



北京市陈经纶中学初三（下）三月质量监测·数学（20240327）

班级_____ 姓名_____ 成绩_____

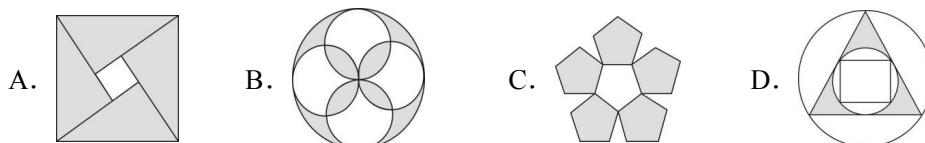
一、单选题（每小题 2 分，共 16 分。将答案填写在下面表格的相应位置上）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

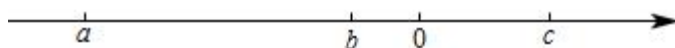
1. 某市 2023 年统计机动车保有量为 260000 辆，将 260000 用科学记数法表示应为

- A. 0.26×10^6 B. 26×10^4 C. 2.6×10^6 D. 2.6×10^5

2. 下列手机软件图标中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是



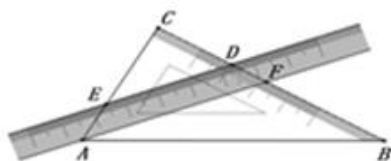
3. 数 a , b , c 在数轴上对应的点如图所示，化简 $|a-b|+|c+a|-|b+c|$ 得



- A. $2a+c$ B. $-2a-2c$ C. $-a-b$ D. $-2a$

4. 一把直尺和一块三角板 ABC （其中 $\angle B=30^\circ$, $\angle C=90^\circ$ ）摆放位置如图所示，直尺一边与三角板的两直角边分别交于点 D , 点 E , 另一边与三角板的两直角边分别交于点 F , 点 A , 且 $\angle CDE=50^\circ$, 那么 $\angle BAF$ 的大小为

- A. 20° B. 40° C. 45° D. 50°



（第 4 题图）

	第一列	第二列	第三列	第四列	
第一行	1	2	5	10	...
第二行	4	← 3	↓ 6	↓ 11	...
第三行	9	← 8	← 7	↓ 12	...
第四行	16	← 15	← 14	← 13	...
	...	...	...	...	

（第 5 题图）

5. 若正整数按如图所示的规律排列，则第 8 行第 5 列的数是

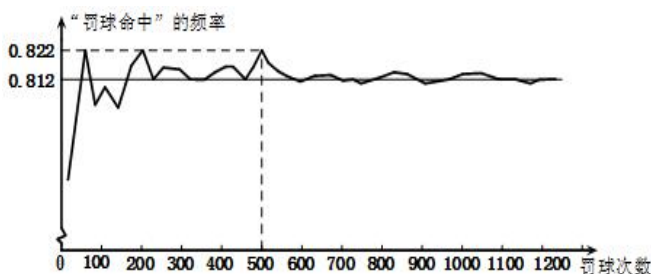
- A. 64 B. 56 C. 58 D. 60

6. 已知 $\frac{1}{m} - \frac{1}{n} = 1$, 则代数式 $\frac{2m-mn-2n}{m+2mn-n}$ 的值为

- A. 3 B. 1 C. -1 D. -3



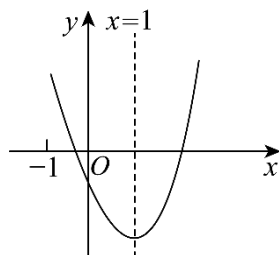
7. 罚球是篮球比赛中得分的一个组成部分, 罚球命中率的高低对篮球比赛的结果影响很大. 如图是对某球员罚球训练时命中情况的统计:



