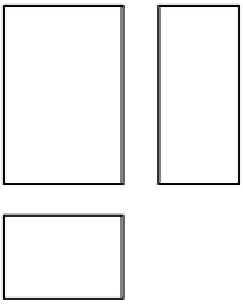
2024 北京西城外国语学校初三 3 月月考

数　　学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 如图是某几何体的三视图，该几何体是（　　）

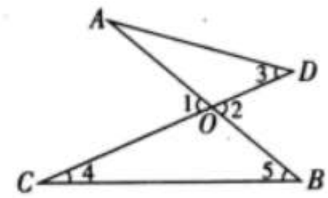


A. 圆柱　　B. 长方体　　C. 三棱锥　　D. 圆锥

2. 北斗三号最后一颗全球组网卫星从西昌卫星发射中心发射升空，6 月 30 成功定点于距离地球 36000000m 的地球同步轨道．将 36000000 用科学记数法表示应为（　　）

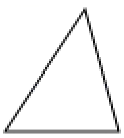
A. 0.36×10^{7}　　B. 3.6×10^{7}　　C. 3.6×10^{6}　　D. 36×10^{5}

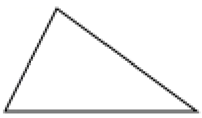
3. 如图，AB 和 CD 相交于点 O，则下列结论正确的是（　）

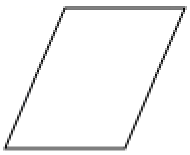


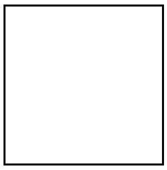
A. ∠1=∠2　　B. ∠2=∠3　　C. ∠1＞∠4+∠5　　D. ∠2＜∠5

4. 下列图形中，既是中心对称图形也是轴对称图形的是（　　）

A. 

B. 

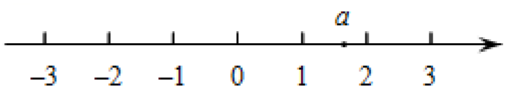
C. 

D. 

5. 正六边形的外角和是（　）

A. $720°$　　B. $540°$　　C. $360°$　　D. $180°$

6. 实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示．若实数 b 满足 $-a<b<a$，则 b 的值可以是（　）



A. 2　　B. -1　　C. -2　　D. -3

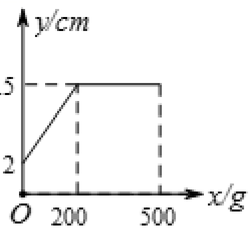
7. 不透明的袋子中装有两个小球，上面分别写着“1”，“2”，除数字外两个小球无其他差别．从中随机摸出一个小球，记录其数字，放回并摇匀，再从中随机摸出一个小球，记录其数字，那么两次记录的数字之和为 3 的概率是（　）

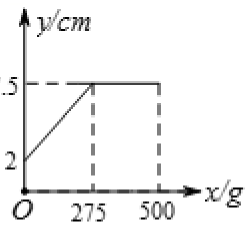
A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

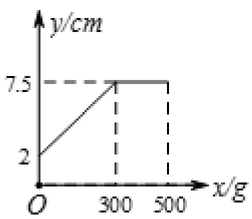
8. 某班同学在研究弹簧的长度跟外力的变化关系时，实验记录得到相应的数据如下表：

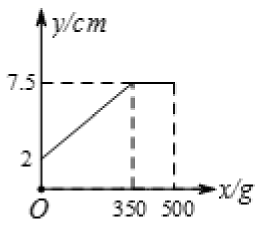
砝码的质量 x/g	0	50	100	150	200	250	300	400	500
指针位置 y/cm	2	3	4	5	6	7	7.5	7.5	7.5

则下列图象中，能表示 y 与 x 的函数关系的图象大致是(　)

A.


B.


C.


D.


二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若代数式 $\frac{1}{x+7}$ 有意义，则函数 x 的取值范围是__________.

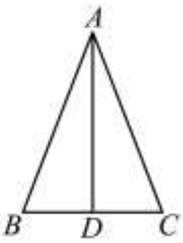
10. 写出一个比 $\sqrt{10}$ 大且比 $\sqrt{23}$ 小的整数是___________.

11. 方程组 $\begin{cases} x-y=1 \\ 3x+y=11 \end{cases}$ 的解为_______.

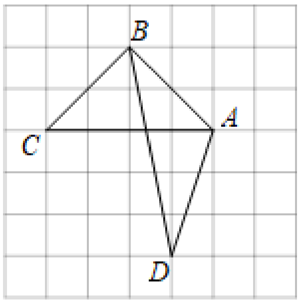
12. 如果 $a^2-3a+2=0$，那么代数式 $\left(a-\frac{9}{a}\right)\cdot\frac{a^2}{a+3}$ 的值是_______.

13. 在直角坐标系 xOy 中，直线 $y=x$ 与双曲线 $y=\frac{m}{x}$ 交于 A，B 两点．若点 A，B 的横坐标分别为 x_1, x_2，则 x_1+x_2 的值为______________.

