# 2023 北京和平街一中初一（下）期中

# 数　　学

## 一、选择题

1．函数 $y=\sqrt{x-1}$ 的自变量 $x$ 的取值范围是（　　）

A．$x>1$　　B．$x<1$　　C．$x\geqslant1$　　D．$x\leqslant1$

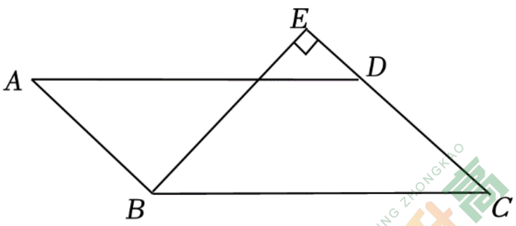
2．下列根式中，最简二次根式的是（　　）

A．$\sqrt{9}$　　B．$\sqrt{a^2+b^2}$　　C．$\sqrt{0.7}$　　D．$\sqrt{a^3}$

3．下列计算正确的是（　　）

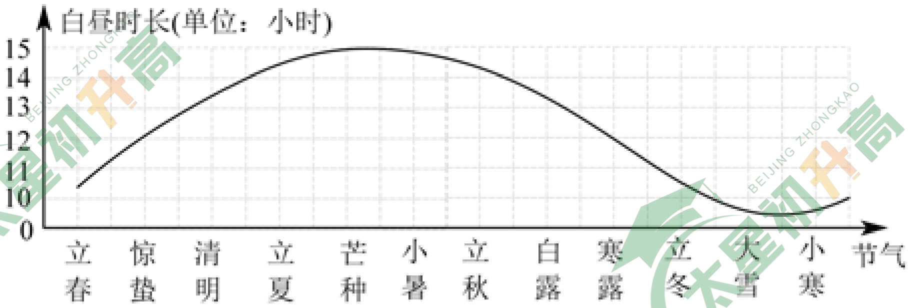
A．$\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　B．$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$　　C．$\sqrt{8}=4\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{4}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$

4．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，过点 $B$ 作 $BE\perp CD$ 交 $CD$ 延长线于点 $E$，若 $\angle A=40^\circ$，则 $\angle EBC$ 的度数为（　　）



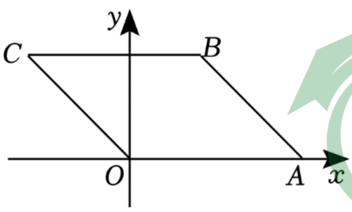

A．$40^\circ$　　B．$50^\circ$　　C．$60^\circ$　　D．$70^\circ$

5．“二十四节气”是中国古代劳动人民长期经验积累的结晶，它包括立春、惊蛰、清明、立夏等，同时，它与白昼时长密切相关．如图所示的是一年中部分节气所对应的白昼时长示意图．在下列选项中，白昼时长超过 14 小时的节气是（　　）




A．清明　　B．立秋　　C．白露　　D．立冬

6．如图，在平面直角坐标系中▱$OABC$ 的顶点 $O$，$A$，$B$ 的坐标分别是（0，0），（5，0），（2，3），则点 $C$ 的坐标是（　　）




A．（－2，2）　　B．（－2，3）　　C．（－3，3）　　D．（－3，2）

7．某科研小组在网上获取了声音在空气中传播的速度与空气温度关系的一些数据如下：

| 温度（°$C$） | －20 | －10 | 0 | 10 | 20 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 声速（$m/s$） | 318 | 324 | 330 | 336 | 342 | 348 |

下列说法错误的是（　　）

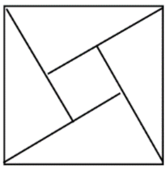
A．在这个变化中，自变量是温度，声速是温度的函数

B．温度越低，声速越慢

C．当温度每升高 10°$C$ 时，声速增加 $6m/s$

D．当空气温度为 10°$C$ 时，声音 $4s$ 可以传播 $1304m$

8．如图，“赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形和一个小正方形拼接成的大正方形，若直角三角形的两条直角边长分别为 $a$，$b$（$a>b$），直角三角形的面积为 $S_1$，小正方形的面积为 $S_2$，则用含 $S_1$，$S_2$ 的代数式表示 $a^2+b^2$ 正确的是（　　）



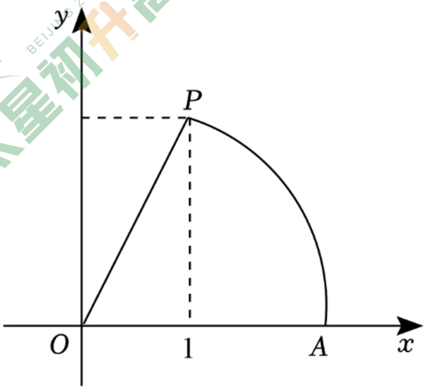
A．$4S_1+S_{21}$　　B．$4S_1-S_2$　　C．$4S_1$　　D．$4S_1+S_2$

## 二、填空题

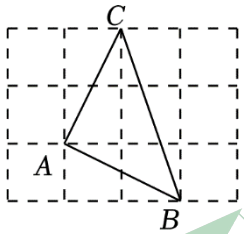
9．化简：$\sqrt{(-3)^2}=$______，$\frac{2}{\sqrt{2}}=$__________.