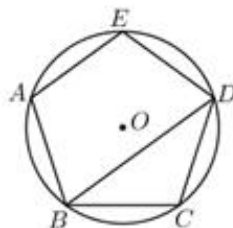
下面三个推断: ①当罚球次数是 500 时, 该球员命中次数是 411, 所以“罚球命中”的概率是 0.822; ②随着罚球次数的增加, “罚球命中”的频率总在 0.812 附近摆动, 显示出一定的稳定性, 可以估计该球员“罚球命中”的概率是 0.812; ③由于该球员“罚球命中”的频率的平均值是 0.809, 所以“罚球命中”的概率是 0.809. 其中合理的是

- A. ① B. ② C. ①③ D. ②③
8. 对称轴为直线 $x = 1$ 的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数, 且 $a \neq 0$) 如图所示, 小明同学得出了以下结论: ① $abc > 0$, ② $b^2 > 4ac$, ③ $4a + 2b + c > 0$, ④ $3a + c > 0$, ⑤ $a + b \leq m(am + b)$ (m 为任意实数), ⑥当 $x < -1$ 时, y 随 x 的增大而减小. 其中结论正确的个数为

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6



(第 8 题图)



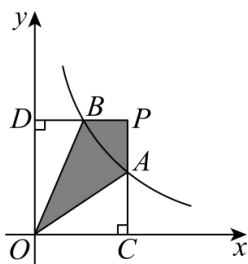
(第 10 题图)

二、填空题 (每小题 2 分, 共 16 分)

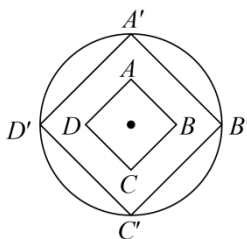
9. 分解因式 $2x^3 - 8x =$ _____.
10. 如图, 已知正五边形 $ABCDE$ 内接于 $\odot O$, 连接 BD , 则 $\angle ABD =$ _____ $^\circ$.
11. 有五张看上去无差别的卡片, 正面分别写着 $\frac{22}{7}$, $\sqrt{6}$, -0.5 , π , 0 . 背面朝上混合后随机抽取一张, 取出的卡片正面的数字是无理数的概率是_____.
12. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+3)x + 2k+1 = 0$ 根的情况是_____.



13. 如图, 过点 $P(4,5)$ 分别作 $PC \perp x$ 轴于点 C , $PD \perp y$ 轴于点 D , PC 、 PD 分别交反比例函数 $y = \frac{8}{x} (x > 0)$ 的图象于点 A 、 B , 则四边形 $BOAP$ 的面积为_____.



(第 13 题图)



(第 15 题图)

14. 中国古代数学著作《算法统宗》记载了这样一个题目：九百九十文钱，甜果苦果买一千，四文钱买苦果七，十一文钱九个甜，甜苦两果各几个？其大意是：九百九十文钱共买一千个苦果和甜果，其中四文钱可买苦果七个，十一文钱可买甜果九个．问苦、甜果各几个？设苦果 x 个，甜果 y 个；则可列方程组为_____.
15. 如图, 正方形 $ABCD$ 的面积为 4, 以它的对角线的交点为位似中心, 作它的位似图形 $A'B'C'D'$, 若 $AB:A'B' = 1:2$, 则四边形 $A'B'C'D'$ 的外接圆的半径为_____.
16. 学校组织学生参加木艺艺术品加工劳动实践活动, 已知某木艺艺术品加工完成共需 A、B、C、D、E、F、G 七道工序, 加工要求如下: ① 工序 C、D 须在工序 A 完成后进行, 工序 E 须在工序 B、D 都完成后进行, 工序 F 须在工序 C、D 都完成后进行; ② 一道工序只能由一名学生完成, 此工序完成后该学生才能进行其他工序; ③ 各道工序所需时间如下表所示:

工序	A	B	C	D	E	F	G
所需时间/分钟	9	9	7	9	7	10	2

若由两名学生合作完成此木艺艺术品的加工, 则最少需要的时间是_____分钟.

三、解答题 (共 68 分, 第 17-23 题, 每题 5 分, 第 24-25 题, 每题 6 分, 第 26-28 题, 每题 7 分)

17. (5 分) 计算: $(\pi - \sqrt{3})^0 + (\frac{1}{3})^{-2} + \sqrt{27} - 9 \tan 30^\circ$.



