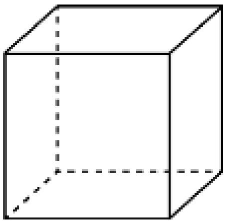
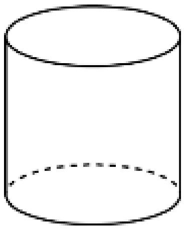
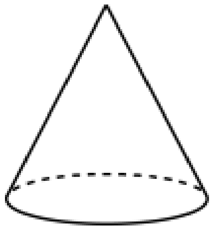
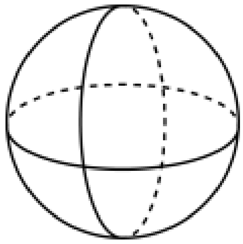
2024北京一七一中初三3月月考

数　学

（时长：120分钟　总分值：100分）

一、选择题（共16分，每小题2分）

1. 下列四个几何体中，主视图是三角形的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

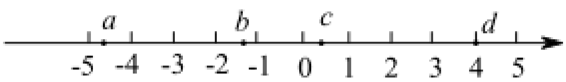
2. 2023年2月28日，国家统计局发布的《中华人民共和国2022年国民经济和社会发展统计公报》中报道：2022年全年研究与试验发展（R＆D）经费支出30870亿元，比上年增长10.4%，将数字30870用科学记数法表示应为（　）

A. 3.087×10^4　　B. 30.87×10^3　　C. 0.3087×10^5　　D. 3.087×10^5

3. 如果一个正多边形的内角和等于720°，那么该正多边形的一个外角等于（　　）

A. 45°　　B. 60°　　C. 72°　　D. 90°

4. 若实数a,b,c,d在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是（　）.



A. $a<-5$　　B. $b+d<0$　　C. $|a|-c<0$　　D. $c<\sqrt{d}$

5. x的方程$mx^2+3x-1=0$有两个不相等的实数根，则实数m的取值范围是（　　）

A. $m>-\frac{9}{4}$　　B. $m\geq-\frac{9}{4}$　　C. $m>-\frac{9}{4}$且$m\neq0$　　D. $m\geq-\frac{9}{4}$且$m\neq0$

6. 下列运算结果正确的是（　）

A. $(-a)^2=a^2$　　B. $a^6\div a^2=a^3$

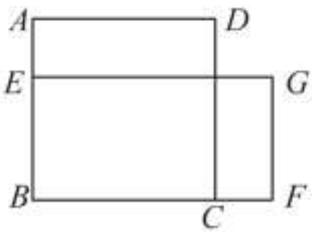
C. $(a-2)^2=a^2-4$　　D. $3a+a=4$

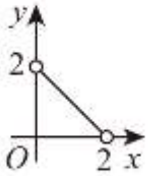
7. 有4张看上去无差别的卡片，上面分别写着1，2，3，4随机抽取1张后，放回并混合在一起，再随机抽取1张，则第二次取出的数字是第一次取出数字的整数倍的概率是（　）

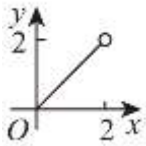
A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{2}$

8. 如图，正方形$ABCD$的边长为2，点E是AB上一动点（点E与点A，B不重合），点F在BC延长线上，$AE=CF$，以BE，BF为边作矩形$BEGF$．设AE的长为x，矩形$BEGF$的面积为y，则y与x满

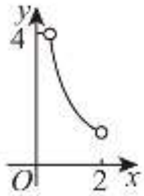
足的函数关系的图像是（　）



A. 

B. 

C. 

D. 

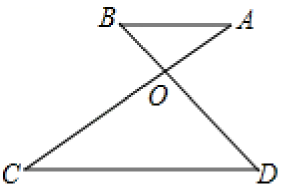
二、填空题（共 16 分，每小题 2 分）

9. 若分式 $\dfrac{2x-1}{x}$ 的值为 0，则实数 x 的值为______.

10. 分解因式：$2x^3-4x^2+2x=$______________.

11. 如果 $\dfrac{m}{3}=\dfrac{n}{2}=k\neq 0$，那么代数式 $\dfrac{3m-n}{4m^2-n^2}\cdot(2m+n)$ 的值是______.

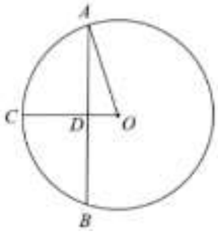
12. 如图，$AB\parallel CD$，$AB=\dfrac{1}{2}CD$，$S_{\triangle ABO}$：$S_{\triangle CDO}=$_____.



13. 《九章算术》是中国传统数学最重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架，它的代数成就主要包括开放术、正负术和方程术，其中，方程术是《九章算术》最高的数学成就.《九章算术》中记载：“今有五雀、六燕集称之衡，雀俱重，燕俱轻，一雀一燕交而处，衡适平，并雀、燕重一斤，问雀、燕一枚各重几何？”.

译文：“今有 5 只雀、6 只燕，分别聚集而用衡器称之，聚在一起的雀重，燕轻，将 1 只雀、1 只燕交换位置而放，重量相等，5 只雀、6 只燕重量为 1 斤，问雀、燕 1 只各重多少？”设每只雀重 x 斤，每只燕中 y 斤，可列方程组为__________________.

14. 如图，AB 为⊙O 的弦，C 为⊙O 上一点，$OC\perp AB$ 于点 D．若 $OA=\sqrt{10}$，$AB=6$，则 $\tan\angle AOD=$______.



15. 咖啡树种子的发芽能力会随着保存时间的增长而减弱．咖啡树种子保存到三个月时，发芽率约为95%；从三个月到五个月，发芽率会逐渐降到75%；从五个月到九个月，发芽率会逐渐降到25%．农科院记录了某批咖啡树种子的发芽情况，结果如下表所示：

种子数量 n	10	50	150	300	500	800
发芽数量 m	9	41	133	261	431	689
发芽率 $\frac{n}{m}$	0.9	0.82	0.887	0.87	0.862	0.861

据此推测，下面三个时间段中，这批咖啡树种子的保存时间是________（填“三个月内”“三至五个月”或“五至九个月”）．

16. 某陶艺工坊有 A 和 B 两款电热窑，可以烧制不同尺寸的陶艺品． 两款电热窑每次可同时放置陶艺品的尺寸和数量如下表所示．

数量（个）尺寸款式	大	中	小
A	8	15	25
B	0	10	20

烧制一个大尺寸陶艺品的位置可替换为烧制两个中尺寸或六个小尺寸陶艺品，但烧制较小陶艺品的位置不能替换为烧制较大陶艺品．

某批次共生产了10个大尺寸陶艺品，50个中尺寸陶艺品，76个小尺寸陶艺品．

（1）烧制这批陶艺品，A 款电热窑至少使用_______次；

（2）若 A 款电热窑每次烧制成本为55元，B 款电热窑烧每次烧制成本为20元，则烧制这批陶艺品成本最低为_____元．

三、解答题（本题共68分，第17—21题，每题5分，第22题6分，第23题5分，第24—26题，每题6分，第27—28题，每题7分）

17. $\sqrt{27}-\left|-\sqrt{3}\right|+\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}+3\tan 30^{\circ}$.