10．本月我市 95 号汽油的平均价格是 7.92 元/升，小明爸爸用一张面额为 1000 元的加油卡付费，若加油 $x$（升）后油卡上的余额为 $y$（元），则 $y$ 与 $x$ 的函数关系式是 ____________.

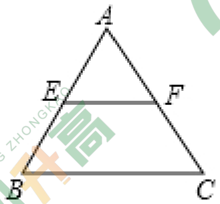
11．如图，在平面直角坐标系中，点 $P$ 坐标为（1，2），以点 $O$ 为圆心，以 $OP$ 的长为半径画弧，交 $x$ 轴的正半轴于点 $A$，则点 $A$ 的横坐标介于两个整数之间，这两个整数是 ______和 ______.



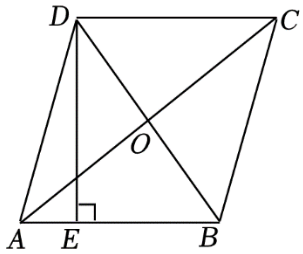

12．如图，将△$ABC$ 放在正方形网格图中（图中每个小正方形的边长均为 1），点 $A$，$B$，$C$ 恰好在网格图中的格点上，那么∠$ABC$ 的度数是________.



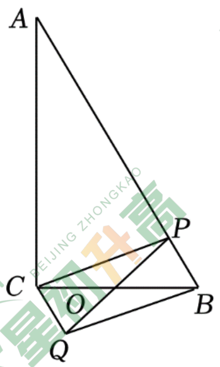
13．如图所示，刘伯伯家有一块等边三角形的空地 $ABC$，已知 $E$，$F$ 分别是边 $AB$，$AC$ 的中点，量得 $EF=5$ 米，他想把四边形 $BCFE$ 用篱笆围起来放养小鸡，则需用篱笆的长是______米．



14．如图，菱形 $ABCD$ 面积为 24，对角线 $AC=8$，$DE\perp AB$ 于点 $E$，则 $DE=$__________．



15．如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$\angle A=30°$，$BC=4$，点 $P$ 为 $AB$ 上任意一点，连接 $PC$，以 $PB$，$PC$ 为邻边作平行四边形 $PCQB$，连接 $PQ$，则 $PQ$ 的最小值为__________．



16．如图，在▱$ABCD$ 中，$AD>AB$，$E$，$F$ 分别为边 $AD$，$BC$ 上的点（$E$，$F$ 不与端点重合），对于任意▱$ABCD$，下面四个结论中：