14. 在△ABC 中，AB=AC，点 D 在 BC 上（不与点 B，C 重合）．只需添加一个条件即可证明△ABD≌△ACD，这个条件可以是________（写出一个即可）



15. 如图所示的网格是正方形网格，A，B，C，D 是网格交点，则△ABC 的面积与△ABD 的面积的大小关系为：$S_{\triangle ABC}$______$S_{\triangle ABD}$（填“＞”，“＝”或“＜”）



16. 小宇计划在某外卖网站点如下表所示的菜品.已知每份订单的配送费为3元，商家为了促销，对每份订单的总价(不含配送费)提供满减优惠：满30元减12元，满60元减30元，满100元减45元．如果小宇在购买下表中的所有菜品时，采取适当的下订单方式，那么他点餐的总费用最低可为

______________________元.

菜品	单价(含包装费)	数量
水煮牛肉（小）	30元	1
醋溜土豆丝（小）	12元	1
豉汁排骨（小）	30元	1
手撕包菜（小）	12元	1
米饭	3元	1

三、解答题（本题共68分）

17. 计算：$(\frac{1}{3})^{-1}+\sqrt{18}+|-2|-6\sin 45°$

18. 解不等式组：$\begin{cases} 5x-3>2x \\ \dfrac{2x-1}{\sqrt{4}}<\dfrac{x}{2} \end{cases}$.

19. 已知$5x^2-x-1=0$，求代数式$(3x+2)(3x-2)+x(x-2)$的值.

20. 已知：如图，△ABC为锐角三角形，AB=AC，CD∥AB.

求作：线段BP，使得点P在直线CD上，且∠ABP=$\dfrac{1}{2}\angle BAC$.

作法：①以点A为圆心，AC长为半径画圆，交直线CD于C，P两点；②连接BP．线段BP就是所求作线段.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明.

证明：∵CD∥AB，

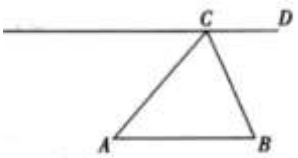
∴∠ABP=____.

∵AB=AC，

∴点B在⊙A上.

又∵∠BPC=$\dfrac{1}{2}$∠BAC（_）（填推理依据）

∴∠ABP=$\dfrac{1}{2}$∠BAC

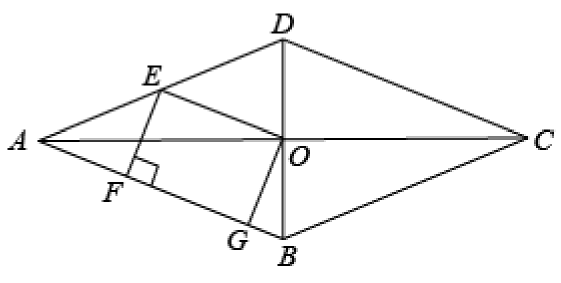


21. 关于x的一元二次方程．$ax^2+bx+2=0$，

（1）当$b=a+4$时，利用根的判别式判断方程根的情况；

（2）若方程有两个相等的实数根，写出一组满足条件的a，b的值，并求此时方程的根.

22. 如图，菱形$ABCD$的对角线AC与BD相交于点O，E是AD的中点，点F，G在AB上，$EF\perp AB$，$OG\parallel EF$.



（1）求证：四边形$OEFG$是矩形；

（2）若$AD=20$，$EF=8$，求OE和BG的长.

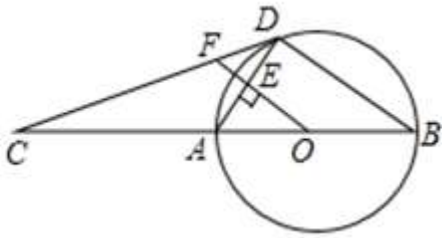
23. 在平面直角坐标系xOy中，一次函数$y=kx+b$（$k\neq0$）的图象由函数$y=x$的图象平移得到，且

$y=kx+b$经过点$(2,1)$.

（1）求这个一次函数的解析式;

（2）当$x>2$时，对于x的每一个值，函数$y=mx$（$m\neq 0$）的值小于一次函数 $y=kx+b$的值，直接写出m的取值范围.

24. 如图，AB为$\odot O$的直径，C为BA延长线上一点，CD是$\odot O$的切线，D为切点，$OF\perp AD$于点E，交CD于点F.

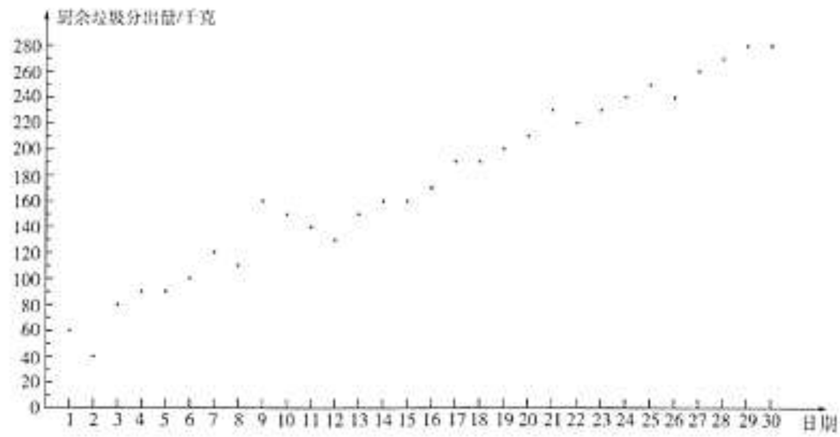


（1）求证：$\angle ADC=\angle AOF$

（2）若 $sinC=\dfrac{2}{3}$，$BD=10$，求EF的长.

