2024北京门头沟高三一模

数　　学

本试卷共9页，150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题 共40分）

一、选择题：共10小题，每小题4分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A=\{0,1,2,3\}$，集合 $B=\{x|1<x<4\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{2,3\}$　B. $\{0,1,2\}$　C. $\{1,2\}$　D. $\{1,2,3\}$

2. 在复平面内，复数 z 满足 $\mathrm{i}z=3-4\mathrm{i}$，则 z 的虚部为

A. $3\mathrm{i}$　B. $-3\mathrm{i}$　C. 3　D. -3

3. 下列函数中，既是奇函数又在 $(0,+\infty)$ 上单调递增的是

A. $y=x^{\frac{1}{2}}$　B. $y=\frac{1}{x}$　C. $y=\tan x$　D. $y=x|x|$

4. 已知双曲线 C 经过点 $(0,1)$，离心率为 2，则 C 的标准方程为

A. $x^2-\frac{y^2}{3}=1$　B. $\frac{x^2}{3}-y^2=1$

C. $y^2-\frac{x^2}{3}=1$　D. $\frac{y^2}{3}-x^2=1$

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_3=30$，$a_8=4$，则 $S_9=$

A. 54　B. 63　C. 72　D. 135

6. 设 $a>0$，$b>0$，则“$\lg(a+b)>0$”是“$\lg(ab)>0$”的

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

7. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=120°$，$a=\sqrt{19}$，$b-c=1$，则 $\triangle ABC$ 的面积为

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　B. $\frac{3}{2}$　C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$　D. $\frac{3}{4}$

8. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=4$，$AC=3$，且 $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=$

A. 16　B. -16　C. 20　D. -20

9. 在平面直角坐标系中，记 d 为点 $P(\cos\theta,\sin\theta)$ 到直线 $kx-y-3k+4=0$ 的距离，则当 θ,k 变化时，d 的最大值与最小值之差为

A. 2　B. 3　C. 4　D. 6

10. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 为线段 BC_1 上的动点，则下列结论正确的个数是

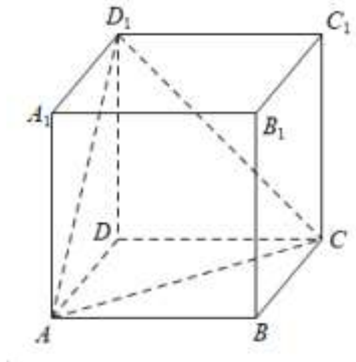
①三棱锥 $A-D_1PC$ 的体积为定值；

②直线 AP 与平面 ACD_1 所成的角的大小不变；

③直线 AP 与 A_1D 所成的角的大小不变；

④ $A_1C \perp DP$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11. $(\frac{1}{x}-2x)^6$ 的展开式中常数项为_________.（用数字作答）

12. 已知抛物线 $C: y^2=4x$ 的焦点为 F，点 M 在 C 上，若 $|MF|=3$，则 M 到直线 $x=-2$ 的距离为_________.

13. 若函数 $f(x)=2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+A\cos x\ (A>0)$ 的最大值为 $\sqrt{2}$，则 $A=$_________，

$f(\frac{\pi}{12})=$_________.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列，S_n 为其前 n 项和，$a_1a_3=16$，$S_3=14$，

则 $a_2=$_________；记 $T_n=a_1a_2\cdots a_n\ (n=1,2,\cdots)$，若存在 $n_0\in\mathbf{N}^*$ 使得 T_n 最大，则 n_0 的值为

_________.

15. 设 $a\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=\begin{cases}2^x-a, x<1\\ x^2-3ax+2a^2, x\geq 1\end{cases}$，给出下列四个结论：

①当 $a=1$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $-\frac{1}{4}$；

②存在 $a>0$，使得 $f(x)$ 只有一个零点；

③存在 $a>0$，使得 $f(x)$ 有三个不同零点；

④ $\forall a\in(-\infty,0)$，$f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是单调递增函数.

其中所有正确结论的序号是_________.

