AD^2=10$，再根据勾股定理求出 DH 的值，从而得四个直角三角形的面积之和，进而即可求解．

【详解】解：∵正方形 $ABCD$ 的面积为 10，$AH=3$，

$\therefore AD^2=10$，

∴在 $Rt\triangle ADH$ 中，$DH=\sqrt{AD^2-AH^2}=\sqrt{10-9}=1$，

$\therefore S_{\triangle ADH}=\dfrac{1}{2}AH\times DH=\dfrac{1}{2}\times 3\times 1=\dfrac{3}{2}$，

∵四个直角三角形全等，

∴正方形 $EFGH$ 的面积=10− $4\times\frac{3}{2}$ =4，

故答案是：4．

【点睛】本题主要考查勾股定理和勾股弦图，掌握勾股定理，是解题的关键．

14. 【答案】 $\frac{12}{5}$ 或 $\frac{5}{2}$

【分析】分两种情况进行讨论，点 F 在 AD 上或点 F 在 AB 上，依据全等三角形的性质以及矩形的性质，即可得到 CM 的长．

【详解】解：分两种情况：

①如图 1 所示，当点 F 在 AD 上时，

由 CF=BE，CD=BC，∠BCE=∠CDF=90°可得，Rt△BCE≌Rt△CDF（HL），

∴∠DCF=∠CBE，

又∵∠BCF+∠DCF=90°，

∴∠BCF+∠CBE=90°，

∴∠BMC=90°，即 CF⊥BE，

∵BC=4，CE=3，∠BCE=90°，

∴BE=5，

∴CM= $\frac{BC\times CE}{BE}=\frac{12}{5}$；

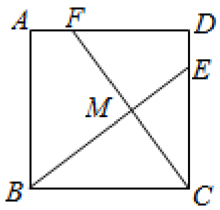


图1

②如图 2 所示，当点 F 在 AB 上时，

同理可得，Rt△BCF≌Rt△CBE（HL），

∴BF=CE，

又∵BF∥CE，

∴四边形 BCEF 是平行四边形，

又∵∠BCE=90°，

∴四边形 BCEF 是矩形，

∴CM= $\frac{1}{2}$ BE= $\frac{1}{2}\times5=\frac{5}{2}$．

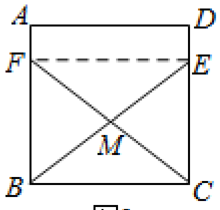


图2

故答案为：$\frac{12}{5}$或$\frac{5}{2}$．

【点睛】本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定与性质以及勾股定理的运用，全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具．在判定三角形全等时，关键是选择恰当的判定条件．

15. 【答案】5 或 12

【分析】本题要分情况讨论：①Rt△ABC≌Rt△DAE，此时 AE=BC=5，可据此求出 E 点的位置．②Rt△CBA≌Rt△DAE，此时 AE=AB=12，E、B 重合．

【详解】解：①当 AE=CB 时，

∵∠B=∠EAP=90°，

在 Rt△ABC 与 Rt△DAE 中，

$$\begin{cases} AE=CB \\ DE=AC \end{cases},$$

∴Rt△ABC≌Rt△DAE（HL），

即 AE=BC=5；

②当 E 运动到与 B 点重合时，AE=AB，

在 Rt△CBA 与 Rt△DAE 中，

$$\begin{cases} AE=AB \\ DE=AC \end{cases},$$

∴Rt△CBA≌Rt△DAE（HL），

即 AE=AB=12，

∴当点 E 与点 B 重合时，△CBA 才能和△DAE 全等．

综上所述，AE=5 或 12．

故答案为：5 或 12．

【点睛】本题考查了三角形全等的判定方法和全等三角形的性质，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL．由于本题没有说明全等三角形的对应边和对应角，因此要分类讨论，以免漏解．