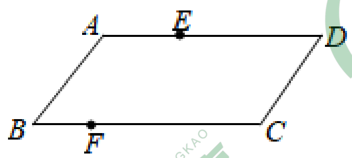
①存在无数个四边形 $ABFE$，使得四边形 $ABFE$ 是平行四边形；

②至少存在一个四边形 $ABFE$，使得四边形 $ABFE$ 菱形；

③至少存在一个四边形 $ABFE$，使得四边形 $ABFE$ 矩形；

④存在无数个四边形 $ABFE$，使得四边形 $ABFE$ 的面积是▱$ABCD$ 面积的一半．

所有正确结论的序号是______．

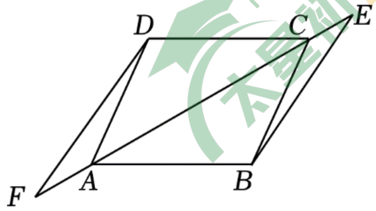


## 三、解答题

17．计算：$(\sqrt{6}-\sqrt{2})\div\sqrt{2}+|\sqrt{3}-2|$．

18．已知$a=1+\sqrt{2}$，$b=1-\sqrt{2}$，求代数式$a^2-ab+b^2$的值．

19．如图，平行四边形$ABCD$中$E$，$F$是直线$AC$上两点，且$AE=CF$．求证：$BE/\!/DF$．



20．下面是小张同学设计的“利用等腰三角形作菱形”的作图过程．

已知：等腰$\triangle ABD$，$AB=AD$．

求作：点$C$，使得四边形$ABCD$为菱形．

作法：①作$\angle BAD$的角平分线$AO$，交线段$BD$于点$O$；

②以点$O$为圆心，$AO$长为半径圆弧，交$AO$的延长线于点$C$；

③连接$BC$，$DC$，所以四边形$ABCD$为菱形，点$C$即为所求．

根据小张同学设计的作图过程．

（1）使用直尺和圆规补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明．

证明：$\because AB=AD$，$AO$平分$\angle BAD$，

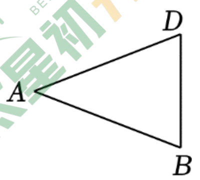
$\therefore BO=DO$，$AO\perp BD$，（__________）（填推理的依据）

$\because BO=DO$，$AO=CO$，

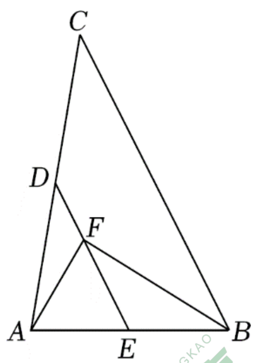
$\therefore$四边形$ABCD$为平行四边形，（______________）（填推理的依据）

$\because AC\perp BD$，

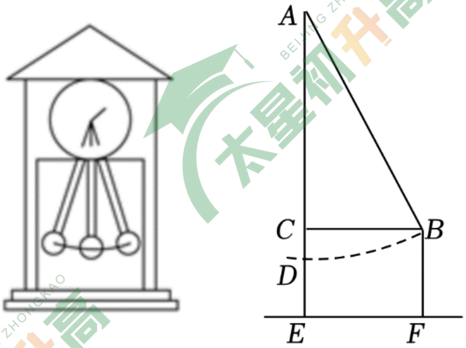
$\therefore$四边形$ABCD$为菱形．（______________）（填推理的依据）



21．如图，在$\triangle ABC$中，点$D$、$E$分别是边$AC$、$AB$的中点，点$F$在线段$DE$上，$AB=5$，$BF=4$，$AF=3$，$BC=7$，求$DF$的长度．



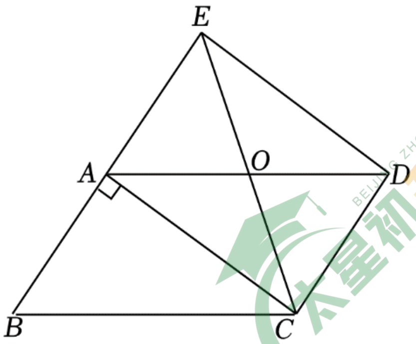
22．如图，有一只摆钟，摆锤看作一个点，当摆锤静止时，它离底座的垂直高度 $DE=4cm$，当摆锤摆动到最高位置时，它离底座的垂直高度 $BF=6cm$，此时摆锤与静止位置时的水平距离 $BC=8cm$ 时，求钟摆 $AD$ 的长度．




23．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 $O$ 是 $AD$ 的中点，连接 $CO$ 并延长交 $BA$ 的延长线于点 $E$，连接 $AC$，$DE$，$AC\perp BE$．

（1）求证：四边形 $ACDE$ 是矩形；

（2）若 $OC=CD=2$，求 $DE$ 的长．




24．数学活动课上，老师提出一个探究问题：

制作一个体积为 $10dm^3$，底面为正方形的长方体包装盒，当底面边长为多少时，需要的材料最省（底面边长不超过 $3dm$，且不考虑接缝）．

某小组经讨论得出：材料最省，就是尽可能使得长方体的表面积最小．

下面是他们的探究过程，请补充完整：

（1）设长方体包装盒的底面边长为 $xdm$，表面积为 $ydm^2$．

可以用含 $x$ 的代数式表示长方体的高为 $\frac{10}{x^2}$ dm．

根据长方体的表面积公式：长方体表面积 $=2\times$ 底面积+侧面积．

得到 $y$ 与 $x$ 的关系式：____________（$0<x\leqslant 3$）；

（2）列出 $y$ 与 $x$ 的几组对应值：

| $x/dm$ | … | 0.5 | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 2.5 | 3.0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y/dm^2$ | … | 80.5 | 42.0 | 31.2 | $a$ | 28.5 | 31.3 |

（说明：表格中相关数值精确到十分位）

表中 $a$=______.

（3）在图 2 的平面直角坐标系 $xOy$ 中，描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象；

（4）结合画出的函数图象，解决问题：

长方体包装盒的底面边长约为 ______ $dm$ 时，需要的材料最省；当长方体包装盒表面积为 $30dm^2$ 时，底面边长约为 ______ $dm$.