18. 解不等式组：$\begin{cases}4x-3\geq 3(x-1),\\ \dfrac{2x+6}{5}<x.\end{cases}$

19. 已知关于 x　方程 $mx^2+(3-m)x-3=0$(m 为实数，$m\neq 0$).

(1) 试说明：此方程总有两个实数根.

(2) 如果此方程的两个实数根都为正整数，求整数 m 的值.

20. 下面是小方设计的“作一个 30°角”的尺规作图过程.

已知：直线 *AB* 及直线 *AB* 外一点 *P*.

求作：直线 *AB* 上一点 *C*，使得∠*PCB*＝30°.

作法：

①在直线 *AB* 上取一点 *M*；

②以点 *P* 为圆心，*PM* 为半径画弧，与直线 *AB* 交于点 *M*、*N*；

③分别以 *M*、*N* 为圆心，*PM* 为半径画弧，在直线 *AB* 下方两弧交于点 *Q*.

④连接 *PQ*，交 *AB* 于点 *O*.

⑤以点 *P* 为圆心，*PQ* 为半径画弧，交直线 *AB* 于点 *C* 且点 *C* 在点 *O* 的左侧．则∠*PCB* 就是所求作的角.

根据小方设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规补全图形；(保留作图痕迹)

（2）完成下面　证明.

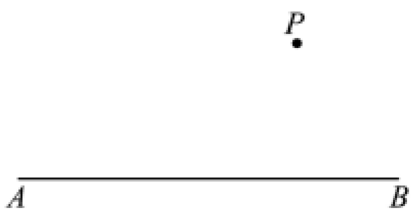
证明：∵*PM*＝*PN*＝*QM*＝*QN*，

∴四边形 *PMQN* 是______.

∴*PQ*⊥*MN*，*PQ*＝2*PO*（______）.（填写推理依据）

∵在 Rt△*POC* 中，$\sin\angle PCB=\dfrac{PO}{PC}=$______（填写数值）

∴∠*PCB*＝30°.



21. 在平面直角坐标系 *xOy* 中，直线 *l* 与双曲线 $y=\dfrac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$ 的两个交点分别为 *A*（-3，-1），*B*（1，*m*).

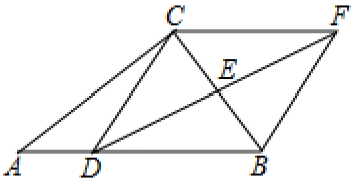
（1）求 *k* 和 *m* 的值；

（2）点 *P* 为直线 *l* 上的动点，过点 *P* 作平行于 *x* 轴的直线，交双曲线 $y=\dfrac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$ 于点 *Q*．当点 *Q* 位于点 *P* 的右侧时，求点 *P* 的纵坐标 *n* 的取值范围.

22. 如图，在△*ABC* 中，*D* 是 *AB* 边上任意一点，*E* 是 *BC* 边中点，过点 *C* 作 *AB* 的平行线，交 *DE* 的延长线于点 *F*，连接 *BF*，*CD*.

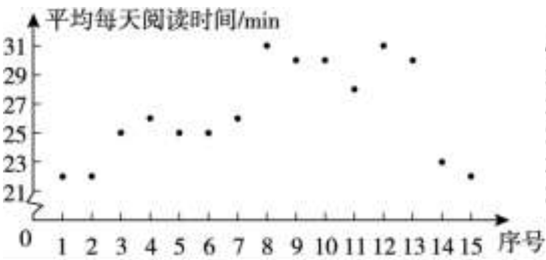
（1）求证：四边形 $CDBF$ 是平行四边形；

（2）若 $\angle FDB=30°$，$\angle ABC=45°$，$BC=4\sqrt{2}$，求 DF 的长.

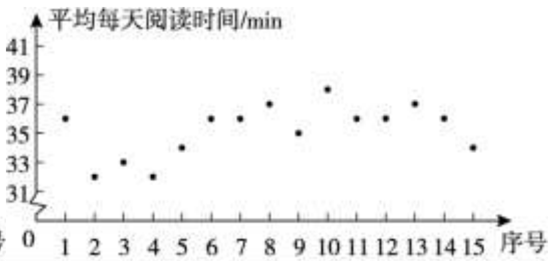


23. 某校为了解读书月期间学生平均每天阅读时间，在该校七、八、九年级学生中各随机抽取了 15 名学生，获得了他们平均每天阅读时间（单位：min），并对数据进行了整理、描述，给出部分信息.

a．七、八年级学生平均每天阅读时间统计图：



七年级学生平均每天阅读时间



八年级学生平均每天阅读时间

b．九年级学生平均每天阅读时间： 21 22 25 33 36 36 37 37 39 39 41 42 46 48 50

c．七、八、九年级学生平均每天阅读时间的平均数：

年级	七	八	九
平均数	26.4	35.2	36.8

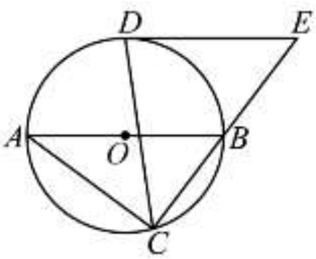
根据以上信息，回答下列问题：

（1）抽取的 15 名九年级学生平均每天阅读时间的中位数是__；

（2）求三个年级抽取的 45 名学生平均每天阅读时间的平均数；

（3）若七、八、九年级抽取的学生平均每天阅读时间的方差分别为 s_1^2, s_2^2, s_3^2，则 s_1^2, s_2^2, s_3^2 之间的大小关系为___.

24. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，C 是 $\odot O$ 上一点，$\angle ACB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D，过点 D 作 $\odot O$ 的切线交 CB 的延长线于点 E.