16. 【答案】 ①. $\sqrt{(x+2)^2+4}$ ②. 5

【分析】（1）直接根据坐标系中两点之间的距离公式计算即可；

（2）根据题意得出求 *PA*+*PB* 的最小值，作点 *B* 关于 *x* 轴的对称点 *B*’，连接 *AB*’与 *x* 轴交于点 *P*’，此时

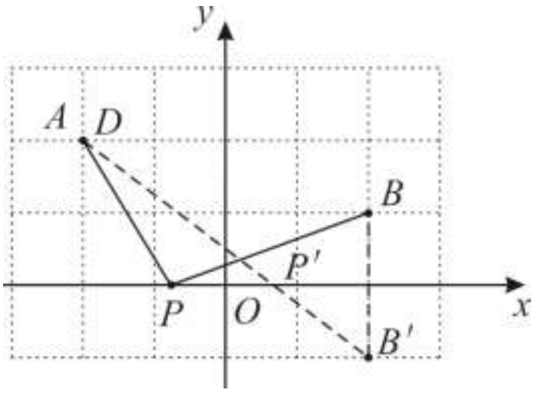
$PA+PB$ 取得最小值，利用坐标系中两点之间的距离公式求解即可得出结果．

【详解】解：（1）$PA=\sqrt{(x+2)^2+(0-2)^2}=\sqrt{(x+2)^2+4}$，

故答案为：$\sqrt{(x+2)^2+4}$；

（2）由题意可得：$\sqrt{(x+2)^2+4}+\sqrt{(2-x)^2+1}=PA+PB$，即为求 $PA+PB$ 的最小值，

作点 B 关于 x 轴的对称点 B'，连接 AB' 与 x 轴交于点 P'，此时 $PA+PB$ 取得最小值，如图所示：



$PA+PB=AB'=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

即 $\sqrt{(x+2)^2+4}+\sqrt{(2-x)^2+1}$ 的最小值为 5，

故答案为：5．

【点睛】题目主要考查距离最短问题、坐标系中两点之间的距离及轴对称的性质等，理解题意，作出相应图形求解是解题关键．

三、解答题

17.【答案】（1）$4-\sqrt{6}$

（2）$6\sqrt{5}-45$

【分析】（1）利用二次根式的乘除法则运算即可得；

（2）利用完全平方公式和平方差公式进行计算即可得．

【小问 1 详解】

解：原式$=\sqrt{48\div 3}+\sqrt{\frac{1}{2}\times 12}-2\sqrt{6}$

$=\sqrt{16}+\sqrt{6}-2\sqrt{6}$

$=4-\sqrt{6}$

【小问 2 详解】

解：原式$=49-48-(45-6\sqrt{5}+1)$

$=1-46+6\sqrt{5}$

$=6\sqrt{5}-45$

【点睛】本题考查了二次根式的计算，完全平方公式和平方差公式，解题的关键是掌握这些知识点．

18. 【答案】-1

【分析】先将式子化成$(a+1)^2-6$，再把$a=\sqrt{5}-1$代入，可求得结果．

【详解】$a^2+2a-5=(a+1)^2-6$

当$a=\sqrt{5}-1$时，$a+1=\sqrt{5}$，

$\therefore a^2+2a-5=(\sqrt{5})^2-6$

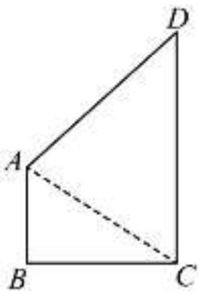
$=-1$．

【点睛】本题主要考核了求代数式的值，解题关键是熟练掌握完全平方公式，将式子先变形再代入求值．

19. 【答案】36平方米

【分析】连接AC，根据勾股定理，求得AC，再根据勾股定理的逆定理，判断$\triangle ACD$是直角三角形．这块草坪的面积等于两个直角三角形的面积之和．

【详解】解：连接AC，如图，



$\because AB\perp BC$，

$\therefore \angle ABC=90^\circ$，

$\because AB=3$米，$BC=4$米，

$\therefore AC=5$米，

$\because CD=13$米，$DA=12$米，

$\therefore AC^2+AD^2=CD^2$，

$\therefore \triangle ACD$为直角三角形，

$\therefore$这块草坪的面积$=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}=3\times4\div2+5\times12\div2=6+30=36$（平方米）．