25. 小云统计了自己所住小区5月1日至30日的厨余垃圾分出量（单位：千克），相关信息如下：

a．小云所住小区5月1日至30日的厨余垃圾分出量统计图：



b．小云所住小区5月1日至30日分时段的厨余垃圾分出量的平均数如下：

时 段	1日至10日	11日至20日	21日至30日
平均数	100	170	250

（1）该小区5月1日至30日的厨余垃圾分出量的平均数约为______（结果取整数）;

（2）已知该小区4月的厨余垃圾分出量的平均数为60，则该小区5月1日至30日的厨余垃圾分出量的平均数约为4月_____倍（结果保留小数点后一位）;

（3）记该小区5月1日至10日的厨余垃圾分出量的方差为s_1^2，5月11日至20日的厨余垃圾分出量的方

差为s_2^2，5月21日至30日的厨余垃圾分出量的方差为s_3^2，直接写出s_1^2，s_2^2，s_3^2的大小关系为________.

26. 在平面直角坐标系xOy中，$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$为抛物线$y=ax^2+bx+c(a>0)$上任意两点，其中$x_1<x_2$.

（1）若抛物线的对称轴为$x=1$，当x_1,x_2为何值时，$y_1=y_2=c$;

（2）设抛物线的对称轴为$x=t$．若对于$x_1+x_2>3$，都有$y_1<y_2$，求t的取值范围.

27. 在$\triangle ABC$中，∠C=90°，AC＞BC，D是AB的中点．E为直线上一动点，连接DE，过点D作DF⊥DE，交直线BC于点F，连接EF.

（1）如图1，当E是线段AC的中点时，设$AE=a,BF=b$，求EF的长（用含a,b的式子表示）;

（2）当点E在线段CA的延长线上时，依题意补全图2，用等式表示线段AE，EF，BF之间的数量关系，并证明.

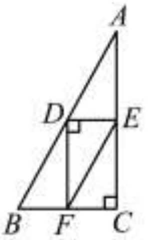


图1

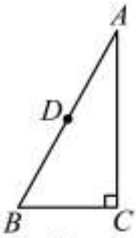
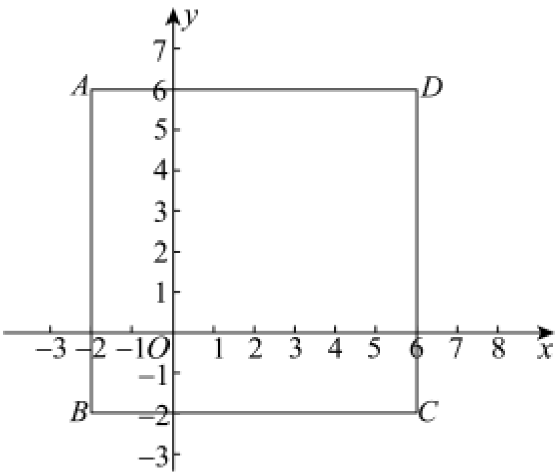


图2

28. 对于平面直角坐标系xOy中的图形M，N，给出如下定义：P为图形M上任意一点，Q为图形N上任意一点，如果P，Q两点间的距离有最小值，那么称这个最小值为图形M，N间的“闭距离”，记作$d(M，N)$．已知点$A(-2,6)$，$B(-2,-2)$，$C(6,-2)$.



（1）求$d(点O,\triangle ABC)$;

（2）记函数$y=kx(-1\le x\le 1，k\ne 0)$的图象为图形$G$，若$d(G,\triangle ABC)=1$，直接写出$k$的取值范围;

（3）$\odot T$的圆心为$T(t,0)$，半径为1．若$d(\odot T,\triangle ABC)=1$，直接写出$t$的取值范围.

参考答案

一、选择题（本题共16分，每小题2分）第1—8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1.【答案】B

【分析】此题考查了由三视图判断几何体，解题的关键是熟记一些简单的几何体的三视图．由三视图想象几何体的形状，首先，应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，然后综合起来考虑整体形状．

【详解】解：根据主视图、左视图、俯视图为矩形判断出是长方体．

故选：B．

2.【答案】B

【分析】此题考查科学记数法的定义，关键是理解运用科学记数法．利用科学记数法的定义解决．科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\le|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．

【详解】解：$36000000=3.6\times10^{7}$．

故选：B．

3.【答案】A

【分析】根据对顶角性质、三角形外角性质分别进行判断，即可得到答案．

【详解】解：由两直线相交，对顶角相等可知A正确；

由三角形的一个外角等于它不相邻的两个内角的和可知

B选项为∠2>∠3，

C选项为∠1=∠4+∠5，

D选项为∠2>∠5．

故选：A．

【点睛】本题考查了三角形的外角性质，对顶角性质，解题的关键是熟练掌握三角形的外角性质进行判断．

4.【答案】D

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解即可．

【详解】A.既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故此选项不合题意；

B.既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故此选项不合题意；

C.不是轴对称图形，是中心对称图形，故此项不合题意；

D.既是中心对称图形，又是轴对称图形，故此项符合题意．

故选：D．

【点睛】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后与原图重合．

5.【答案】C

【分析】根据任何多边形的外角和是 360 度即可求出答案.

【详解】解：六边形的外角和是 360°.

故选：C.

【点睛】考查了多边形的外角和定理，任何多边形的外角和是 360 度. 外角和与多边形的边数无关.

6.【答案】B

【分析】先根据数轴的定义得出 a 的取值范围，从而可得出 b 的取值范围，由此即可得.