（1）求证：$DE \parallel AB$；

（2）若 $OA=5$，$\sin A=\dfrac{3}{5}$，求线段 DE 的长.

25. 某种型号的温控水箱的工作过程是：接通电源后，在初始温度 20℃下加热水箱中的水；当水温达到设定温度 80℃时，加热停止；此后水箱中的水温开始逐渐下降，当下降到 20℃时，再次自动加热水箱中的水至 80℃时，加热停止；当水箱中的水温下降到 20℃时，再次自动加热，…，按照以上方式不断循环．小明根据学习函数的经验，对该型号温控水箱中的水温随时间变化的规律进行了探究．发现水温 y 是时间 x 的函数，其中 y（单位：℃）表示水箱中水的温度．x（单位：min）表示接通电源后的时间．

下面是小明的探究过程，请补充完整：

（1）下表记录了 32min 内 14 个时间点的温控水箱中水的温度 y 随时间 x 的变化情况

接通电源后的时间 x（单位：min）	0	1	2	3	4	5	8	10	16	18	20	21	24	32	…
水箱中水的温度 y（单位：℃）	20	35	50	65	80	64	40	32	20	m	80	64	40	20	…

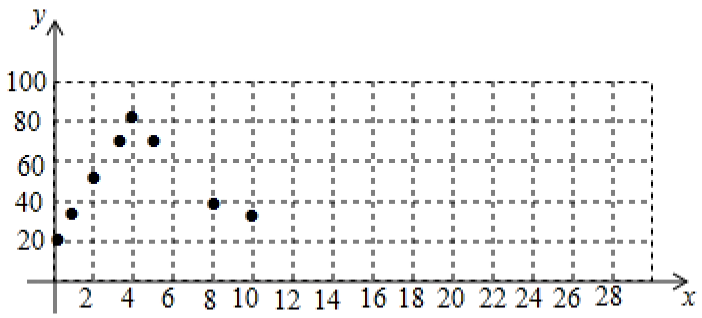
m 的值为______；

（2）①当 0≤x≤4 时，写出一个符合表中数据的函数解析式__________；

当 4＜x≤16 时，写出一个符合表中数据的函数解析式___________；

②如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了上表中部分数据对应的点，根据描出的点，画出当 0≤x≤32 时，温度 y 随时间 x 变化的函数图象：

（3）如果水温 y 随时间 x 的变化规律不变，预测水温第 8 次达到 40℃时，距离接通电源____min．



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2-2ax+c(a\neq0)$ 被 x 轴截得的线段长度为 4.

（1）求抛物线的对称轴；

（2）求 c 的值（用含 a 的式子表示)；

（3）若点 $M\left(x_1,3\right)$，$N\left(x_2,3\right)$ 为抛物线上不重合两点（其中 $x_1<x_2$），且满足 $x_1\left(x_2-5\right)\leqslant0$，求 a 的取值范围.

27. 在△ABC 中，$AB=2\sqrt{3}$，$CD\perp AB$ 于点 D，$CD=\sqrt{2}$.

（1）如图 1，当点 D 是线段 AB 中点时，

①AC　长为 _____；

②延长 AC 至点 E，使得 $CE=AC$，此时 CE 与 CB 的数量关系为____，$\angle BCE$ 与 $\angle A$ 的数量关系为____.

（2）如图 2，当点 D 不是线段 AB 的中点时，画 $\angle BCE$（点 E 与点 D 在直线 BC 的异侧），使 $\angle BCE=2\angle A$，$CE=CB$，连接 AE.

①按要求补全图形；

②求 AE 的长.

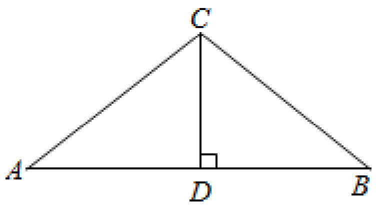


图 1

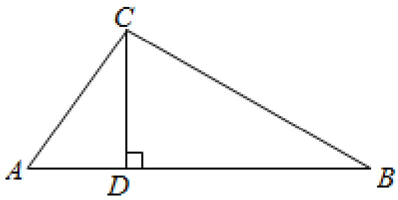


图 2

28. 如图1，对于 $\triangle PMN$ 的顶点 P 及其对边 MN 上的一点 Q，给出如下定义：以 P 为圆心，PQ 为半径的圆与直线 MN 的公共点都在线段 MN 上，则称点 Q 为 $\triangle PMN$ 关于点 P 的内联点.

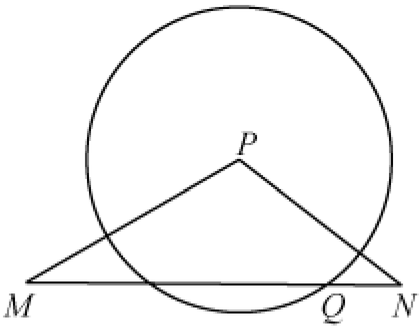


图1

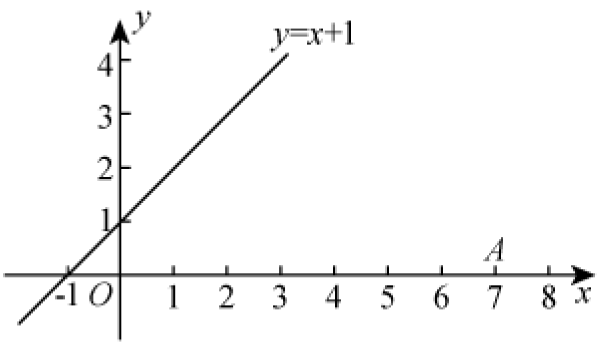


图2

在平面直角坐标系 xOy 中：

（1）如图 2，已知点 $A(7,0)$，点 B 在直线 $y=x+1$ 上.

①若点 $B(3,4)$，点 $C(3,0)$，则在点 O，C，A 中，点______是 $\triangle AOB$ 关于点 B 的内联点；

②若 $\triangle AOB$ 关于点 B 的内联点存在，求点 B 纵坐标 n 的取值范围.

（2）已知点 $D(2,0)$，点 $E(4,2)$，将点 D 绕原点 O 旋转得到点 F，若 $\triangle EOF$ 关于点 E 的内联点存在，直接写出点 F 横坐标 m 的取值范围.