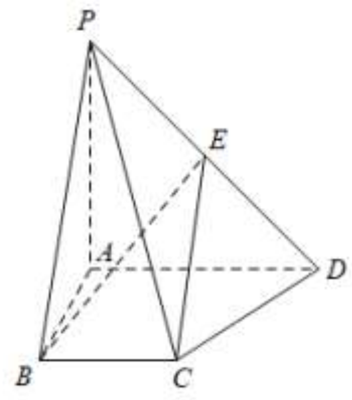
三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16.（本小题 13 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$AB\perp AD$，$AD // BC$，$BC=\frac{1}{2}AD$，$PA=AB=2$，E 为棱 PD 的中点.

（Ⅰ）求证：$EC //$ 平面 PAB；

（Ⅱ）当 $PC=3$ 时，求直线 PC 与平面 BCE 所成角的正弦值.



17.（本小题 14 分）

设函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$ $(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$，已知 $\forall x\in\mathbf{R}$， $f(x)\le f(\frac{\pi}{12})$， $f(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}]$ 上单调，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使函数 $f(x)$ 存在.

（Ⅰ）求 ω,φ 的值；

（Ⅱ）当 $x\in[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$ 时，若曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=m$ 恰有一个公共点，求 m 的取值范围.

条件①：$(\frac{\pi}{3},0)$ 为函数 $y=f(x)$ 的图象的一个对称中心；

条件②：直线 $x=\frac{7\pi}{12}$ 为函数 $y=f(x)$ 的图象的一条对称轴；

条件③：函数 $f(x)$ 的图象可由 $y=\sin 2x$ 的图象平移得到.

注：如果选择的条件不符合要求，得 0 分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分.

18.（本小题 13 分）

2024 年 1 月 11 日，记者从门头沟区两会上获悉，目前国道 109 新线高速公路（简称新高速）全线 35 座桥梁主体结构已全部完成，项目整体进度已达到95%，预计今年上半年开始通车，通车后从西六环到门头沟区清水镇车程将缩短到 40 分钟. 新高速全线设置主线收费站两处（分别位于安家庄和西台子）和匝道收费站四处（分别位于雁翅、火村、清水和斋堂）. 新高速的建成为市民出行带来了很大便利，为此有关部门特意从门头沟区某居民小区中随机抽取了 200 位打算利用新高速出行的居民，对其出行的原因和下高速的出口进行了问卷调查（问卷中每位居民只填写一种出行原因和对应的一个下高速的出口），具体情况如下：

（假设该小区所有打算利用新高速出行的居民的出行相对独立，且均选择上表中的一个高速出口下高速）.

项目	斋堂出口	清水出口	安家庄出口	雁翅出口	火村出口	西台子出口
上班	40	8	2	5	3	2
旅游	30	20	10	10	12	8
出行	16	10	10	5	5	4

（Ⅰ）从被调查的居民中随机选 1 人，求该居民利用新高速出行探亲且在清水出口下高速的概率；

（Ⅱ）用上表样本的频率估计概率，从该小区所有打算利用新高速出行上班的人中随机抽取 2 人，从出行旅游的人中随机抽取 1 人，这三人中从斋堂出口下高速的人数记为 X，求 X 的分布列和数学期望；

（Ⅲ）用上表样本的频率估计概率，从该小区所有打算利用新高速出行上班的人中随机抽取 1 人，用“$\xi_1=1$”表示此人从斋堂出口下高速，“$\xi_1=0$”表示此人不从斋堂出口下高速；从该小区所有打算利用新高速出行旅游的人中随机抽取 1 人，用“$\xi_2=1$”表示此人从斋堂出口下高速，“$\xi_2=0$”表示此人不从斋堂出口下高速，写出方差 $D\xi_1,D\xi_2$ 的大小关系.

（结论不要求证明）

19.（本小题 15 分）

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，椭圆 E 的上顶点为 A，右顶点为 B，点 O 为坐标原点，$\triangle AOB$ 的面积为 2.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程；

（Ⅱ）若过点 $P(2,0)$ 且不过点 $Q(3,1)$ 的直线 l 与椭圆 E 交于 M,N 两点，直线 MQ 与直线 $x=4$ 交于点 C，试判断直线 CN 的斜率是否为定值？若是，求出该定值；若不是，请说明理由.

20.（本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=ax\ln x-\frac{1}{2}x^2+(1-a)x$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）当 $a<0$ 时，求 $f(x)$ 的极值；

（Ⅲ）当 $\frac{1}{2}\le a\le 1$ 时，判断 $f(x)$ 零点个数，并说明理由.