【详解】解：由数轴的定义得：$1<a<2$，

$\therefore -2<-a<-1$，

$\therefore -2<b<2$，

观察四个选项，只有选项 B 符合.

故选：B.

【点睛】本题主要考查了数轴的定义，确定 b 的取值范围是解题关键.

7.【答案】C

【分析】先根据题意画出树状图，再利用概率公式计算即可.

【详解】解：画树状图如下：

所以共 4 种情况：其中满足题意的有两种，

所以两次记录的数字之和为 3 的概率是 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

故选 C.

【点睛】本题考查的是画树状图求解概率，掌握画树状图求概率是解题的关键.

8.【答案】B

【分析】通过（0，2）和（100，4）利用待定系数法求出一次函数的解析式，再对比图象中的折点即可选出答案.

【详解】解：由表格可得，一次函数过点（0，2）和（100，4），

设一次函数解析式为 $y=kx+b$，代入点（0,2）和点（100,4）

可解得，$k=0.02$，$b=2$，

则一次函数解析式为 $y=0.02x+2$，

当 $y=7.5$ 时，$x=275$，

故选 B.

【点睛】此题主要考查函数的图象和性质，利用待定系数法求一次函数解析式.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.【答案】$x \neq -7$

【分析】此题考查了分式有意义的条件，根据分式的分母不等于0进行解答即可.

【详解】解：∵代数式 $\frac{1}{x+7}$ 有意义，

∴ $x+7 \neq 0$，即 $x \neq -7$，

故答案为：$x \neq -7$

10.【答案】4

【分析】本题考查了算术平方根及无理数的估算，熟练掌握知识点是解题的关键．根据算术平方根的定义估算出 $\sqrt{10}$，$\sqrt{23}$ 的大小，进而可得答案.

【详解】解：∵ $3^2=9, 4^2=16$，$9<10<16$

∴ $3<\sqrt{10}<4$，

∵ $4^2=16, 5^2=25, 16<23<25$，

∴ $4<\sqrt{23}<5$，

∴大于 $\sqrt{10}$ 且小于 $\sqrt{23}$ 的整数是4，

故答案为：4.

11.【答案】$\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$

【分析】此题考查了解二元一次方程组，利用加减消元法解方程组即可.

【详解】解：$\begin{cases} x-y=1① \\ 3x+y=11② \end{cases}$

①+②得，$4x=12$，

解得 $x=3$，

把 $x=3$ 代入②得，$3\times3+y=11$，

解得 $y=2$，

∴ $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$，

故答案为：$\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$

12.【答案】-2

【分析】此题考查了分式的化简求值，先利用减法法则和乘法法则计算得到化简结果，再利用整体代入即可得到答案.

【详解】解：$\left(a-\frac{9}{a}\right)\cdot\frac{a^2}{a+3}$

$=\frac{a^2-9}{a}\cdot\frac{a^2}{a+3}$

$=\frac{(a+3)(a-3)}{a}\cdot\frac{a^2}{a+3}$

$=a(a-3)$

$=a^2-3a$，

$\because a^2-3a+2=0,$

$\therefore a^2-3a=-2$，

$\therefore$代数式$\left(a-\frac{9}{a}\right)\cdot\frac{a^2}{a+3}$的值是$-2$

故答案为：-2.

13.【答案】0

【分析】此题考查了一次函数和反比例函数交点问题，联立函数解析式得到$x^2=m$，解得$x_1=-m,x_2=m$或$x_1=m,x_2=-m$，即可得到答案.

【详解】解：联立直线$y=x$与双曲线$y=\frac{m}{x}$得到，$x=\frac{m}{x}$，

则$x^2=m$，

$\therefore x_1=-m,x_2=m$或$x_1=m,x_2=-m$，

$\therefore x_1+x_2=0$

故答案为：0

14.【答案】∠BAD=∠CAD（或 BD=CD）

【分析】证明△ABD≌△ACD，已经具备$AB=AC,AD=AD,$根据选择的判定三角形全等的判定方法可得答案.

【详解】解：$\because AB=AC,AD=AD,$

$\therefore$ 要使$\triangle ABD\cong\triangle ACD,$

则可以添加：∠BAD=∠CAD，

此时利用边角边判定：$\triangle ABD\cong\triangle ACD,$

或可以添加：$BD=CD,$

此时利用边边边判定：$\triangle ABD\cong\triangle ACD,$

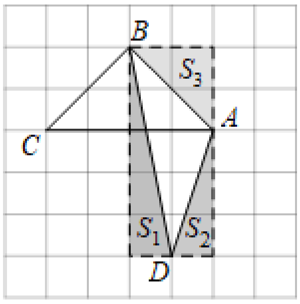
故答案为：∠BAD=∠CAD或（$BD=CD.$）

【点睛】本题考查的是三角形全等的判定，属开放性题，掌握三角形全等的判定是解题的关键.