18. (5分) 解不等式组:
$$\begin{cases} 3(2-x) < 2+x & \text{①} \\ \frac{x}{2} \geq \frac{2x-1}{3} & \text{②} \end{cases}.$$

19. (5分) 已知 $x^2 - 3x - 2 = 0$, 求代数式 $(x+1)(x-1) - (x+3)^2 + 2x^2$ 的值.

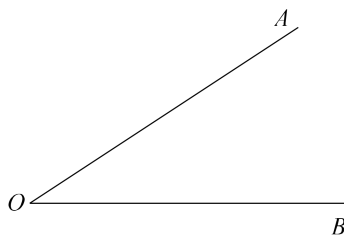
20. (5分) 下面是小华设计的“作一个角等于已知角的2倍”的尺规作图过程.

已知: $\angle AOB$. 求作: $\angle APC$, 使得 $\angle APC = 2\angle AOB$.

作法: 如图,

- ①在射线 OB 上任取一点 C ;
- ②作线段 OC 的垂直平分线,
交 OA 于点 P , 交 OB 于点 D ;
- ③连接 PC ;

所以 $\angle APC$ 即为所求作的角.



根据小华设计的尺规作图过程,

- (1) 使用直尺和圆规补全图形 (保留作图痕迹);
- (2) 完成下面的证明 (说明: 括号里填写推理的依据).

证明: $\because DP$ 是线段 OC 的垂直平分线,

$$\therefore OP = \underline{\hspace{2cm}} \quad (\underline{\hspace{2cm}}).$$

$$\therefore \angle O = \angle PCO.$$

$$\therefore \angle APC = \angle O + \angle PCO \quad (\underline{\hspace{2cm}}).$$

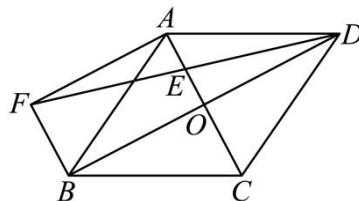
$$\therefore \angle APC = 2\angle AOB.$$



21. (5分) 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 交于点 O , E 为 OA 的中点. 连接 DE 并延长至点 F , 使得 $EF=DE$. 连接 AF , BF .

(1) 求证: 四边形 $AFBO$ 为平行四边形;

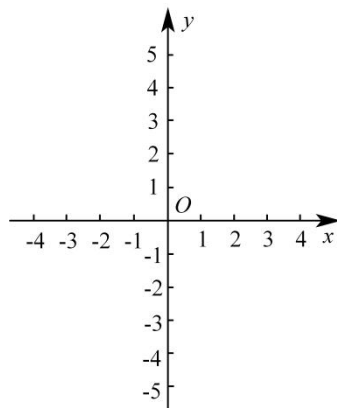
(2) 若 $\angle BDA = \angle BDC$, 求证: 四边形 $AFBO$ 为矩形.



22. (5分) 平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y_1 = -2x + 1$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 图象的一个交点为点 M .

(1) 当点 M 的坐标为 $(2, m)$ 时, 求 k 的值;

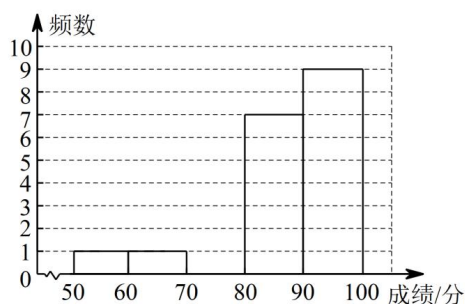
(2) 当 $x < -1$ 时, 对于 x 的每一个值, 都有 $y_1 > y_2$, 求 k 的取值范围.