21.（本小题 15 分）

已知数列 $\{a_n\}:a_1,a_2,\cdots a_M$，数列 $\{b_n\}:b_1,b_2,\cdots b_M$，其中 $M>2$，且 $a_i,b_i\in\{1,2,\cdots,M\}$，$i=1,2,\cdots,M$. 记 $\{a_n\},\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n,T_n，规定 $S_0=T_0=0$.

记 $S=\{S_j-S_i\,|\,i=1,2,\cdots,M;\ j=1,2,\cdots,M,\text{且}\ i<j\}$，

$T=\{T_j-T_i\,|\,i=1,2,\cdots,M;\ j=1,2,\cdots,M,\text{且}\ i<j\}$.

（Ⅰ）若 $\{a_n\}:2,1,3$，$\{b_n\}:1,3,3$，写出 S,T；

（Ⅱ）若 $S=\{2,3,5,6,8\}$，写出所有满足条件的数列 $\{a_n\}$，并说明理由；

（Ⅲ）若 $a_i\le a_{i+1}$，$b_i\le b_{i+1}\ (i=1,2,\cdots,M-1)$，$a_2>b_2$，且 $S=T$. 证明：$\exists i\in\{2,\cdots,M\}$，使得 $b_i=a_M-a_1$.

参考答案

一、选择题(共10小题，每小题4分，共40分)

(1) A　(2) D　(3) D　(4) C　(5) B

(6) B　(7) A　(8) B　(9) D　(10) C

二、填空题(共5小题，每小题5分，共25分)

(11) -160　(12) 4

(13)1 $\frac{\sqrt{6}}{2}$　(14) 4　3或4

(15) ② ③

三、解答题共6小题，共65分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

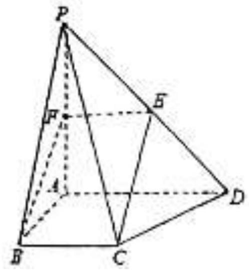
(16) (本小题13分)

解:(I) 取PA中点F , 连接BF,EF、在△PAD 中, E,F 分别为PD,PA的中点, 所以 $EFAD, EP=\frac{1}{2}AD.$　…………1分

因为 $ADBC, BC=\frac{1}{2}AD,$

所以BC∥EF, BC=EF.　·2分

所以四边形BCEF为平行四边形，因此EC∥BF、　3分



又因为EC⊄平面PAB, BF⊂平面PAB ,　4分

所以EC∥平面PAB.　5分

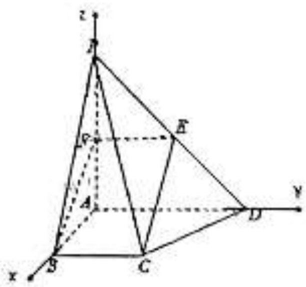
(II) 因为PA⊥平面ABCD, AD,AB⊂平面ABCD,

所以 PA⊥AD, PA⊥AB. 又因为 AD⊥AB,

所以建立如图空间直角坐标系A~xyz.　…………6分

因为PA⊥平面ABCD, BC⊂平面ABCD,

所以PA⊥BC,



又因为AB⊥AD, AD∥BC,

所以AB⊥BC,

又因为AB∩PA=A

所以BC⊥平面PAB

所以 BC⊥PB　…………7 分

在Rt△PBC中, PB=2　$\sqrt{2}$, PC=3,　可得BC=1,

又因为 $BC=\frac{1}{2}AD$,所以AD=2.　……………8分

由题意得B(2,0,0), C(2,1,0), P(0,0,2), E(0,1,1),

所以　$\overrightarrow{PC}=(2,1,-2), \overrightarrow{BC}=(0,1,0), \overrightarrow{BE}=(-2,1,1).$　……………9分

设平面 BCE 的法向量为n=(x,y,z),

所以 $\begin{cases} n\cdot\overrightarrow{BC}=0, \\ n\cdot\overrightarrow{BE}=0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} y=0, \\ -2x+y+z=0. \end{cases}$

令X=1, 则z=2.