15.【答案】=

【分析】在网格中分别计算出三角形的面积，然后再比较大小即可．

【详解】解：如下图所示，设小正方形网格的边长为 1 个单位，



由网格图可得 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times4\times2=4$ 个平方单位，

$S_{\triangle ABD}=5\times2-S_1-S_2-S_3=10-\frac{1}{2}\times1\times5-\frac{1}{2}\times1\times3-\frac{1}{2}\times2\times2=4$，

故有 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABD}$．

故答案为：“＝”

【点睛】本题考查了三角形的面积公式，在网格中当三角形的底和高不太好求时可以采用割补的方式进行求解，用大的矩形面积减去三个小三角形的面积即得到△ABD 的面积．

16.【答案】54

【分析】根据满 30 元减 12 元，满 60 元减 30 元，满 100 元减 45 元，即可得到结论．

【详解】小宇应采取的订单方式是 60 一份，30 一份，

所以点餐总费用最低可为 60-30+3+30-12+3=54 元，

答：他点餐总费用最低可为 54 元．

故答案为：54．

【点睛】本题考查了有理数的加减混合运算，正确的理解题意是解题的关键．

三、解答题（本题共 68 分）

17.【答案】5

【分析】分别计算负整数指数幂，算术平方根，绝对值，锐角三角函数，再合并即可得到答案．

【详解】解：原式$=3+3\sqrt{2}+2-6\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=3+3\sqrt{2}+2-3\sqrt{2}$

$=5.$

【点睛】本题考查的是负整数指数幂，算术平方根，绝对值，锐角三角函数，以及合并同类二次根式，掌握以上的知识是解题的关键．

18.【答案】无解

【分析】此题考查了求不等式组的解集和算术平方根，先求出每个不等式的解集，根据不等式解集的公共部分即可解答.

【详解】解：$\begin{cases}5x-3>2x① \\ \dfrac{2x-1}{\sqrt{4}}<\dfrac{x}{2}②\end{cases}$

解不等式①得，$x>1$

解不等式②得，$x<1$

∴原不等式组无解.

19.【答案】$10x^2-2x-4$，-2

【分析】先按照整式的混合运算化简代数式，注意利用平方差公式进行简便运算，再把$5x^2-x-1=0$变形后，整体代入求值即可.

【详解】解：原式=$9x^2-4+x^2-2x$

$=10x^2-2x-4$.

∵$5x^2-x-1=0$，

∴$5x^2-x=1$，

∴$10x^2-2x=2$，

∴原式=$2-4=-2$.

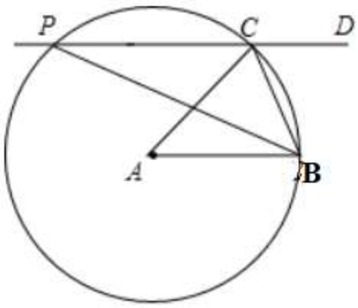
【点睛】本题考查的是整式化简求值，掌握利用平方差公式进行简便运算，整体代入求值是解题的关键.

20.【答案】(1）见解析；(2）∠BPC，在同圆或等圆中同弧所对的圆周角等于它所对圆心角的一半

【分析】(1）按照作法的提示，逐步作图即可；

(2）利用平行线的性质证明：$\angle ABP=\angle BPC,$ 再利用圆的性质得到：∠BPC=$\frac{1}{2}$∠BAC，从而可得答案.

【详解】解：(1）依据作图提示作图如下：



(2）证明：∵CD∥AB，

∴∠ABP=_$\angle BPC$__.

∵AB=AC，

∴点B在⊙A上.

又∵∠BPC=$\frac{1}{2}$∠BAC（在同圆或等圆中同弧所对的圆周角等于它所对圆心角的一半.）（填推理依据）

∴$\angle ABP=\frac{1}{2}\angle BAC$

故答案为：∠BPC；在同圆或等圆中同弧所对的圆周角等于它所对圆心角的一半.

【点睛】本题考查的是作图中复杂作图，同时考查了平行线的性质，圆的基本性质：在同圆或等圆中同弧所对的圆周角等于它所对圆心角的一半．掌握以上知识是解题的关键.

21.【答案】(1）原方程有两个不相等的实数根.

（2）$a=-1$，$b=1$时，$x_1=-1,x_2=2$.（答案不唯一）

【分析】此题考查了一元二次方程$ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$根的判别式$\Delta=b^2-4ac$，解一元二次方程等知识，熟练掌握一元二次方程根的判别式是解题的关键.

（1）求出根的判别式Δ，判断其范围，即可判断方程根的情况.

（2）方程有两个不相等的实数根，则$\Delta>0$，写出一组满足条件的a，b的值，并解得到的方程即可.

【小问1详解】

解：$ax^2+bx+2=0$，

由题意：$a\neq 0$．$b=a+4$，

∵$\Delta=b^2-4a\times 2=\left(a+4\right)^2-8a=a^2+16>0$，

∴原方程有两个不相等　实数根.

小问2详解】

∵$ax^2+bx+2=0$有两个相等的实数根，

∴$\Delta=b^2-4a\times 2=b^2-8a>0$，且$a\neq 0$，

满足条件的a，b的值不唯一，满足$b^2-8a>0$（$a\neq 0$）即可，例如：

令$a=-1$，$b=1$，则$b^2-8a=1^2-8\times\left(-1\right)=9>0$

则原方程为$-x^2+x+2=0$，即$x^2-x-2=0$

∴$\left(x+1\right)\left(x-2\right)=0$

∴$x+1=0$或$x-2=0$

解得：$x_1=-1,x_2=2$.

22.【答案】(1）见解析　（2）$OE=10$，$BG=4$

【分析】(1）证OE为△ABD的中位线，则$OE\parallel FG$，再证四边形$OEFG$为平行四边形，然后根据$EF\perp AB$，即可得出结论；

（2）根据菱形的性质得到$AB=AD=20$，$OB=OD$，$AC\perp BD$，根据直角三角形斜边中线的性质得到$OE=AE=\frac{1}{2}AD=10$，根据矩形的性质得到$\angle EFG=\angle AFE=90°$，$OG=EF=8$，$FG=OE=10$，根据勾股定理求出$AF=6$，于是得到$BG=4$.