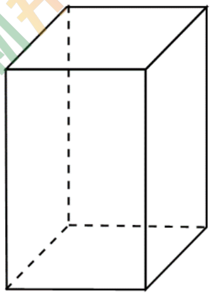


图1

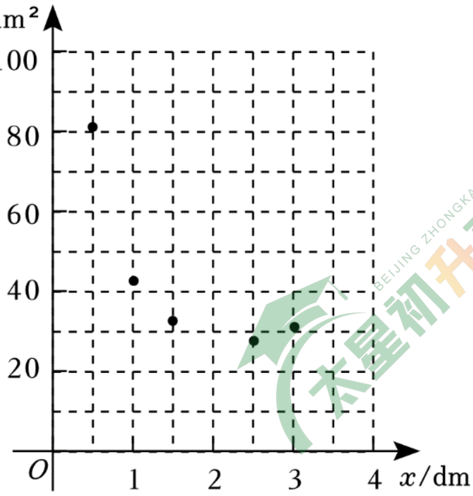


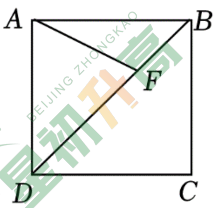

图 2

25．如图，点 $F$ 为正方形 $ABCD$ 的对角线 $BD$ 上一点（$BF<DF$），连接 $AF$，过 $F$ 作 $EF\perp AF$，交 $DC$ 于点 $E$．作 $F$ 关于 $BC$ 的对称点 $H$，连接 $FH$、$CH$，$FH$ 交 $BC$ 于点 $P$．

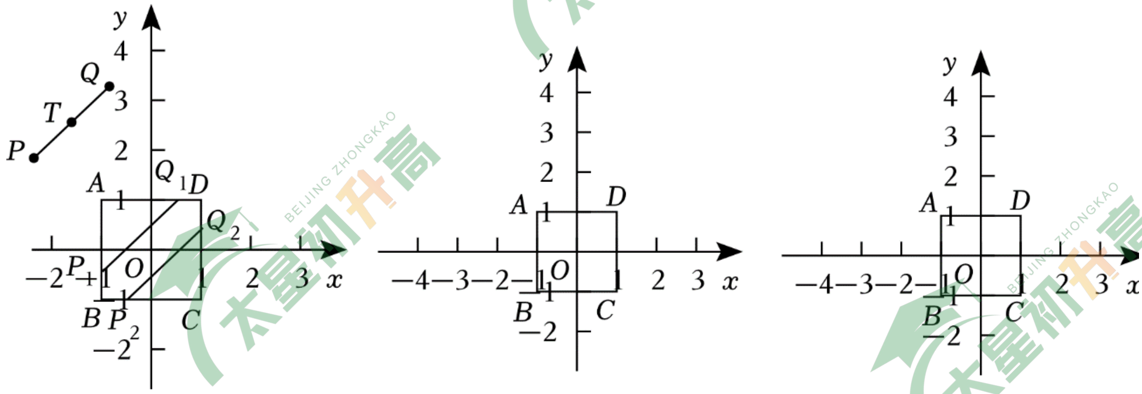
（1）补全图形；

（2）证明：四边形 $ECHF$ 为平行四边形；

（3）写出 $AF$、$FP$ 和 $DF$ 之间的数量关系，并证明．




26．平面直角坐标系 $xOy$ 中，正方形 $ABCD$ 的四个顶点坐标分别为：$A$（﹣1，1），$B$（﹣1，﹣1），$C$（1，﹣1），$D$（1，1），$P$、$Q$ 是这个正方形外两点，且 $PQ$=2．给出如下定义：记线段 $PQ$ 的中点 $T$，平移线段 $PQ$ 得到线段 $P'Q'$（其中 $P'$、$Q'$分别是 $P$、$Q$ 的对应点），记线段 $P'Q'$的中点 $T'$．若点 $P'$、$Q'$分别落在正方形 $ABCD$ 的一组邻边上，或线段 $P'Q'$与正方形 $ABCD$ 的一边重合，则称线段 $TT'$长度的最小值为线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“平移距离”，称此时的点 $T'$为线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“平移中点”．例如：如图，线段 $PQ$=2，平移线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 内，得到两条线段 $P_1Q_1$ 和 $P_2Q_2$，这两条线段互相平行，若 $T_1$，$T_2$ 分别为 $P_1Q_1$ 和 $P_2Q_2$ 的中点，则点 $T_1$ 为线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“平移中点”．



（1）点 $P$（$a$，1），$Q$（$a$，－1）.