所以平面BCE 的一个法向量为n=(1,0,2).　　　　……………11分

所以 $\cos<n,\overline{PC}>=\frac{n\cdot\overline{PC}}{|n|\cdot|\overline{PC}|}=\frac{2-4}{\sqrt{9}\cdot\sqrt{5}}=-\frac{2\sqrt{5}}{15}$.　　　　……………12分

设直线PC 与平面BCE 所成角为θ，则

$\sin\theta=|\cos(\rightarrow n\cdot\overline{PC})|=\frac{2\sqrt{5}}{15}$,

所以直线PC与平面BCF所成角的正弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{15}$.　　　　……………13分

(17) (本小题14分)

解: (I) 因为f(x)=2sin(ωx+φ), 所以f(x)的最大值为2,

又因为 $\forall x\in R, f(x)\le f\left(\frac{\pi}{12}\right)$,所以 $f\left(\frac{\pi}{12}\right)=2$　　　　……………2分

选择条件①

因为f(x)在区间 $\left[\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}\right]$上单调, 且 (π/3,0)为函数y=f(x)的图象的一个对称中心,

所以由三角函数的性质得 $\frac{T}{4}=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{4}$, 故周期T=π.　　　　……………3分

因为ω>0, 所以 $\omega=\frac{2\pi}{T}=2$,　　　　……………4分

此时f(x)=2sin(2x+φ).　　　　……………5分

方法一：

所以当 $x=\frac{\pi}{3}$时, $2\times\frac{\pi}{3}+=\pi+2k\pi,k\in Z$,　　　　……………6分

即 $\varphi=\frac{\pi}{3}+2k\pi,k\in Z$.　　　　……………7分

因为 $||<\frac{\pi}{2}$,

所以 $\Phi=\frac{\pi}{3}$. 此时k=0 .　　　　-8分

(如果写成 $2\times\frac{\pi}{3}+\varphi=k\pi$扣一分)

方法二：

因为 $|<\frac{\pi}{2}$, 所以 $2\times\frac{\pi}{3}+\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right)$　　　　——6分

所以 $2\times\frac{\pi}{3}+\theta=\pi$　　　　——7分

所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$.　　　　——8分

方法三：

所以当 $x=\frac{\pi}{12}$时, $2\times\frac{\pi}{12}+=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$,　　　　- 6分

即 $=\frac{\pi}{3}+2k\pi,k\in Z$.　　　　-----7分

因为 $||<\frac{\pi}{2}$, 所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$. 此时k=0.　　　　------8分

(如果写成 $2\times\frac{\pi}{12}+a=\frac{7}{2}+m$扣一分)

方法四：

因为 $||<\frac{x}{2}$, 所以 $2\times\frac{\pi}{12}+\varphi\in\left(-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)$　　　　-6分

所以 $2\times\frac{\pi}{12}+\varphi=\frac{\pi}{2}$ -7 分

所以 $=\frac{\pi}{3}$ 一…………8分

选择条件②

因为f(x)在区间 $\left[\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}\right]$上单调，且直线 $x=\frac{7\pi}{12}$为函数y= f(x)图象的一条对称轴，

所以由三角函数的性质得 $\frac{7}{2}=\frac{7x}{12}-\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{2}$, 故周期T=π、-3分

因为ω>0, 所以 $2=\frac{2\pi}{T}=2,$ -4分

此时f(x)=2sin(2x+φ). …………5分

方法一：

所以当 $x=\frac{7\pi}{12}$时, $2\times\frac{7\pi}{12}+=\frac{3\pi}{2}+2k\pi,k\in Z,$ -6分

即 $=\frac{\pi}{3}+2k\pi,A\in Z.$ ------7分

因为 $||<\frac{\pi}{2}$, 所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$, 此时k=0. ……………8分

(如果写成 $2\times\frac{7m}{\ln 2}+\Phi=\frac{m}{2}+k(4=4)$

方法二：

因为 $||<\frac{\pi}{2}$, 所以 $2\times\frac{7\pi}{12}+\in\left(\frac{2\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\right)$ ……………6分

所以 $2\times\frac{7\pi}{12}+=\frac{3\pi}{2}$ ……………7分

所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$ ……………8分

方法三：

所以当 $x=\frac{\pi}{12}$时, $2\times\frac{\pi}{12}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z,$ ……………6分

即 $=\frac{\pi}{3}+2k\pi,k\in Z$ ……………7分

因为 $||<\frac{\pi}{2}$, 所以 $=\frac{\pi}{3}$,此时k=0. ……………8分

(如果写成 $2\times\frac{\pi}{12}+\varphi=\frac{\pi}{2}+k$扣一分)