【点睛】本题考查了勾股定理和勾股定理的逆定理．解题的关键是在应用勾股定理解决实际问题时勾股定理与方程的结合是解决实际问题常用的方法，是从题中抽象出勾股定理这一数学模型，画出准确的示意图．体会数形结合的思想的应用．

20. 【答案】证明见解析．

【分析】由平行四边形的性质得$AF\parallel CE$，$AF=CE$，则$AB\parallel CD$，再证$AB=CD$，即可得出结论．

【详解】证明：$\because$四边形$AECF$是平行四边形，

$\therefore AF\parallel CE$，$AF=CE$，

$\therefore AB \parallel CD$，

$\because DE = BF$，

$\therefore AF + BF = CE + DE$，

即 $AB = CD$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

【点睛】本题考查了平行四边形的判定与性质，熟练掌握平行四边形的性质，证出 $AB = CD$ 是解题的关键.

21. 【答案】见解析

【分析】先得到 $AE \parallel FC$，而 $AE=CF$，所以 $AFCE$ 是平行四边形，即可证明.

【详解】解：证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AE \parallel CF$，

又∵$AE=CF$，

∴四边形 $AFCE$ 是平行四边形，

∴$AF=CE$.

【点睛】本题考查了平行四边形的判定与性质，熟练掌握性质定理和判定定理是解题的关键．平行四边形的五种判定方法与平行四边形的性质相呼应，每种方法都对应着一种性质，在应用时应注意它们的区别与联系.

22. 【答案】（1）答案见解析；（2）答案见解析；（3）答案见解析

【分析】（1）作出边长分别为3，4，5的三角形即可.

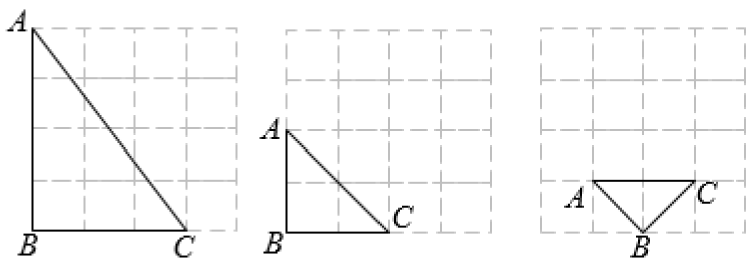
（2）根据要求作出图形即可.

（3）根据要求作出图形即可.

【详解】解：（1）如图1中，△ABC 即为所求（答案不唯一）.

（2）如图2中，△ABC 即为所求（答案不唯一）.

（3）如图3中，△ACB 即为所求（答案不唯一）.



图①　　图②　　图③

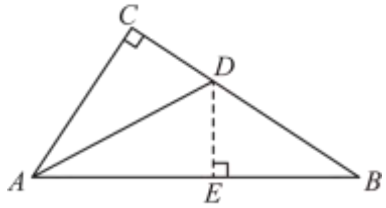
【点睛】本题考查作图-应用与设计作图，勾股定理，勾股定理的逆定理等知识，解题的关键是学会利用数形结合的思想解决问题.

23. 【答案】30

【分析】本题考查的是角平分线的性质、全等三角形得判定与性质及勾股定理，过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E，根据角平分线的性质求出 DE，根据勾股定理求出 BE，证明 $AC = AE$，根据勾股定理列式计算即可得到

答案.