参考答案

一、选择题（共 16 分，每小题 2 分）

1. 【答案】C

【解析】

【分析】直接根据三视图中主视图的定义即可判断．

【详解】根据几何体三视图中主视图的定义；

正方体的主视图是矩形，不符合题意；

圆柱体的主视图是矩形，不符合题意；

圆锥的主视图是三角形，符合题意；

B、球的主视图是圆，不符合题意；

故选：C．

【点睛】本题考查了几何体的三视图的主视图，解题的关键是：掌握三视图中主视图的定义，是由正面往后看．

2. 【答案】A

【解析】

【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为$a\times10^n$，其中$1\le|a|<10$，n为整数．

【详解】解：$30870=3.087\times10^4$．

故选：A．

【点睛】本题考查了科学记数法，科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\le|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原来的数，变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值≥10时，n是正数；当原数的绝对值<1时，n是负数，确定a与n的值是解题的关键．

3. 【答案】B

【解析】

【分析】根据内角和求出边数，再根据外角和为$360°$，进行计算即可．

【详解】解：设正多边形的边数为n，

由题意，得$\left(n-2\right)\times180°=720°$，

解得：$n=6$，

$\therefore$正多边形的一个外角$=360°\div6=60°$，

故选：B．

【点睛】本题考查正多边形的内角和、外角和．熟练掌握正多边形内角和的计算方法和外角和为$360°$是解题的关键．

4. 【答案】D

【解析】

【分析】根据数轴上的点表示的数来判断各选项的正误.

【详解】解：∵a 在-5 的右边，∴a＞-5,故选项 A 错；

∵b＜0，d＞0，且|b |＜|d |，∴b+d＞0，故选项 B 错；

∵|a |＞c，∴$|a|-c>0$，故选项 C 错；

∵d=4，$\sqrt{4}=2$，∴$c<\sqrt{d}$，故选项 D 正确；

故选：D

【点睛】本题考查了利用数轴表示数和实数的运算及实数的大小比较．理解利用数轴表示实数的意义是解题的关键.

5. 【答案】C

【解析】

【分析】利用根的判别式和一元二次方程的定义计算判断即可.

【详解】∵方程 $mx^2+3x-1=0$ 有两个不相等的实数根，

∴ $m\neq 0, \Delta=9-4\times m\times(-1)>0$.,

解得 $m>-\dfrac{9}{4}$ 且 $m\neq 0$，

故选 C.

【点睛】本题考查了根的判别式和一元二次方程的定义，熟练掌握根的判别式是解题的关键.

6. 【答案】A

【解析】

【分析】本题考查整式的运算，根据幂的乘方、同底数幂的除法、完全平方公式以及合并同类项的运算法则逐项计算判断即可.

【详解】解：A、$(-a)^2=a^2$，原计算正确，符合题意；

B、$a^6\div a^2=a^4$，原计算错误，不符合题意；

C、$(a-2)^2=a^2-4a+4$，原计算错误，不符合题意；

D、$3a+a=4a$，原计算错误，不符合题意；

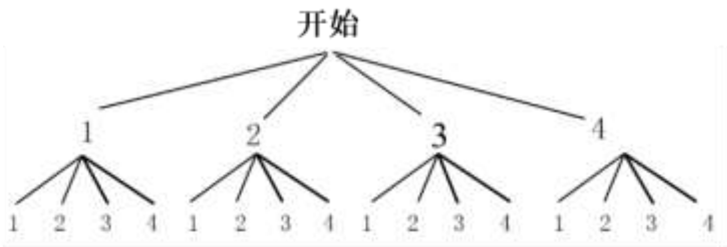
故选：A.

7. 【答案】D

【解析】

【分析】本题考查列表法或画树状图法求概率，先画树状图得到所有等可能的结果，再找出符合题意的结果数，然后利用概率公式求解即可.

【详解】解：画树状图如图：



共有 16 种等可能的结果，其中第二次取出的数字是第一次取出数字的整数倍的有 8 种，

∴第二次取出的数字是第一次取出数字的整数倍的概率为$\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$，

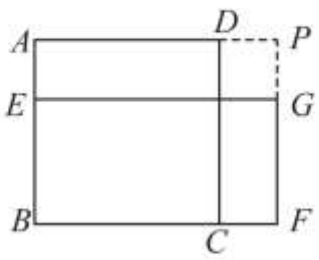
故选：D.

8. 【答案】C

【解析】

【分析】延长AD、FG相交与点P，然后用含x的式子表示面积y，得到y关于x的函数解析式，根据图像即可判断.

【详解】解：如图，延长AD、FG相交与点P，



则四边形$ABFP$为矩形，$BF=AP=2+x$，

$y=S_{四边形BEGF}=S_{四边形ABFP}-S_{四边形AEGP}=2(2+x)-x(2+x)=-x^2+4$

所以$y=-x^2+4\ (0<x<2)$

这个函数的图像为抛物线，开口向下，只有 C 答案符合题意，

故选 C.

【点睛】本题考查了二次函数的图像，根据矩形的性质通过数形结合建立函数模型是求解的关键.

二、填空题（共 16 分，每小题 2 分）

9. 【答案】$\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】根据分式值为 0 的条件进行求解即可.

【详解】解：∵分式$\frac{2x-1}{x}$的值为 0，

$\therefore \begin{cases}2x-1=0\\x\neq 0\end{cases}$，

$\therefore x=\frac{1}{2}$，

故答案为：$\frac{1}{2}$.

【点睛】本题主要考查了分式值为0的条件，熟知分式值为0的条件是分母不为0，分子为0是解题的关键.

10. 【答案】$2x(x-1)^2$

【解析】

【分析】本题考查因式分解，先提公因式$2x$，再利用完全平方公式分解因式即可.

【详解】解：$2x^3-4x^2+2x$

$=2x(x^2-2x+1)$

$=2x(x-1)^2$，

故答案为：$2x(x-1)^2$.

11. 【答案】$\frac{7}{4}$##$1\frac{3}{4}$

【解析】

【分析】本题考查了分式的基本性质，分式化简求值，由分式的基本性质可得$m=2k$，$n=2k$，然后对分式化简，把$m=2k$，$n=2k$代入到化简后的结果中计算即可求解，掌握分式的基本性质是解题的关键.

【详解】解：$\because \frac{m}{3}=\frac{n}{2}=k\neq 0$，

$\therefore m=2k$，$n=2k$，

$\therefore \frac{3m-n}{4m^2-n^2}\cdot(2m+n)=\frac{3m-n}{(2m+n)(2m-n)}\cdot(2m+n)$

$=\frac{3m-n}{2m-n}$，

$=\frac{3\times 3k-2k}{2\times 3k-2k}$，

$=\frac{7k}{4k}$，

$=\frac{7}{4}$，

故答案为：$\frac{7}{4}$.