①当 $a$=－2时，则线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“平移距离” $d$ 为 ______；

②当线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“平移距离” $d$≤1时，直接写出 $a$ 的取值范围.

（2）线段 $PQ$ 的中点 $T$ 的坐标为（$t$，$t$+4）.

①当线段 $PQ$∥$BD$ 时，求线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“平移距离” $d$ 的最小值；

②当 $t$=－2 时，请画出所有线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“平移中点”所组成的图形，并直接写出线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“平移距离” $d$ 的取值范围.

# 参考答案

**一、选择题**

1.【解答】解：由题意得 $x-1\geqslant0$，

解得 $x\geqslant1$．

故选：$C$．

2.【解答】解：$A\sqrt{9}=3$，不是最简二次根式；

$B.\sqrt{a^2+b^2}$是最简二次根式；

$C.\sqrt{0.7}=\frac{\sqrt{70}}{10}$，不是最简二次根式；

$D.\sqrt{a^3}=a\sqrt{a}$，不是最简二次根式；

故选：$B$．

3.【解答】解：$A$、$\sqrt{2}$和$\sqrt{3}$不是同类二次根式，不能合并，故错误；

$B$、$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$，原式计算正确，故正确；

$C$、$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，原式计算错误，故错误；

$D$、$\sqrt{4}-\sqrt{2}=2-\sqrt{2}$，原式计算错误，故错误．

故选：$B$．

4.【解答】解：在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$，则$\angle ABE=\angle E=90^\circ$，$\angle A+\angle ABC=180^\circ$，

$\therefore\angle EBC=180^\circ-\angle A-\angle ABE=180^\circ-40^\circ-90^\circ=50^\circ$．

故选：$B$．

5.【解答】解：由图象可知：

项立春白昼时在 10～11 小时之间，故选项 $A$ 不符合题意；

项立秋白昼时长超过 14 小时之间，故选项 $B$ 符合题意；

项白露白昼时长在 13～14 小时之间，故选项 $C$ 不符合题意；

项立冬白昼时长在之间，故选项 $D$ 不符合题意；

故选：$B$．

6.【解答】解：∵四边形 $OABC$ 是平行四边形，

$\therefore BC=OA$，$BC\parallel OA$，即 $BC\parallel x$ 轴，

∵$O$，$A$，$B$ 的坐标分别是（0，0），（5，0），（2，3），

$\therefore BC=OA=5$，点 $C$ 与点 $B$ 的纵坐标相等，都为 3，

∴点 $C$ 的横坐标为 $2-5=-3$，

∴点 $C$ 的坐标为（$-3$，3），

故选：$C$．

7.【解答】解：$A$．∵在这个变化中，自变量是温度，因变量是声速，∴说法正确，不符合题意；

$B$．∵根据数据表，可得温度越低，声速越慢，∴说法正确，不符合题意；

$C$．∵324－318＝6（$m/s$），330－324＝6（$m/s$），336－330＝6（$m/s$），342－336＝6（$m/s$），348－342＝6（$m/s$），

∴当温度每升高10°$C$，声速增加6$m/s$，∴说法正确，不符合题意；

$D$．∵336×4＝1344（$m$），

∴当空气温度为10°$C$时，声音4$s$可以传播1344$m$，∴说法错误，符合题意．

故选：$D$．

8．【解答】解：∵直角三角形的面积为$S_1$，小正方形的面积为$S_2$，

∴$\frac{1}{2}ab=S_1$，$(a-b)^2=S_2$，

∴$ab=2S_1$，$a^2-2ab+b^2=S_2$，

∴$a^2-4S_1+b^2=S_2$，

∴$a^2+b^2=S_2+4S_1$

故选：$D$．

**二、填空题**

9．【解答】解：$\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{3^2}=3$，$\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\sqrt{2}$．

故答案为：3，$\sqrt{2}$．

10．【解答】解：由题意得：

$y$与$x$的函数解析式为：$y=1000-7.92x$．

故答案为：$y=1000-7.92x$．

11．【解答】解：∵点$P$坐标为（1，2），

∴$OP=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

根据题意得$A(\sqrt{5}，0)$，

∵$4<5<9$，

∴$2<\sqrt{5}<3$，

∴点$A$的横坐标介于2和3之间，

故答案为：2，3．

12．【解答】解：根据图形可得：

∵$AB=AC=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$BC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，