【详解】解：过点D作$DE\perp AB$于E，



$\because AD$是角平分线，$\angle C=90^{\circ}$，$DE\perp AB$，

$\therefore DE=CD=15$，

在Rt△DEB中，$BE=\sqrt{BD^2-DE^2}=20$，

在Rt△ACD和Rt△AED中，

$\begin{cases} DC=DE \\ AD=AD \end{cases}$，

$\therefore$ Rt△$ACD\cong$ Rt△AED(HL)，

$\therefore AC=AE$，

在Rt△ABC中，$AC^2+BC^2=AB^2$，即$AC^2+40^2=(AC+20)^2$，

解得$AC=30$.

24. 【答案】(1)($\sqrt{2}$，$-\sqrt{3}$)；($-3\sqrt{3}$，2)

(2) $\sqrt{5}+\sqrt{2}$

(3)($-\sqrt{2}$，$-\sqrt{2}$)

【分析】(1)根据“横负纵变点”的定义，$y'=\begin{cases} y(x>0) \\ -y(x<0) \end{cases}$，即可；

(2)根据材料一，双重二次根式的化简，将$\sqrt{7+2\sqrt{10}}$化为$\left(\sqrt{5}\right)^2+2\sqrt{10}+\left(\sqrt{2}\right)^2$，再根据$a^2\pm 2ab+b^2=\left(a\pm b\right)^2$，即可化简；

(3)根据$1\le a\le 2$，得$\sqrt{a-1}-1\le 0$；将$m=\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{a+2\sqrt{a-1}}+\sqrt{a-2\sqrt{a-1}})$化简得$m=\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{\left(\sqrt{a-1}+1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{a-1}-1\right)^2}$；根据$\sqrt{a^2\pm 2ab+b^2}=|a\pm b|$，得$m=\frac{1}{\sqrt{2}}(\left|\sqrt{a-1}+1\right|+\left|\sqrt{a-1}-1\right|$，求出$m$的值，求出$M$的坐标，根据横负纵变点”的定义，$y'=\begin{cases} y(x>0) \\ -y(x<0) \end{cases}$，即可求出$M'$的坐标.

【小问1详解】

$\because \sqrt{2}>0$

$\therefore$点（$\sqrt{2}$，$-\sqrt{3}$）的“横负纵变点”为（$\sqrt{2}$，$-\sqrt{3}$）

$\because -3\sqrt{3}<0$

$\therefore$点（$-3\sqrt{3}$，-2）的“横负纵变点”为（$-3\sqrt{3}$，2）

故答案为：（$\sqrt{2}$，$-\sqrt{3}$）；（$-3\sqrt{3}$，2）.

【小问 2 详解】

$\sqrt{7+2\sqrt{10}}$

$=\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2+2\sqrt{10}+\left(\sqrt{2}\right)^2}$

$=\sqrt{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2}$

$=\sqrt{5}+\sqrt{2}$

$\therefore \sqrt{7+2\sqrt{10}}$ 化简得：$\sqrt{5}+\sqrt{2}$.

【小问 3 详解】

$\because 1\le a\le 2$

$\therefore 0\le a-1\le 2-1$

$\therefore 0\le a-1\le 1$

$\therefore 0\le \sqrt{a-1}\le 1$

$\therefore \sqrt{a-1}-1\le 0$

$\because m=\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{a+2\sqrt{a-1}}+\sqrt{a-2\sqrt{a-1}})$

$=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{\left(\sqrt{a-1}\right)^2+2\sqrt{a-1}\times 1+1^2}+\sqrt{\left(\sqrt{a-1}\right)2-2\sqrt{a-1}\times 1+1^2}\right)$

$=\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{\left(\sqrt{a-1}+1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{a-1}-1\right)^2}$

$=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\sqrt{a-1}+1\right|+\left|\sqrt{a-1}-1\right|\right)$

$\therefore m=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{a-1}+1+1-\sqrt{a-1}\right)$

$\therefore m=\frac{1}{\sqrt{2}}\times 2=\sqrt{2}$

$\therefore$点 M（$-\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$）

$\because -\sqrt{2}<0$

$\therefore M'$（$-\sqrt{2}$，$-\sqrt{2}$）

故M'的坐标为：（$-\sqrt{2}$，$-\sqrt{2}$）.