【小问1详解】

证明：∵四边形$ABCD$为菱形，

∴$OB=OD$，

∵点 E 为 AD 中点，

∴OE 为△ABD 的中位线，

∴$OE\parallel FG$，

∵$OG\parallel EF$，

∴四边形 $OEFG$ 为平行四边形，

∵$EF\perp AB$，

∴$\angle EFG=90°$，

∴平行四边形 $OEFG$ 为矩形；

【小问 2 详解】

解：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AB=AD=20$，$OB=OD$，$AC\perp BD$，

∵点 E 为 AD 的中点，$AD=20$，

∴$OE=AE=\frac{1}{2}AD=10$，

由（1）知，四边形 $OEFG$ 是矩形，

∴$\angle EFG=\angle AFE=90°$，$OG=EF=8$，$FG=OE=10$，

∴$AF=\sqrt{10^2-8^2}=6$，

∴$BG=AB-AF-FG=20-6-10=4$.

【点睛】本题考查了矩形的判定与性质、菱形的性质、平行四边形的判定与性质、三角形中位线定理、直角三角形斜边上的中线性质、勾股定理等知识，熟练掌握矩形的判定与性质、菱形的性质是解题的关键，属于中考常考题型.

23.【答案】（1） $y=x-1$

（2） $m\le\frac{1}{2}$

【分析】本题考查了一次函数图象的平移，一次函数解析式，一次函数与不等式等知识．解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用和数形结合.

（1）由一次函数图象平移可知 $k=1$，将 $(2,1)$ 代入 $y=x+b$，求 b 的值，进而可得一次函数解析式；

（2）如图，由图象可知，当 $m\le\frac{1}{2}$ 时，当 $x>2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx$ （$m\ne0$）的值小于一次函数 $y=x-1$ 的值，进而可得答案.

【小问 1 详解】

解：∵一次函数 $y=kx+b$ （$k\ne0$）的图象由函数 $y=x$ 的图象平移得到，

∴ $k=1$，

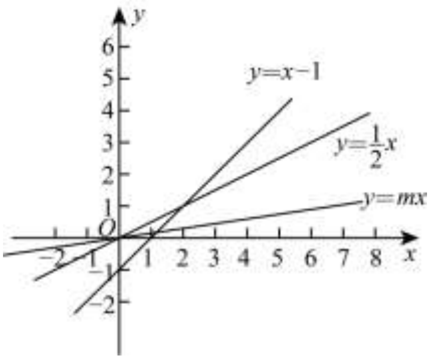
将 $(2,1)$ 代入 $y=x+b$ 得， $2+b=1$

解得$b=-1$

∴一次函数解析式为$y=x-1$.

【小问 2 详解】

解：如图，



由图象可知，当$m\le\dfrac{1}{2}$时，当$x>2$时，对于x的每一个值，函数$y=mx$（$m\ne 0$）的值小于一次函数$y=x-1$的值，

∴m的取值范围为$m\le\dfrac{1}{2}$.

24.【答案】(1）见解析 （2）1

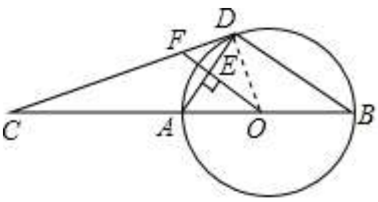
【分析】本题主要考查了切线的性质，相似三角形的判定和性质，解直角三角形等知识，正确的作出辅助线是解题的关键.

（1）连接OD，由切线的性质得到$\angle ADC+\angle ADO=90^\circ$，由等腰三角形的性质得到$\angle DAO=\angle ADO$，根据$\angle AOF+\angle DAO=90^\circ$，由等量代换即可得到结论；

（2）根据三角形中位线定理得到$OE=\dfrac{1}{2}BD=5$，由$\sin C=\dfrac{OD}{OC}=\dfrac{2}{3}$，可设$OD=OA=OB=2x$，则$OC=3x$，得到$CB=5x$，证明$\triangle COF\backsim\triangle CBD$，根据相似三角形的性质求出$OF$,即可得到答案.

【小问 1 详解】

解：连接OD，



∵$OF\perp AD$，

$\therefore\angle AOF+\angle DAO=90^\circ$，

∵CD是$\odot O$的切线，D为切点，

$\therefore\angle CDO=90^\circ$，

$\therefore\angle ADC+\angle ADO=90^\circ$，

∵$OA=OD$，

$\therefore \angle DAO = \angle ADO$，

$\therefore \angle ADC = \angle AOF$；

【小问 2 详解】

$\because AB$ 为$\odot O$　直径，

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$，

$\because OF \perp AD$，

$\therefore \angle AEO = 90^\circ$，$AE = DE$，

$\therefore \angle ADB = \angle AEO = 90^\circ$

$\therefore OF // BD$

$\because AO = OB$，

$\therefore OE$ 是$\triangle ABD$ 的中位线，

$\therefore OE = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\times 10 = 5$，

$\because \sin C = \frac{OD}{OC} = \frac{2}{3}$，

$\therefore$ 设 $OD = OA = OB = 2x$，则 $OC = 3x$，

$\therefore CB = 5x$，

$\because OF // BD$，

$\therefore \angle OFC = \angle BDC, \angle COF = \angle CBD$

$\therefore \triangle COF \backsim \triangle CBD$，

$\therefore \frac{OC}{BC} = \frac{OF}{BD}$，

$\therefore \frac{3x}{5x} = \frac{OF}{10}$，

$\therefore OF = 6$，

$\therefore EF = OF - OE = 6 - 5 = 1$.