23. (5分) 为增强居民的反诈骗意识, A, B 两个小区的居委会组织小区居民进行了有关反诈骗知识的有奖问答活动. 现从 A, B 小区参加这次有奖问答活动居民的成
绩中各随机抽取 20 个数据, 分别对这 20 个数据进行整理、描述和分析, 下面给
出了部分信息.

a. A 小区参加有奖问答活动的 20 名居民成绩的数据的频数分布直方图如下 (数据分
成 5 组: $50 \leq x < 60$, $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$);



b. A 小区参加有奖问答活动的 20 名居民成绩的数据在 $80 \leq x < 90$ 这一组的是:

84 85 85 86 86 88 89

c. B 小区参加有奖问答活动的 20 名居民成绩的数据如下:

分数	73	81	82	85	88	91	92	94	96	100
人数	1	3	2	3	1	3	1	4	1	1

根据以上信息, 解答下列问题:

(1) 补全 a 中频数分布直方图;

(2) A 小区参加有奖问答活动的 20 名居民成绩的数据的中位数是_____;

B 小区参加有奖问答活动的 20 名居民成绩的数据的众数是_____;

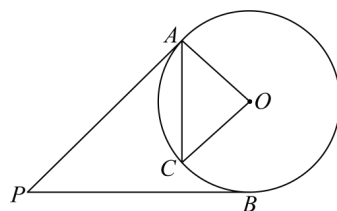
(3) 为鼓励居民继续关注反诈骗宣传, 对在这次有奖问答活动中成绩大于或等于 90 分的居民颁发小奖品. 已知 A, B 两个小区各有 2000 名居民参加这次活动, 估计这两个小区的居委会一共需要准备多少份小奖品.



24. (6分) 如图, P 为 $\odot O$ 外一点, PA, PB 是 $\odot O$ 的切线, A, B 为切点, 点 C 在 $\odot O$ 上, 连接 OA, OC, AC .

(1) 求证: $\angle AOC = 2\angle PAC$;

(2) 连接 OB , 若 $AC \parallel OB$, $\odot O$ 的半径为 5, $AC = 6$, AP 的长.



25. (6分) 小云在学习过程中遇到一个函数 $y = \frac{1}{6}|x|(x^2 - x + 1)(x \geq -2)$. 下面是小云

对其探究的过程, 请补充完整:

(1) 当 $-2 \leq x < 0$ 时, 对于函数 $y_1 = |x|$, 即 $y_1 = -x$, 当 $-2 \leq x < 0$ 时, y_1 随 x 的增大而_____, 且 $y_1 > 0$; 对于函数 $y_2 = x^2 - x + 1$, 当 $-2 \leq x < 0$ 时, y_2 随 x 的增大而_____, 且 $y_2 > 0$; 结合上述分析, 进一步探究发现, 对于函数 y , 当 $-2 \leq x < 0$ 时, y 随 x 的增大而_____.

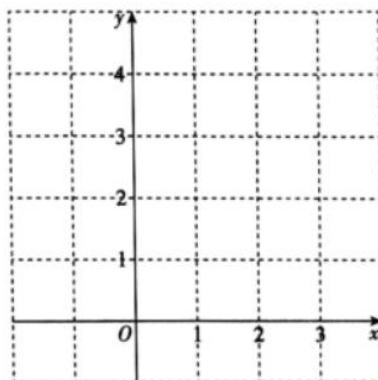
(2) 当 $x \geq 0$ 时, 对于函数 y , 当 $x \geq 0$ 时, y 与 x 的几组对应值如下表:

x	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	...
y	0	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{16}$	1	$\frac{95}{48}$	$\frac{7}{2}$	...

综合上表, 进一步探究发现, 当 $x \geq 0$ 时, y 随 x 的增大而增大. 在平面直角坐标系 xOy 中, 画出当 $x \geq 0$ 时的函数 y 的图象.

(3) 过点 $(0, m)$ ($m > 0$) 作平行于 x 轴的直线 l , 结合 (1) (2) 的分析, 解决问题:

若直线 l 与函数 $y = \frac{1}{6}|x|(x^2 - x + 1)(x \geq -2)$ 的图象有两个交点, 则 m 的最大值是_____.