12. 【答案】$1:4$

【解析】

【详解】分析：先根据相似三角形的判定定理得出△AOB∽△COD，再根据相似三角形面积的比等于相似比的平方进行解答.

详解：

∵AB∥CD，

∴△ABO∽△CDO，

∴S△ABO：S△CDO=（$\frac{AB}{CD}$）^{2}，

∵AB＝$\frac{1}{2}$CD，

∴$\frac{AB}{CD}=\frac{1}{2}$

∴$S_{\triangle ABO}$：$S_{\triangle CDO}$=1：4.

故答案为1：4.

点睛：主要考查了相似三角形的判定和性质，比较简单，熟记三角形相似的判定方法和相似三角形的面积之比等于相似比的平方是解题的关键.

13. 【答案】$\begin{cases}5x+6y=1\\4x+y=x+5y\end{cases}$

【解析】

【分析】根据“将1只雀、1只燕交换位置而放，重量相等”可得$4x+y=x+5y$，根据“5只雀、6只燕重量为1斤”可得$5x+6y=1$，联立即可得到方程组.

【详解】解：设每只雀重x斤，每只燕中y斤，

可列方程组为：$\begin{cases}5x+6y=1\\4x+y=x+5y\end{cases}$，

故答案为：$\begin{cases}5x+6y=1\\4x+y=x+5y\end{cases}$.

【点睛】本题主要考查了二元一次方程组的实际应用，解题的关键是正确理解题意，找出等量关系，根据等量关系列出方程组.

14. 【答案】3

【解析】

【分析】本题考查垂径定理、解直角三角形，先利用垂径定理得到$AD=\frac{1}{2}AB=3$，再利用勾股定理求得OD，然后利用正切定义求解即可.

【详解】解：∵$OC\perp AB$，$AB=6$，

∴$AD=\frac{1}{2}AB=3$，$\angle ADO=90°$，又$OA=\sqrt{10}$，

$\therefore OD=\sqrt{OA^2-AD^2}=\sqrt{\left(\sqrt{10}\right)^2-3^2}=1$，

$\therefore \tan\angle AOD=\dfrac{AD}{OD}=3$，

故答案为：3．

15.【答案】三至五个月

【解析】

【分析】根据频率估计概率，结合题意即可求解．利用大量重复实验时，事件发生的频率在某个固定位置左右摆动，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计概率，这个固定的近似值就是这个事件的概率．

【详解】解：根据表格可知，某批咖啡树种子的发芽情况接近0.86

∵咖啡树种子保存到三个月时，发芽率约为95%；从三个月到五个月，发芽率会逐渐降到75%；

∴这批咖啡树种子的保存时间是三至五个月

故答案为：三至五个月．

【点睛】本题考查了频率估计概率，理解题意是解题的关键．

16.【答案】 ①. 2 ②. 130

【解析】

【分析】本题考查一元一次不等式的应用、有理数的混合运算，理解题意，正确列出不等式或算式是解答的关键．

（1）设烧制这批陶艺品，A 款电热窑使用了 x 次，根据“共生产了 10 个大尺寸陶艺品”列不等式求解即可；

（2）先求得 A 款电热窑烧制 2 次和 B 款电热窑烧制 1 次的成本，以及 A 款电热窑烧制 3 次时的成本，然后比较即可得出答案．

【详解】解：（1）设烧制这批陶艺品，A 款电热窑使用了 x 次，

根据题意，得$8x\geq 10$，则$x\geq \dfrac{5}{4}$，

∵x 为正整数，

∴x 的最小值为 2，

即烧制这批陶艺品，A 款电热窑至少使用了 2 次，

故答案为：2；

（2）根据题意，A 款电热窑烧制 2 次时，第 2 次的 5 个大尺寸陶艺品位置烧制 10 个中尺寸陶艺品，1 个大尺寸陶艺品位置烧制 6 个小尺寸陶艺品，

则还需烧制中尺寸陶艺品$50-2\times 15-10=10$（个），小尺寸陶艺品$76-2\times 25-6=20$（个），

∴还需 B 款电热窑烧制一次刚刚好，所需成本为$2\times 55+20=130$（元），

如 A 款电热窑烧制 3 次时，所需成本为$3\times 55=165$（元），

∵$165>130$，

∴烧制这批陶艺品成本最低为130元，

故答案为：130．

三、解答题（本题共68分，第17—21题，每题5分，第22题6分，第23题5分，第24—26题，每题6分，第27—28题，每题7分）

17.【答案】$3\sqrt{3}+4$

【解析】

【分析】利用二次根式的性质，绝对值的性质，负整数指数幂，特殊锐角三角函数值计算即可．

【详解】解：原式$=3\sqrt{3}-\sqrt{3}+4+3\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=3\sqrt{3}-\sqrt{3}+4+\sqrt{3}$

$=3\sqrt{3}+4$．

【点睛】本题考查了实数的运算，相关知识有二次根式的性质，绝对值的性质，负整数指数幂，特殊锐角三角函数值，熟练掌握相关运算法则是解题的关键．

18.【答案】$x>2$

【解析】

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集．

【详解】解：$\begin{cases}4x-3\geq 3(x-1)① \\ \frac{2x+6}{5}<x②\end{cases}$

解不等式①，得$x\geq 0$．

解不等式②，得$x>2$．

所以原不等式组的解集为$x>2$．

【点睛】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键．

19.【答案】(1)见解析；(2)m=-1,-3.