方法四：

因为 $||<\frac{\pi}{2}$, 所以 $2\times\frac{\pi}{12}+\in\left(-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)$ ……………6分

所以 $2\times\frac{\pi}{12}+\varphi=\frac{\pi}{2}$ ……………7分

所以 $=\frac{\pi}{3}$ ……………8分

(II) 由($I)f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$

因为 $-\frac{\pi}{4}\leq x\leq\frac{\pi}{4}$, 所以 $-\frac{\pi}{6}\leq 2x+\frac{\pi}{3}\leq\frac{5\pi}{6}$ ……………9分

于是，当且仅当 $2x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$, 即 $x=\frac{\pi}{12}$时,f(x)取得最大值2;………10分

当且仅当 $2x+\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{6}$, 即 $x=-\frac{\pi}{4}$时, f(x)取得最小值-1. ……………11分

又 $2x+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}$, 即 $x=\frac{\pi}{4}$时, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=2\sin\frac{5\pi}{6}=1.$ ……………12分

所以m的取值范围是[-1,1)∪{2}. ……………14分

(m的取值范围写对一部分扣一分)

(18) (本小题13分)

解：(I) 样本中被调查的居民人数为200，

其中利用新高速出行探亲且在清水出口下高速的人数为10，

所以该居民利用新高速出行探亲且在清水出口下高速的概率为 $\frac{10}{200}=\frac{1}{20}$.……3分

(或记“从被调查的居民中随机选1人，该居民利用新高速出行探亲且在清水出口下高速”为事件A，

所以 $P(A)=\frac{10}{200}=\frac{1}{20}$.) ……………3分

(直接写出 $P(A)=\frac{1}{20}$扣一分)

(II) 从样本中所有打算利用新高速出行上班的人中随机抽取1人，此人从斋堂出口下高速的概率为 $\frac{2}{3}$；从样本中所有打算利用新高速出行旅游的人中随机抽取1人，此人从斋堂出口下高速的概率为 $\frac{1}{3}$.

由题设, X 的所有可能取值为0,1,2,3. ……………4分

$P(X=0)=\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$;

$P(X=1)=C_2^1\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}=\frac{9}{27}$;

$P(X=2)=C_2^1\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}=\frac{12}{27}$;

$P(X=3)=\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}=\frac{4}{27}$, ……………8分

所以随机变量X 的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$^{2}/27$	927		$^{4}/27$

……………9分

所以X的数学期望 $EX=0\times\frac{2}{27}+1\times\frac{9}{27}+2\times\frac{12}{27}+3\times\frac{4}{27}=\frac{45}{27}=\frac{5}{3}$. ……………10分

(皿)$D\xi_1=D\xi_2$, ……………13分

(19) (本小题15分)

解: (I) 由题意可得 $\begin{cases}\frac{1}{2}ab=2\\ a^2=b^2+c^2,\\ \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$ ……………3分

解得 $\begin{cases}a=2\sqrt{2}\\ b=\sqrt{2},\\ c=\sqrt{6}\end{cases}$ ……………4分

所以椭圆E的方程为 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$. ……………5分

(日) 方法一:

当直线l的斜率不存在时，直线l的方程为x=2，代入椭圆方程 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$ 得 y=±1,

不妨设此时M(2,1), N(2,-1), . 则C(4,1),

直线NC 的斜率 $k_{CN}=\frac{1-(-1)}{4-2}=1$; ……………6分

当直线l的斜率存在时, 设其方程为y=k(x-2)(k≠1), ……………7分

设 $M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$,

联立方程 $\begin{cases}x^2+4y^2=8\\ y=k(x-2)\end{cases}$消去y得： $(1+4k^2)x^2-16k^2x+16k^2-8=0$,……………………8分