【点睛】本题考查了二次根式的加减，新定义等知识，解题的关键是理解新定义公式，化简最简二次根式.

25.【答案】(1) $-\frac{3}{2}$，$\sqrt{2}$，$\frac{\sqrt{10}}{2}$；(2) ①见解析；② $N\le M\le P$.

【分析】(1) 将$a=-1,b=-2$分别代入M,N,P求值即可得；

(2) ①分别求出M^2,P^2，再根据正方形的性质、矩形和直角三角形的面积公式即可得；

②根据 (2) ①中的所画的图形可得$N^2\le M^2\le P^2$，由此即可得出结论.

【详解】解：(1) 当$a=-1,b=-2$时，

$$M=\frac{a+b}{2}=\frac{-1-2}{2}=-\frac{3}{2},$$

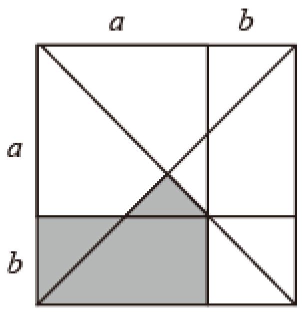
$$N=\sqrt{ab}=\sqrt{-1\times(-2)}=\sqrt{2},$$

$$P=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}=\sqrt{\frac{(-1)^2+(-2)^2}{2}}=\sqrt{\frac{5}{2}}=\frac{\sqrt{10}}{2},$$

故答案为：$-\frac{3}{2}$，$\sqrt{2}$，$\frac{\sqrt{10}}{2}$；

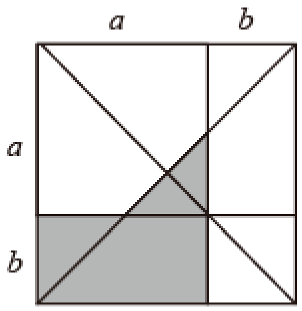
(2) ① $M^2=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=\frac{(a+b)^2}{4}=\frac{(a-b)^2+4ab}{4}=\frac{(a-b)^2}{4}+ab$，

则用阴影标出一个面积为M^2的图形如下所示：



$$P^2=\frac{a^2+b^2}{2}=\frac{(a-b)^2+2ab}{2}=\frac{(a-b)^2}{2}+ab,$$

则用阴影标出一个面积为P^2的图形如下所示：



②由（2）①可知，$N^2 \le M^2 \le P^2$，当且仅当$a-b=0$，即$a=b$时，等号成立，

$\because a,b$都是正数，

$\therefore M,N,P$都是正数，

$\therefore N \le M \le P$，

故答案为：$N \le M \le P$．

【点睛】本题考查了二次根式的应用、完全平方公式、正方形的性质等知识点，较难的是题（2）①，正确利用完全平方公式进行变形运算是解题关键．

26．【答案】（1）$Q_1(2,1)$

（2）$C(-3,0)$或$C(3,0)$

（3）$4 \le m \le 7$

【分析】(1)根据定义，计算确定即可．

(2)根据平行四边形的性质，运用平移的思想分类计算即可．

(3)根据定义，确定等积点的范围，利用正方形的性质，确定四个顶点的坐标，根据性质建立不等式计算即可．

【小问1详解】

$\because P(1,2)$，$Q_1(2,1)$，$Q_2(-4,-1)$，$Q_3(8,2)$，

$\therefore 1\times2=2\times1$，$1\times(-4)\ne2\times(-1)$，$1\times8\ne2\times2$，