【解析】

【分析】（1）先计算判别式得到$\Delta=(m-3)^2-4m\cdot(-3)=(m+3)^2$，利用非负数的性质得到$\Delta\geq 0$，然后根据判别式的意义即可得到结论；

（2）利用公式法可求出$x_1=\frac{3}{m}$，$x_2=-1$，然后利用整除性即可得到m的值．

【详解】解：（1）∵$m\neq 0$，

∴方程$mx^2+(m-3)x-3=0$（$m\neq 0$）是关于x的一元二次方程，

∴$\Delta=(m-3)^2-4m\times(-3)=(m+3)^2$，

∵（m+3）^{2}≥0，即△≥0，

∴方程总有两个实数根；

（2）∵$x=\dfrac{-(3-m)\pm(m+3)}{2m}$，

∴$x_1=-\dfrac{3}{m}$，$x_2=1$，

∵m为正整数，且方程的两个根均为整数，

∴m=-1或-3．

【点睛】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的根的判别式$\Delta=b^2-4ac$：当△＞0，方程有两个不相等的实数根；当△=0，方程有两个相等的实数根；当△＜0，方程没有实数根．也考查了解一元二次方程．

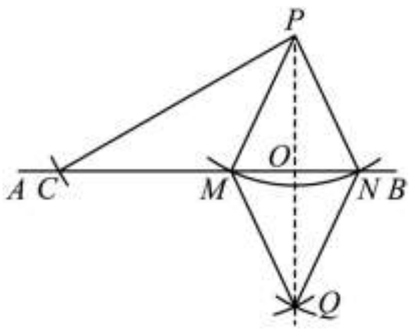
20.【答案】（1）见解析；（2）菱形，菱形对角线互相垂直平分，$\frac{1}{2}$．

【解析】

【分析】（1）根据图中所给的作图步骤，补全图形，保留作图痕迹．

（2）根据菱形的判定与性质，即可推得四边形 *PMQN* 是菱形．菱形对角线互相垂直平分，可得 $PQ\perp MN$，$PQ=2PO$，利用正弦函数即可求得所作的叫是 30° 角．

【详解】（1）如图即为补全的图形；



（2）完成下面的证明．

∵$PM=PN=QM=QN$，

∴四边形 *PMQN* 是菱形．

∴$PQ\perp MN$，$PQ=2PO$（菱形对角线互相垂直平分）．

∵在 Rt△*POC* 中，$\sin\angle PCB=\dfrac{PO}{PC}=\dfrac{1}{2}$，

∴$\angle PCB=30°$．

故答案为：菱形，菱形对角线互相垂直平分，$\frac{1}{2}$．

【点睛】本题考查了复杂作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．本题还考查了菱形的判定与性质，及其正弦函数的应用．

21.【答案】（1）$k=3, m=3$；（2）$n<-1$或$0<n<3$

【解析】

【分析】（1）把 $A(-3,-1)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 得 $k=3$，把 $B(1,m)$ 代入 $y=\frac{3}{x}$ 得 $m=3$；

（2）用待定系数法求得直线 l 的表达式为 $y=x+2$ ，再求得点 C 的坐标为 $(-2,0)$，根据图象即可求得 n 的取值范围．

【详解】（1）把 $A(-3,-1)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 得 $k=3.$

把 $B(1,m)$ 代入 $y=\frac{3}{x}$ 得 $m=3.$

$\therefore k=3,m=3.$

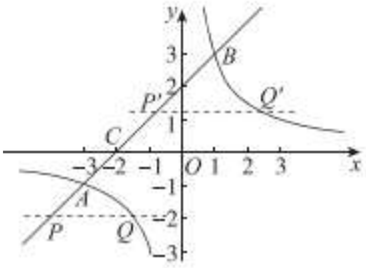
（2）设直线 l 的表达式为 $y=k_1x+b(k_1\neq 0)$ ，

分别把 $A(-3,-1)$， $B(1,3)$ 代入得 $\begin{cases}-3k_1+b=-1,\\ k_1+b=3.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=1,\\ b=2.\end{cases}$

$\therefore$ 直线 l 的表达式为 $y=x+2.$

$\therefore$ 直线 l 与 x 轴的交点为 $C(-2,0)$．

结合图象可知：当点 P 在线段 BA 的延长线上或在线段 BC（不含端点）上时，点 Q 位于点 P 右侧．



$\therefore$点 P 的纵坐标 n 的取值范围是 $n<-1$ 或 $0<n<3.$

【点睛】本题时一次函数与反比例函数的综合题，利用数形结合思想是解决第（2）题的关键．

22. 【答案】（1）见解析；（2）8

【解析】

【分析】（1）欲证明四边形 $CDBF$ 是平行四边形只要证明 $CF\parallel DB$，$CF=DB$ 即可；

（2）如图，作 $EM\perp DB$ 于点 M，解直角三角形即可；

【详解】（1）证明：$\because CF\parallel AB$，

$\therefore \angle ECF=\angle EBD$．

$\because E$ 是 BC 中点，

$\therefore CE=BE$．

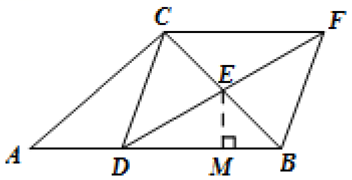
$\because \angle CEF=\angle BED$，

$\therefore \triangle CEF\cong\triangle BED$．

$\therefore CF=BD$．

$\therefore$四边形 $CDBF$ 是平行四边形．

（2）解：如图，作 $EM\perp DB$ 于点 M，



∵四边形 $CDBF$ 是平行四边形，$BC=4\sqrt{2}$，

∴ $BE=\frac{1}{2}BC=2\sqrt{2}$，$DF=2DE$.

在 $Rt\triangle EMB$ 中，$EM=BE\bullet\sin\angle ABC=2$，

$Rt\triangle EMD$ 中，∵ $\angle EDM=30°$，

∴$DE=2EM=4$，

∴$DF=2DE=8$.

【点睛】本题考查平行四边形的性质、全等三角形的判定和性质、勾股定理、直角三角形 30 度角性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题，属于中考常考题型.

23.【答案】（1）37　（2）32.8

（3）$s_2^2<s_1^2<s_3^2$

【解析】

【分析】（1）根据中位数　定义进行求解即可；

（2）根据 $\frac{15\times26.4+15\times35.2+15\times36.8}{45}$，计算求解即可；

（3）根据方差越大，数据的波动程度越大，方差越小，数据的波动程度越小，结合统计图与数据进行判断即可.

【小问 1 详解】

解：由中位数是第 8 位上的数可知，中位数为 37，

故答案为：37；

【小问 2 详解】

解：由题意知，三个年级抽取的 45 名学生平均每天阅读时间的平均数为

$\frac{15\times26.4+15\times35.2+15\times36.8}{45}=32.8$，

∴三个年级抽取的 45 名学生平均每天阅读时间的平均数为 32.8；

【小问 3 详解】

解：由方差越大，数据的波动程度越大，方差越小，数据的波动程度越小，

观察七、八年级的统计图以及九年级的数据可知，九年级的数据波动最大、八年级的数据波动最小，

∴ $s_2^2<s_1^2<s_3^2$，

故答案为：$s_2^2<s_1^2<s_3^2$.

【点睛】本题考查了中位数，平均数，方差等知识．解题的关键在于从题干中获取正确的信息.