∴$AB^2+AC^2=BC^2$，

∴$\angle BAC=90°$，

∴$\angle ABC=45°$．

故答案为：45°．

13．【解答】解：∵$E$，$F$分别是边$AB$，$AC$的中点，

∴$BC=2EF=10$（米），

∵△$ABC$是等边三角形，

∴$BE=CF=5$（米），

∴四边形$BCFE$的周长为：$BC+BE+CF+EF=25$（米），

故答案为：25．

14．【解答】解：∵四边形$ABCD$是菱形，

∴$BO=OD=\frac{1}{2}BD$，$AO=OC=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 8=4$，$AC\perp BD$，

∵$S_{菱形ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD=24$，即$\frac{1}{2}\times 8BD=24$，

∴$BD=6$，

∴$OB=3$，

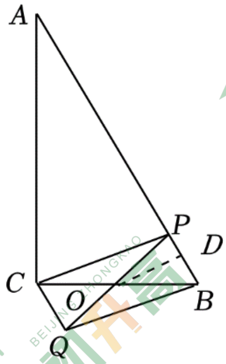
∴$AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，

∵$S_{菱形ABCD}=AB\cdot DE=24$，即$5DE=24$，

∴$DE=\frac{24}{5}$．

故答案为：$\frac{24}{5}$．

15．【解答】解：设$PQ$与$BC$交于点$O$，作$OD\perp AB$于$D$．如图所示：




∵四边形$PAQC$是平行四边形，

∴$OB=OC=\frac{1}{2}BC=2$，

∵$OD\perp AB$，$\angle A=30°$，

∴$\angle ABC=60°$，$\angle BOD=30°$，

∴$BD=\frac{1}{2}OB=1$，$OD=\sqrt{OB^2-BD^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

当$P$与$D$重合时，$OP$的值最小，则$PQ$的值最小，

∴$PQ$的最小值$=2OD=2\sqrt{3}$．

故答案为：$2\sqrt{3}$．

16．【解答】解：当$AE=BF$时，且$AE\parallel BF$，则四边形$ABFE$是平行四边形，

∴存在无数个四边形$ABFE$，使得四边形$ABFE$是平行四边形，故①正确；

当 $AE=BF=AB$ 时，则四边形 $ABFE$ 是菱形，

∴至少存在一个四边形 $ABFE$，使得四边形 $ABFE$ 菱形，故②正确；

∵ $\angle ABC\neq90^\circ$，

∴不存在四边形 $ABFE$ 是矩形，故③错误；

当 $EF$ 过对角线的交点时，四边形 $ABFE$ 的面积是▱$ABCD$ 面积的一半，

∴存在无数个四边形 $ABFE$，使得四边形 $ABFE$ 的面积是▱$ABCD$ 面积的一半，故④正确，

故答案为：①②④.

**三、解答题**

17.【解答】解：$(\sqrt{6}-\sqrt{2})\div\sqrt{2}+|\sqrt{3}-2|$

$=\sqrt{6}\div\sqrt{2}-\sqrt{2}\div\sqrt{2}+2-\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}-1+2-\sqrt{3}$

$=1$.

18.【解答】解：∵ $a=1+\sqrt{2}$，$b=1-\sqrt{2}$，

∴ $a-b=1+\sqrt{2}-(1-\sqrt{2})=1+\sqrt{2}-1+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，$ab=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=1-2=-1$，

∴ $a^2-ab+b^2$

$=a^2-2ab+b^2+ab$

$=(a-b)^2+ab$

$=(2\sqrt{2})^2+(-1)$

$=8-1$

$=7$.

19.【解答】证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AB=CD$，$AB\parallel CD$，

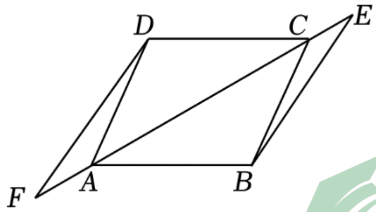
∴ $\angle ACD=\angle CAB$.

∵ $CF=AE$，

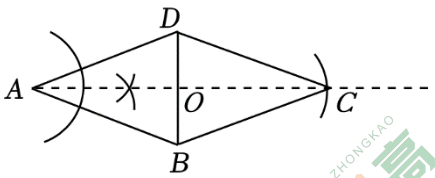
∴ $\triangle CFD\cong\triangle AEB$（$SAS$），

∴ $\angle F=\angle E$，

∴ $BE\parallel DF$.