25.【答案】（1）173；

（2）2.9

（3）$s_1^2 > s_2^2 > s_3^2$

【分析】本题考查了方差的意义，平均数，以及数据的分析处理，解题的关键是熟练掌握题意，正确的分析数据的联系.

（1）利用加权平均数的计算公式进行计算，即可得到答案；

（2）利用 5 月份　平均数除以 4 月份的平均数，即可得到答案；

（3）直接利用点状图和方差的意义进行分析，即可得到答案.

【小问 1 详解】

平均数：$\frac{1}{30}\times[(100\times10)+(170\times10)+(250\times10)]=173$（千克）；

故答案为：173；

【小问 2 详解】

$173\div60\approx2.9$倍；

故答案为：2.9；

【小问 3 详解】

方差反应数据的稳定程度，即从点状图中表现数据的离散程度，

所以从图中可知：$s_1^2>s_2^2>s_3^2$；

故答案为：$s_1^2>s_2^2>s_3^2$

26.【答案】（1）$x_1=0,x_2=2$；（2）$t\le\frac{3}{2}$

【分析】（1）根据抛物线解析式得抛物线必过（0，c），因为$y_1=y_2=c$，抛物线的对称轴为$x=1$，可得点 M，N 关于$x=1$对称，从而得到x_1,x_2的值；

（2）根据题意知，抛物线开口向上，对称轴为$x=t$，分 3 种情况讨论，情况 1：当x_1,x_2都位于对称轴右侧时，情况 2：当x_1,x_2都位于对称轴左侧时，情况 3：当x_1,x_2位于对称轴两侧时，分别求出对应的 t 值，再进行总结即可.

【详解】解：（1）当 x=0 时，y=c，

即抛物线必过（0，c），

∵$y_1=y_2=c$，抛物线的对称轴为$x=1$，

∴点 M，N 关于$x=1$对称，

又∵$x_1<x_2$，

∴$x_1=0$，$x_2=2$；

（2）由题意知，a＞0，

∴抛物线开口向上

∵抛物线的对称轴为$x=t$，$x_1<x_2$

∴情况 1：当x_1,x_2都位于对称轴右侧时，即当$x_1\ge t$时，$y_1<y_2$恒成立

情况 2：当x_1,x_2都位于对称轴左侧时，即$x_1<t,x_2\le t$时，$y_1<y_2$恒不成立

情况 3：当x_1,x_2位于对称轴两侧时，即当$x_1<t,x_2>t$时，要使$y_1<y_2$，必有$|x_1-t|<|x_2-t|$，即

$(x_1-t)^2<(x_2-t)^2$

解得$x_1+x_2>2t$，

∴3≥2t，

$\therefore t \le \frac{3}{2}$

综上所述，$t \le \frac{3}{2}$.

【点睛】本题考查了二次函数图象的性质．解题的关键是学会分类讨论的思想及数形结合思想．

27.【答案】(1) $\sqrt{a^2+b^2}$；(2) 图见解析，$EF^2=AE^2+BF^2$，证明见解析．

【分析】(1) 先根据中位线定理和线段中点定义可得 $DE//BC$，$DE=\frac{1}{2}BC$，$CE=AE=a$，再根据平行四边形的性质、矩形的判定与性质可得 $DE=CF$，从而可得 $CF=BF=b$，然后利用勾股定理即可得；

(2) 如图（见解析），先根据平行线的性质可得 $\angle EAD=\angle GBD$，$\angle DEA=\angle DGB$，再根据三角形全等的判定定理与性质可得 $ED=GD$，$AE=BG$，然后根据垂直平分线的判定与性质可得 $EF=FG$，最后在 $Rt\triangle BGF$ 中，利用勾股定理、等量代换即可得证．

【详解】(1) ∵D 是 AB 的中点，E 是线段 AC 的中点

∴DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线，且 $CE=AE=a$

$\therefore DE//BC$，$DE=\frac{1}{2}BC$

$\because \angle C=90^\circ$

$\therefore \angle DEC=180^\circ-\angle C=90^\circ$

$\because DF\perp DE$

$\therefore \angle EDF=90^\circ$

∴四边形 DECF 为矩形

$\therefore DE=CF$

$\therefore CF=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}(BF+CF)$

$\therefore CF=BF=b$

则在 $Rt\triangle CEF$ 中，$EF=\sqrt{CE^2+CF^2}=\sqrt{a^2+b^2}$；

(2) 过点 B 作 AC 的平行线交 ED 的延长线于点 G，连接 FG

$\because BG//AC$

$\therefore \angle EAD=\angle GBD$，$\angle DEA=\angle DGB$

∵D 是 AB 的中点

$\therefore AD=BD$

$\triangle EAD$ 和 $\triangle GBD$ 中，$\begin{cases}\angle EAD=\angle GBD\\ \angle DEA=\angle DGB\\ AD=BD\end{cases}$