24.【答案】（1）见解析　（2）$\frac{35}{4}$

【解析】

【分析】（1）连接 OD，由切线的性质得 $OD\perp DE$，再由圆周角定理可求得 $\angle AOD=2\angle ACD=\angle ACB=90^\circ$，从而得结论成立.

（2）过点 B 作 $BH\perp DE$ 于点 H，可证明四边形 $ODHB$ 是正方形，$\angle A$ 与 $\angle EBH$ 都与 $\angle ABC$ 互余，得 $\angle EBH=\angle A$，在 Rt△BHE 中，由 $\tan\angle HBE=\frac{EH}{BH}$，求出 EH，再由 $DE=DH+EH$ 得结果.

【小问 1 详解】

证明：连接 OD，如图 1.

∵ DE 是⊙O 的切线，切点是 D，

∴ $OD\perp DE$.

∴ $\angle ODE=90^\circ$.

∵ AB 是⊙O 的直径，

∴ $\angle ACB=90^\circ$.

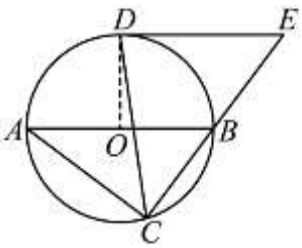
∵ $\angle ACB$ 的平分线交⊙O 于点 D，

∴ $\angle ACD=\angle BCD=45^\circ$.

∴ $\angle AOD=90^\circ$.

∴ $\angle AOD=\angle ODE$.

∴ $DE\parallel AB$.



【小问 2 详解】

解：作 $BH\perp DE$ 于 H，如图 2.

∴ $\angle BHD=\angle BHE=90^\circ$.

∵ $OD\perp DE$，$\angle AOD=90^\circ$，

∴ $\angle BOD=\angle ODH=90^\circ$.

∴ 四边形 $OBHD$ 是矩形.

∵ $OA=OB=OD=5$，

∴ 四边形 $OBHD$ 是正方形.

∴ $BH=OD=DH=5$.

∵ 在 Rt△ABC 中，$\sin A=\frac{3}{5}$，

$\therefore \tan A = \frac{3}{4}$.

$\because \angle ACB = 90°$,

$\therefore \angle A + \angle ABC = 90°$.

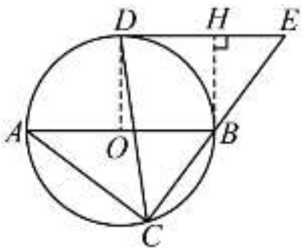
$\because \angle EBH + \angle ABC = 90°$,

$\therefore \angle A = \angle EBH$.

$\therefore \tan\angle EBH = \tan A = \frac{3}{4}$.

$\therefore HE = BH \cdot \tan\angle EBH = 5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$.

$\therefore DE = HE + DH = \frac{35}{4}$.



【点睛】本题考查了切线的性质，正方形的判定和性质，圆周角定理及推论，锐角三角函数之间的转化，关键是连接过切点的半径，得垂直于半径的直线，过点 B 作垂线构造直角三角形.

25. 【答案】（1）50；（2）①y=15x+20，$y=\frac{320}{x}$；②图象见解析；（3）56.

【解析】

【分析】（1）观察表格，可得每分钟上升多少温度，由此即可解决问题.

（2）①关系表格，可知函数是一次函数，由此利用待定系数法解决问题.

②关系表格可知，函数反比例函数，利用待定系数法即可解决问题.

（3）根据表格，利用描点法画出图象即可解决问题.

（4）利用图象寻找规律即可解决.

【详解】（1）由题意可知 2 分钟温度上升 30℃，所以 m=50，

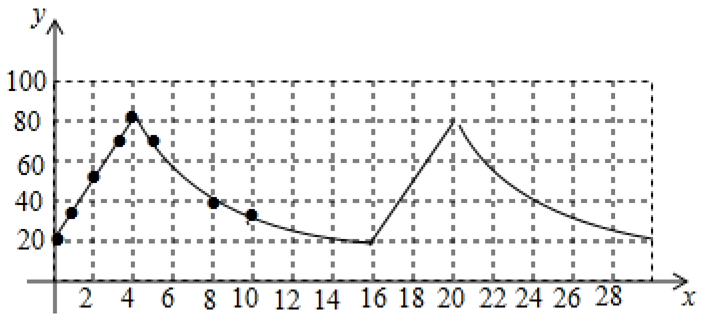
故答案为 50.

（2）①当 0≤x≤4 时，函数解析式是一次函数，y=15x+20.

②当 4＜x≤16 时，函数解析式是反比例函数 $y=\frac{320}{x}$.

故答案为 y=15x+20，$y=\frac{320}{x}$.

（3）函数图象如图所示，



（4）观察图象可知预测水温第 8 次达到 40℃时，距离接通电源 56min．

故答案为 56．

【点睛】本题考查一次函数的应用、反比例函数的应用等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会利用图象解决实际问题

26. 【答案】（1）对称轴为直线 $x=1$；（2）$c=-3a$；（3）a 的取值范围为 $0<a\le\frac{1}{4}$ 或 $-1\le a<-\frac{3}{4}$

【解析】

【分析】（1）根据抛物线的对称轴公式可直接进行求解；

（2）设抛物线与 x 轴的交点横坐标分别为 x_1,x_2，且 x_1 在 x_2 的右侧，由题意可得 $x_1-x_2=4$，然后根据韦达定理可进行求解；

（3）由（2）及点 $M\left(x_1,3\right)$，$N\left(x_2,3\right)$ 为抛物线上不重合两点（其中 $x_1<x_2$），可得：x_1,x_2 即为方程 $ax^2-2ax-3a=3$ 的两个不相等的实数根，则根据一元二次方程根的判别式可得 $a>0$ 或 $a<-\frac{3}{4}$，根据一元二次方程的公式法可得 $x=1\pm\frac{\sqrt{4a^2+3a}}{a}$，由韦达定理可得：$x_1\cdot x_2=-3-\frac{3}{a}$，进而可分①当 $a>0$ 时，由 $x_1<x_2$ 可知：$x_1=1-\frac{\sqrt{4a^2+3a}}{a}$，②当 $a<-\frac{3}{4}$ 时，由 $x_1<x_2$ 可知：$x_1=1+\frac{\sqrt{4a^2+3a}}{a}$，然后由题意可进行求解．