26. (7分) 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(-3, y_1)$, $B\left(\frac{a}{2}, y_2\right)$, $C(m, y_3)$ 在抛物线

$$y = -x^2 + 2ax + c (a > 0) \text{ 上.}$$

(1) 抛物线的对称轴为直线 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, 直接写出 y_1 和 y_2 的大小关系 $y_1 \underline{\hspace{2cm}} y_2$;

(2) 若 $m = 4$, 且 $y_1 = y_3$, 则 a 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 若对于任意 $1 \leq m \leq 4$, 都有 $y_1 < y_3 < y_2$, 求 a 的取值范围.



27. (7分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$, 过点 A 作 BC 的垂线 AD , 垂足为 D , E 为射线 DC 上一动点 (不与点 C 重合), 连接 AE , 以点 A 为中心, 将线段 AE 逆时针旋转 90° 得到线段 AF , 连接 BF , 与直线 AD 交于点 G .

(1) 如图 1, 当点 E 在线段 CD 上时,

① 依题意补全图形;

② 求证: 点 G 为 BF 的中点.

(2) 如图 2, 当点 E 在线段 DC 的延长线上时, 用等式表示 AE , BE , AG 之间的数量关系, 并证明.

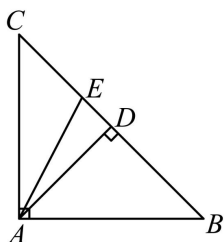


图1

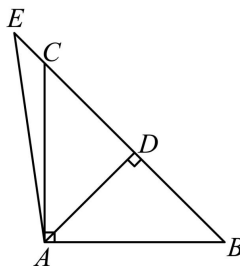


图2



28. (7分) A, B 是圆上的两个点, 点 P 在 $\odot C$ 的内部. 若 $\angle APB$ 为直角, 则称 $\angle APB$ 为 AB 关于 $\odot C$ 的内直角, 特别地, 当圆心 C 在 $\angle APB$ 边 (含顶点) 上时, 称 $\angle APB$ 为 AB 关于 $\odot C$ 的最佳内直角. 如图1, $\angle AMB$ 是 AB 关于 $\odot C$ 的内直角, $\angle ANB$ 是 AB 关于 $\odot C$ 的最佳内直角. 在平面直角坐标系 xOy 中.

(1) 如图2, $\odot O$ 的半径为5, $A(0, -5), B(4, 3)$ 是 $\odot O$ 上两点.

- ① 已知 $P_1(1, 0), P_2(0, 3), P_3(-2, 1)$, 在 $\angle AP_1B, \angle AP_2B, \angle AP_3B$ 中, 是 AB 关于 $\odot O$ 的内直角的是_____;
- ② 若在直线 $y = 2x + b$ 上存在一点 P , 使得 $\angle APB$ 是 AB 关于 $\odot O$ 的内直角, 求 b 的取值范围.

(2) 点 E 是以 $T(t, 0)$ 圆心, 4 为半径的圆上一个动点, $\odot T$ 与 x 轴交于点 D (点 D 在点 T 的右边). 现有点 $M(1, 0), N(0, n)$, 对于线段 MN 上每一点 H , 都存在点 T , 使 $\angle DHE$ 是 DE 关于 $\odot T$ 的最佳内直角, 请直接写出 n 的最大值, 以及 n 取得最大值时 t 的取值范围.

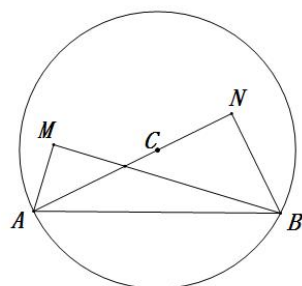


图1

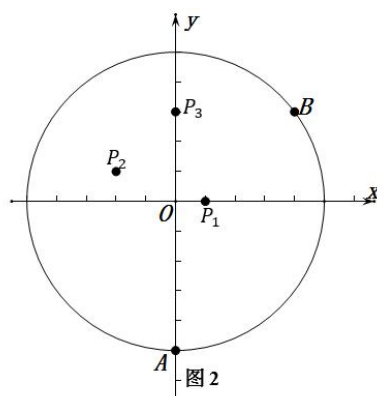


图2