$\therefore$点P的等积点是$Q_1(2,1)$，

故答案为：$Q_1(2,1)$．

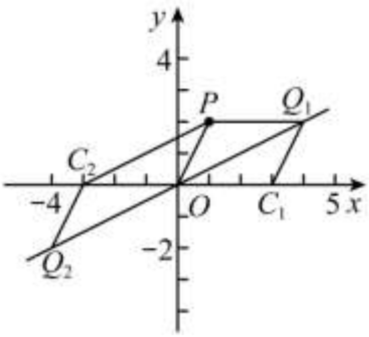
【小问2详解】

设点$Q(x,y)$，

$\because P(1,2)$，点Q是P点的等积点，

$\therefore x=2y$即$y=\dfrac{1}{2}x$，

故点Q在直线$y=\dfrac{1}{2}x$上，



$\therefore$点$Q\left(x,\dfrac{1}{2}x\right)$，

当点O平移得到点P时，平移规律是向右平移1个单位长度，再向上平移2个单位长度，

$\because O$，P，Q，C为顶点的四边形是平行四边形，

$\therefore$点$Q\left(x,\dfrac{1}{2}x\right)$向右平移1个单位长度，再向上平移2个单位长度得到点C，

$\therefore$点$C\left(x+1,\dfrac{1}{2}x+2\right)$，

$\because$点$C\left(x+1,\dfrac{1}{2}x+2\right)$在$x$轴上，

$\therefore$点$\dfrac{1}{2}x+2=0$，

解得$x=-4$，

$\therefore$点$C_2(-3,0)$；

当点P平移得到点O时，平移规律是向左平移1个单位长度，再向下平移2个单位长度，

$\because O$，P，Q，C为顶点的四边形是平行四边形，

$\therefore$点$Q\left(x,\dfrac{1}{2}x\right)$向左平移1个单位长度，再向下平移2个单位长度得到点C，

$\therefore$点$C\left(x-1,\dfrac{1}{2}x-2\right)$，

$\because$点$C\left(x-1,\dfrac{1}{2}x-2\right)$在$x$轴上，

$\therefore$点$\dfrac{1}{2}x-2=0$，

解得$x=4$，

$\therefore$点$C_1(3,0)$；

综上所述，点$C(-3,0)$或$C(3,0)$．

【小问3详解】

设点 $Q(x,y)$，

$\because P(1,2)$，点 Q 是 P 点的等积点，

$\therefore x=2y$ 即 $y=\frac{1}{2}x$，

故点 Q 在直线 $y=\frac{1}{2}x$ 上，

设点 B 的等积点坐标 (x,y)，

$\because B\left(1,\frac{1}{2}\right)$，

$\therefore x=\frac{1}{2}y$ 即 $y=2x$，

故点 B 的等积点在直线 $y=2x$ 上，

$\because$ 点 $M(5,m)$，点 N 是以点 M 为中心，边长为 2 且各边与坐标轴平行的正方形 T 上的任意一点，

设该正方形为 $EFGH$，则 $E(4,m+1),F(4,m-1),G(6,m-1),H(6,m+1)$，

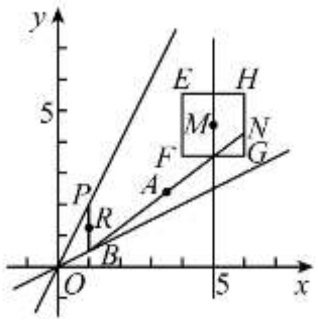
$\because$ A 为 R 的等积点，R 在 PB 上，

$\therefore$ 每一点 A 在直线 $y=\frac{1}{2}x$ 与直线 $y=2x$ 在第一象限交成的锐角内部或边上，

当 $G(6,m-1)$ 在直线 $y=\frac{1}{2}x$ 上时，m 取得最小值，

故 $m-1=\frac{1}{2}\times 6$，

解得 $m=4$；



当 $E(4,m+1)$ 在直线 $y=2x$ 上时，m 取得最大值，

故 $m+1=2\times 4$，

解得 $m=7$；

故 m 的取值范围是 $4\le m\le 7$．

【点睛】本题考查了新定义问题，平行四边形的判定，平移规律，正方形的性质，正确理解新定义是解题的关键．