由于点P 在椭圆E内，所以必有△>0，

则 $x_1+x_2=\frac{16k^2}{1+4k^2},x_1x_2=\frac{16k^2-8}{1+4k^2}$, ……………9分

直线MQ的方程为 $y-1=\frac{y_1-1}{x_1-3}(x-3)$,

令x=4, 得 $C\left(4,\frac{y_1+x_1-4}{x_1-3}\right)$, ……………10分

$k_{cN}=\frac{\frac{y_1+x_1-4}{x_1-3}-y_2}{4-x_2}$ ……………11分

$k_{cN}-l=\frac{\frac{y_1+x_1-4}{x_1-3}-y_2}{4-x_2}-1$

$=\frac{y_1+x_1-4-y_2(x_1-3)}{(4-x_2)(x_1-3)}-1$

$=\frac{k(x_1-2)+x_1-4-k(x_2-2)(x_1-3)-(4-x_2)(x_1-3)}{(4-x_2)(x_1-3)}$

$=\frac{(k-1)[3(x_1+x_2)-x_1x_2-8]}{(4-x_2)(x_1-3)}$ ……………13分

$=\frac{(k-1)\left(\frac{48k^2}{1+4k^2}-\frac{16k^2-8}{1+4k^2}-8\right)}{(4-x_2)(x_1-3)}$

$=\frac{(k-1)\left(\frac{48k^2}{1+4k^2}-\frac{16k^2-8}{1+4k^2}-\frac{8+32k^2}{1+4k^2}\right)}{(4-x_2)(x_1-3)}$

$=\frac{(k-1)}{(4-x_2)(x_1-3)}=0$……………14分

因此 $k_{CN}=1$,

综上，直线CN 的斜率为1. ……………15分

方法二：

当直线l与x轴重合时，直线l的方程为y=0时，代入椭圆方程 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$ 得 $x=\pm2\sqrt{2}$,

不妨设此时. $M\left(-2\sqrt{2},0\right),N\left(2\sqrt{2},0\right)$,

直线MQ的方程为 $y-l=\frac{1}{3+2\sqrt{2}}(x-3)$,

令x=4, 得 $C\left(4,\frac{4+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}\right)$,

直线NC的斜率 $k_{CN}=\frac{\frac{4+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}-0}{4-2\sqrt{2}}=1$； ……………6分

当直线l与x轴不重合时，设其方程为x=my+2， ……………7分

设$M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$,

联立方程 $\begin{cases}x^2+4y^2=8\\ x=my+2\end{cases}$消去x得： $(m^2+4)y^2+4my-4=0$, ……………8分

由于点P在椭圆E内，所以必有Δ>0，

则 $y_1+y_2=\frac{-4m}{m^2+4}, y_1y_2=\frac{-4}{m^2+4}$,　　　　……………9分

直线MQ的方程为　$y-1=\frac{y_1-1}{x_1-3}(x-3)$,

令x=4, 得　$C\left(4,\frac{y_1+x_1-4}{x_1-3}\right)$,　　　　……………10分

$k_{CN}=\frac{\frac{y_1+x_1-4}{x_1-3}-y_2}{4-x_2}$……………11分

$=\frac{y_1+x_1-4-y_2(x_1-3)}{(4-x_2)(x_1-3)}$

$=\frac{y_1+my_1+2-4-y_2(my_1+2-3)}{(4-my_2-2)(my_1+2-3)}$

$=\frac{(1+m)y_1-2-my_1y_2+y_2}{(2-my_2)(ny_1-1)}$　　　　……………13分

$=\frac{(1+m)y_1-2-\frac{-4m}{m^2+1}+\frac{4m}{m^2+1}-y_1}{2my_1-2-m^2\frac{-4}{m^2+1}+m\left(\frac{-4m}{m^2+1}-y_1\right)}$

$=\frac{my_1-2}{my_1-2}=1$,　　　　……………14分

因此　$k_{CN}=1$,

综上，直线CN 的斜率为1.　　　　……………15分

(20)(本小题 15分)

解: (I) 当a=1时，　$f(x)=x\ln x-\frac{1}{2}x^2$,

所以.f'(x)=lnx+1-x,　　　　……………1分

所以　$f(1)=-\frac{1}{2}$,　　　　……………2分

所以f'(1)=0,　　　　……………3分

所以曲线y=f(x)在点(l,f(1))处的为:　$y+\frac{1}{2}=0$.　　……………4分

(II)方法一:

f(x)的定义域为(0,+∞),且f'(x)=alnx+a-x+1-a=alnx-x+1…5分

令g(x)=f'(x)=alnx-x+1

则　$g'(x)=\frac{a}{x}-1$　　　　……………6分

因为a<0,x>0, 所以　$g'(x)=\frac{a}{x}-1<0$,　所以g(x)在(0,+∞)上单调递减.