20.【解答】(1) 解：如图所示，即为所求；




（2）证明：∵$AB=AD$，$AO$ 平分$\angle BAD$，

∴$BO=DO$，$AO\perp BD$，（三线合一定理）

∵$BO=DO$，$AO=CO$，

∴四边形 $ABCD$ 为平行四边形（对角线互相平分的四边形是平行四边形）

∵$AC\perp BD$，

∴四边形 $ABCD$ 为菱形（对角线互相垂直的平行四边形是菱形）

故答案为：三线合一定理；对角线互相平分的四边形是平行四边形；对角线互相垂直的平行四边形是菱形．

21．【解答】解：∵点 $D$、$E$ 分别是边 $AC$、$AB$ 的中点，

∴$DE$ 是$\triangle ABC$ 的中位线，

∴$DE=\frac{1}{2}BC=3.5$，

∵$AB=5$，$BF=4$，$AF=3$，

∴$BF^2+AF^2=3^2+4^2=25=5^2=AB^2$，

∴$\triangle ABF$ 是直角三角形，即$\angle AFB=90^\circ$，

∴$EF=\frac{1}{2}AB=2.5$，

∴$DF=DE-EF=1$．

22．【解答】解：设 $AB=AD=xcm$，由题意得，$CE=BF=6cm$，

∴$AC=AD+DE-CE=(x-2)cm$，

∵$AC^2+BC^2=AB^2$，

∴$(x-2)^2+8^2=x^2$，

∴$x=17$，

∴$AD=17cm$．

答：钟摆 $AD$ 的长度．

23．【解答】（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AE\parallel CD$，

∴$\angle EAO=\angle CDO$，

∵点 $O$ 是 $AD$ 的中点，

∴$OA=OD$，

在$\triangle AEO$ 与$\triangle DCO$ 中，

$$\begin{cases}\angle EAO=\angle CDO\\ OA=OD\\ \angle AOE=\angle DOC\end{cases},$$

∴△$AEO$≌△$DCO$（$ASA$），

∴$AE=CD$，

∴四边形 $ACDE$ 是平行四边形，

又∵$AC\perp BE$，

∴$\angle EAC=90°$，

∴四边形 $ACDE$ 是矩形；

（2）解：∵四边形 $ACDE$ 是矩形，

∴$EC=2OC=4$，$\angle EDC=90°$，

在 Rt△$CDE$ 中，$DE=\sqrt{EC^2-CD^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$.

24.【解答】解：（1）由题意，$y=2x^2+4x\times\frac{10}{x^2}=2x^2+\frac{40}{x}$；

故答案为：$y=2x^2+\frac{40}{x}$；

（2）当 $x=2$ 时，$a=y=8+20=28$；

故答案为：28；

（3）函数图象如图所示：

（4）观察图象可知，当 $x$ 约为 2.2$dm$ 时，需要的材料最省，

当 $y=30dm^2$ 时，$x$ 约为 1.6$dm$，

故答案为：2.2，1.6.

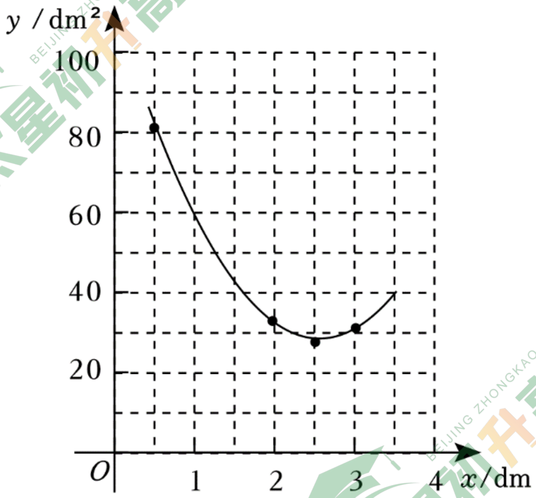
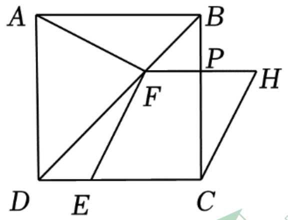
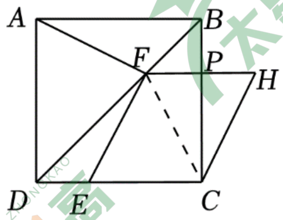


图 2

25.【解答】（1）解：如图所示，即为所求；



（2）证明：如图所示，连接 $CF$，



∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$\angle ADC=\angle BCD=90°$，$AD=CD$，$\angle ADF=\angle CDF=45°$，

∴$\triangle ADF\cong\triangle CDF$（$SAS$），

∴$AF=CF$，$\angle DAF=\angle DCF$，

∵$EF\perp AF$，即$\angle AFE=90°$，

∴$\angle DAF+\angle DEF=360°-\angle ADE-\angle AFE=180°$，

∵$\angle DEF+\angle CEF=180°$，

∴$\angle FEC=\angle FAD=\angle FCE$，

∴$FE=FC$，

∵点 $H$ 和点 $F$ 关于 $BC$ 对称，

∴$CF=CH$，$CP\perp FH$，

∴$\angle FCP=\angle HCP$，$CF=CH=EF$，

∵$\angle FCE+\angle FCP=90°$，

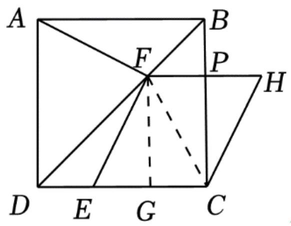
∴$\angle FEC+\angle FCE+\angle FCP+\angle HCP=180°$，