$\therefore \triangle EAD \cong \triangle GBD(AAS)$

$\therefore ED = GD$， $AE = BG$

又$\because DF \perp DE$

∴DF 是线段 EG 的垂直平分线

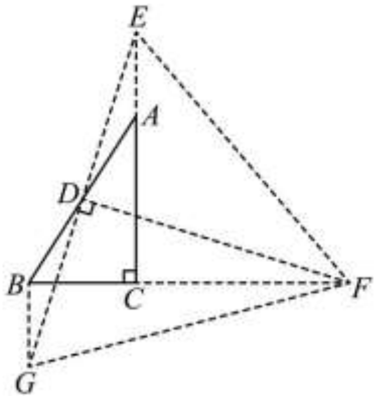
$\therefore EF = FG$

$\because \angle C = 90°$， $BG // AC$

$\therefore \angle GBF = \angle C = 90°$

在 $Rt\triangle BGF$ 中，由勾股定理得： $FG^2 = BG^2 + BF^2$

$\therefore EF^2 = AE^2 + BF^2$.



【点睛】本题考查了中位线定理、矩形的判定与性质、三角形全等的判定定理与性质、垂直平分线的判定与性质、勾股定理等知识点，较难的是题（2），通过作辅助线，构造全等三角形和直角三角形是解题关键.

28.【答案】（1）2　（2）$-1 \le k \le 1$ 且 $k \ne 0$；

（3）$t=-4$ 或 $0 \leqslant t \leqslant 4-2\sqrt{2}$ 或 $t=4+2\sqrt{2}$

【分析】（1）根据定义解答即可；

（2）画出图形，根据自变量 x 的取值范围和“闭距离”为 1 确定 k 的取值范围即可；

（3）分$\odot T$ 在 $\triangle ABC$ 的左侧、$\odot T$ 在 $\triangle ABC$ 的内部和$\odot T$ 在 $\triangle ABC$ 的右侧三种情况，分别画出图形，结合图形求解即可.

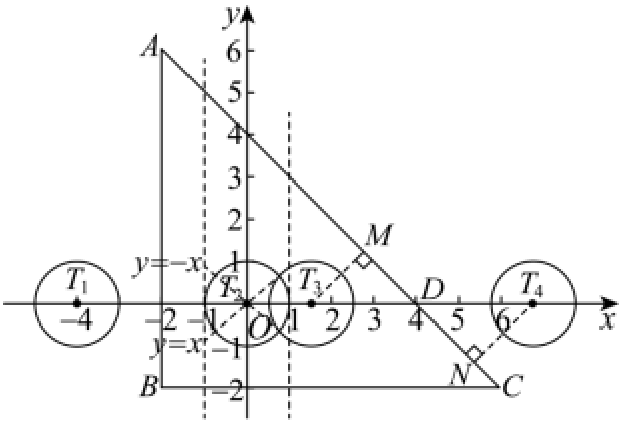
【小问 1 详解】

解：如图所示，点 O 到 $\triangle ABC$ 的距离的最小值为 2，

$\therefore d\left(点O,\triangle ABC\right) = 2$；

【小问 2 详解】

解： $y = kx(k \ne 0)$ 经过原点，在 $-1 \le x \le 1$ 范围内，函数图象为线段，如图，



当 $y=kx(-1\le x\le 1，k\ne 0)$ 经过 $1,-1$ 时，$k=-1$，此时 $d(G,\triangle ABC)=1$；

当 $y=kx(-1\le x\le 1，k\ne 0)$ 经过 $(-1,-1)$ 时，$k=1$，此时 $d(G,\triangle ABC)=1$.

$\therefore -1\le k\le 1$.

$\because k\ne 0$，

$\therefore -1\le k\le 1$ 且 $k\ne 0$；

【小问 3 详解】

解：$\odot T$ 与 $\triangle ABC$ 的位置关系分三种情况：①当 $\odot T$ 在 $\triangle ABC$ 的左侧时，如图 $\odot T_1$，

由 $d(\odot T,\triangle ABC)=1$，得出 $t=-4$；

②当 $\odot T$ 在 $\triangle ABC$ 内部时，

当点 T 与原点重合时，如图 $\odot T_2$，

由 $d(\odot T,\triangle ABC)=1$，得出 $t=0$；

当点 T 位于 T_3 位置时，如图 $\odot T_3$，

由 $d(\odot T,\triangle ABC)=1$，得出 $T_3M=2$，

$\because AB=BC=8，\angle ABC=90^\circ$，

$\therefore \angle C=\angle T_3DM=45^\circ$.

则 $T_3D=\dfrac{T_3M}{\cos 45^\circ}=2\sqrt{2}$，

$\therefore t=4-2\sqrt{2}$，故此时 $0\leqslant t\leqslant 4-2\sqrt{2}$；

③当 $\odot T$ 在 $\triangle ABC$ 右边时，如图 $\odot T_4$，

由 $d(\odot T,\triangle ABC)=1$，得出 $T_4N=2$，

$\because \angle T_4DC=\angle C=45^\circ$，

$\therefore T_4D=\dfrac{T_4N}{\cos 45^\circ}=2\sqrt{2}$.

$\therefore t=4+2\sqrt{2}$.

综上可知，$t=-4$ 或 $0\leqslant t\leqslant 4-2\sqrt{2}$ 或 $t=4+2\sqrt{2}$.

【点睛】本题考查新定义，点到直线的距离，一次函数的实际应用，等腰直角三角形的判定和性质，解直角三角形等知识．理解“闭距离”的定义，并利用数形结合和分类讨论的思想是解题关键．