所以f'(x)在(0,+∞)上单调递减,　　　　……………7分

令f'(x)=0, 可得x=1,　　　　……………8分

所以f'(x), f(x)的变化如下表:

x	(0,1)	1	(1,+∞)
f'(x)	+	0	
f(x)		极大值	

……………9分

故函数f(x)的极大值为　$f(1)=\frac{1}{2}-a$,　无极小值……………10分

方法二：

f(x)的定义域为(0,+∞),且f'(x)=alnx+a-x+1-a=alnx-x+1…5分

因为a<0,, 所以aInx在(0,+∞)上单调递减,-x+1在(0,+∞)上单调递减,

所以f'(x)=alnx-x+1在(0,+∞)上单调递减. ……………7分

以下同方法一.

(III) 令f(x)=0, 即 $ax\ln x-\frac{1}{2}x^2+(1-a)x=0$, 因为x>0,

即 $a\ln x-\frac{1}{2}x+(1-a)=0$, ……………11分

令 $F(x)=a\ln x-\frac{1}{2}x+(1-a)$, 所以判断f(x)零点个数，即判断F(x)零点个数.

$F'(x)=\frac{a}{x}-\frac{1}{2}=\frac{2a-x}{2x}$ ………………12分

因为 $\frac{1}{2}\le a\le 1$

所以令 $F'(x)=0$,,得到x=2a, 所以F'(x),F(x)的变化如下表:

x	(0,2a)	2a	
F'(x)	+	0	
F(x)		极大值	

所以F(x)的最大值为F(2a)=aln2a-2a+1 ……………13分

设2a=x

令 $H(x)=\frac{x}{2}\ln x-\dot{x}+1, x\in[1,2]$

则 $H'(x)=\frac{1}{2}\ln x-\frac{1}{2}$

因为xc(1,2], 所以 $H'(x)=\frac{1}{2}\ln x=\frac{1}{2}<0$,

所以H(x)在x∈[1,2]上单调递减,

所以 H(x)≤H(1)=0,

所以.F(2a)≤0,(a=½时“=”成立) ……………14分

所以当 $a=\frac{1}{2}$时, F(x)有一个零点,即f(x)有一个零点;

当$\frac{1}{2}<a\le 1$时, F(x)无零点, 即f(x)有无零点. ……………15分

(21) (本小题15分)

解: (I) S={1,2,3,4,6}, ……2分

T={1,3,4,6,7}. ……4分

(II) 由S={2,3,5,6,8}, 可知对任意的i∈{1,2,…,M}, 有a_1≥2, 所以M≤4.

若M=4, 因为8∈S, 所以($a_1+a_2+a_3+a_4=8$, 则 {an}:2,2,2,2, 不符题意, 舍.

若M≈3, 因为(a_1∈{1,2,3} (1=1,2,3), 8=2+3+3, 数列 {an}:3,2,3不符题意, 舍.

数列{an}:2,3,3或{an}:3,3,2满足条件. ……9分

(III) 存在i=2, 使得 $b_2=a_M-a_1$.

因为 $a_1\le a_{i+1}, b_1\le b_{t+1}(i=1,2,\cdots,M-1)$, 所以S中最小和最大的元素分别为$a_1$和 $a_1+a_2+\cdots+a_M$,T

中最小和最大的元素分别为b_1和 $b_1+b_2+\cdots+b_M$，又因为S=T, 所以 $a_1=b_1$且 $a_1+a_2+\cdots+a_M=b_1+b_2+\cdots+b_M$, 故 $a_2+a_3+\cdots+a_M=b_2+b_3+\cdots+b_M$.

由 $a_2>b_2$, 则. $a_3+a_4+\cdots+a_M<b_3+b_4+\cdots+b_M$.

因为 $a_1\le a_{i+1}(i=1,2,\cdots,M-1)$, 所以 $a_3+a_4+\cdots+a_M\ge a_{i_1}+a_{i_2}+\cdots+a_{i_k}(k=1,2,\cdots,M-2)$.

所以($b_3+b_4+\cdots+b_M>a_{\iota_1}+a_{I_2}+\cdots+a_{i_k}(k=1,2,\cdots,M-2)$. ①

因为 $b_3+b_4+\cdots+b_M=T_M-T_2\in T,S=T$, 故 $b_3+b_4+\cdots+b_M\in S.circle2$