∴$EF\parallel CH$，

∴四边形 $ECHF$ 为平行四边形；

（3）解：$PF^2+\frac{1}{2}DF^2=AF^2$，证明如下：

如图所示，过点 $F$ 作 $FG\perp CD$ 于 $G$，则四边形 $PFGC$ 是矩形，$\triangle DFG$ 是等腰直角三角形，



∴$FG=CP=\frac{\sqrt{2}}{2}DF$，

在 Rt$\triangle CPF$ 中，由勾股定理得 $PF^2+PC^2=CF^2$，

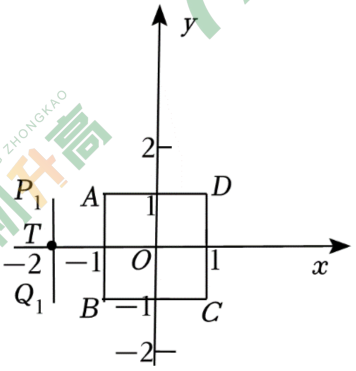
$\therefore PF^2+FG^2=AF^2$，

$\therefore PF^2+(\frac{\sqrt{2}}{2}DF)^2=AF^2$，

$\therefore PF^2+\frac{1}{2}DF^2=AF^2$.

26.【解答】解：（1）①当 $a=-2$ 时，点 $P(-2,1)$，$Q(-2,-1)$，则 $PQ$ 的中点 $T(-2,0)$，

如图，

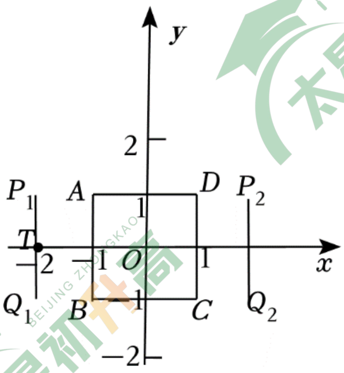



此时，将 $PQ$ 向右平移一个单位可与 $AB$ 重合，

所以线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“平移距离”$d$ 为 1，

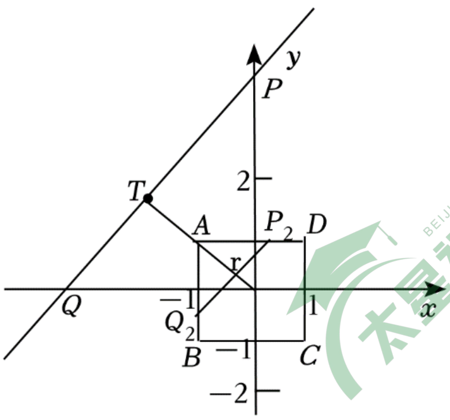
故答案为：1；

②如图，




当线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“平移距离”$d\leqslant 1$ 时，$a$ 的取值范围为：$-2\leqslant a\leqslant 2$；

（2）①线段 $PQ$ 的中点 $T$ 的坐标为 $(t,\ t+4)$，且线段 $PQ\parallel BD$，

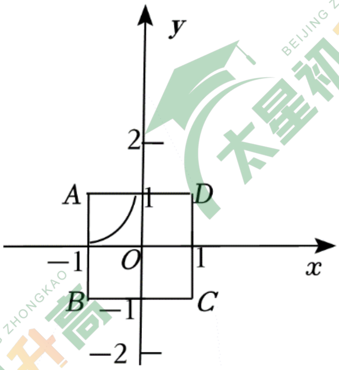



所以当 $T$ 为线段 $AB$ 中点时，此时线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“平移距离”$d$ 的最小，

最小值为：$d=OT-OT'=2\sqrt{2}-(\sqrt{2}-1)=\sqrt{2}+1$，

②当 $t=-2$ 时，线段 $PQ$ 的中点 $T$ 的坐标为（$-2$，$2$），

所有线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“平移中点”所组成的图形是以点 $A$ 为圆心，1 为半径的一段弧，如图，




线段 $PQ$ 到正方形 $ABCD$ 的“平移距离” $d$ 的取值范围为：$\sqrt{5}\leqslant d\leqslant\sqrt{2}+1$.