【详解】解：（1）由抛物线 $y=ax^2-2ax+c\left(a\ne0\right)$ 可得：

抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{-2a}{2a}=1$；

（2）设抛物线与 x 轴的交点横坐标分别为 x_1,x_2，且 x_1 在 x_2 的右侧，由题意可得 $x_1-x_2=4$，

$\therefore ax^2-2ax+c=0$，

$\therefore$根据韦达定理可得 $x_1+x_2=2,x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$，

$\therefore\left(x_1-x_2\right)^2=\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2=16$，即 $4-\frac{4c}{a}=16$，

解得：$c=-3a$；

（3）由（2）及点 $M(x_1,3)$，$N(x_2,3)$ 为抛物线上不重合两点（其中 $x_1<x_2$），可得：

x_1,x_2 即为方程 $ax^2-2ax-3a=3$ 的两个不相等的实数根，

$\therefore \Delta=b^2-4ac=4a^2+4a(3a+3)>0$，

解得：$a>0$ 或 $a<-\dfrac{3}{4}$，

$\therefore$ 根据一元二次方程的公式法可得 $x=1\pm\dfrac{\sqrt{4a^2+3a}}{a}$，

由韦达定理可得：$x_1\cdot x_2=-3-\dfrac{3}{a}$，

①当 $a>0$ 时，由 $x_1<x_2$ 可知：$x_1=1-\dfrac{\sqrt{4a^2+3a}}{a}$，

$\because x_1(x_2-5)\le 0$，即 $x_1x_2-5x_1\le 0$，

$\therefore -3-\dfrac{3}{a}-5\left(1-\dfrac{\sqrt{4a^2+3a}}{a}\right)\le 0$，化简得：$\dfrac{5\sqrt{4a^2+3a}-3}{a}\le 8$，

解得：$-1\le a\le\dfrac{1}{4}$，

$\because a>0$，

$\therefore 0<a\le\dfrac{1}{4}$；

②当 $a<-\dfrac{3}{4}$ 时，由 $x_1<x_2$ 可知：$x_1=1+\dfrac{\sqrt{4a^2+3a}}{a}$，

由①可得 $-3-\dfrac{3}{a}-5\left(1+\dfrac{\sqrt{4a^2+3a}}{a}\right)\le 0$，化简得：$-\dfrac{5\sqrt{4a^2+3a}+3}{a}\le 8$，

解得：$-1\le a\le\dfrac{1}{4}$，

$\because a<-\dfrac{3}{4}$，

$\therefore -1\le a<-\dfrac{3}{4}$；

综上所述：a 的取值范围为 $0<a\le\dfrac{1}{4}$ 或 $-1\le a<-\dfrac{3}{4}$.

【点睛】本题主要考查二次函数的综合，熟练掌握二次函数与一元二次方程的关系是解题的关键.

27.【答案】（1）①$\sqrt{5}$，②$CE=CB$，$\angle BCE=2\angle A$；（2）①作图见解析部分，②$2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】（1）①利用勾股定理求解即可；

②利用线段的垂直平分线的性质以及三角形的外角的性质解决问题即可；

（2）①根据要求作出图形即可；

②如图 2 中，在 AC 的上方作 ΔACT，使得 $CT = CA$，$\angle ACT = \angle BCE$，过点 C 作 $CH \perp AT$ 于 H．证明 $\Delta ACE \cong \Delta TCB(SAS)$，推出 $AE = BT$，可得结论．

【详解】解：（1）①如图 1 中，

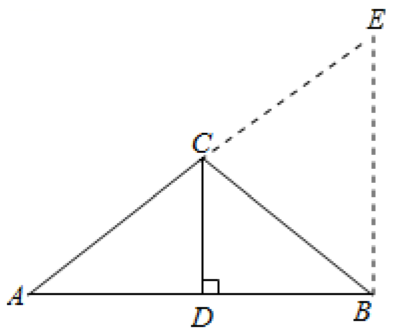


图 1

$\because AD = DB = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3}$，$CD \perp AB$，

$\therefore CA = CB$，$\angle ADC = 90^\circ$，

$\because CD = \sqrt{2}$，

$\therefore AC = \sqrt{CD^2 + AD^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}$．

故答案为：$\sqrt{5}$．

②连接 BE．

$\because CA = CE$，$CA = CB$，

$\therefore CE = CB$，

$\because CA = CB$，

$\therefore \angle A = \angle CBA$，

$\therefore \angle ECB = \angle A + \angle CBA = 2\angle A$，

故答案为：$CE = CB$，$\angle BCE = 2\angle A$．

（2）①图形如图 2 所示：

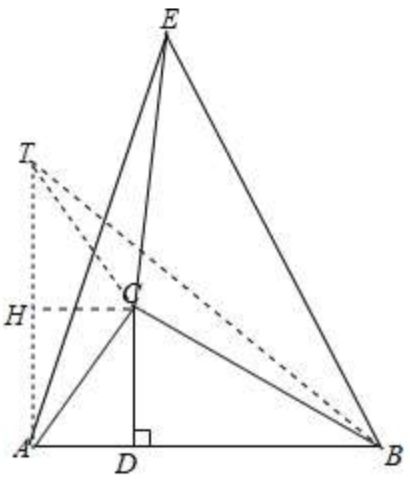


图2

②如图2中，在AC的上方作ΔACT，使得$CT=CA$，$\angle ACT=\angle BCE$，过点C作$CH\perp AT$于H.

$\because CA=CT$，$CH\perp AT$，

$\therefore AH=HT$，$\angle ACH=\angle TCH$，

$\because \angle BCE=2\angle CAB$，$\angle ECB=\angle ACT$，

$\therefore \angle ACH=\angle CAB$，

$\therefore CH//AB$，

$\therefore \angle CHA=\angle HAB=90^{\circ}$，

$\because CD\perp AB$，

$\therefore \angle ADC=90^{\circ}$，

$\therefore$四边形$ADCH$是矩形，

$\therefore CD=AH=HT=\sqrt{2}$，

$\therefore AT=2AH=2\sqrt{2}$，

$\because \angle ACT=\angle ECB$，

$\therefore \angle ACE=\angle TCB$，

$\because CA=CT$，$CE=CB$，

$\therefore \Delta ACE\cong \Delta TCB(SAS)$，

$\therefore AE=BT$，

$\because BT=\sqrt{AT^{2}+AB^{2}}=\sqrt{(2\sqrt{2})^{2}+(2\sqrt{3})^{2}}=2\sqrt{5}$，

$\therefore AE=BT=2\sqrt{5}$.

【点睛】本题属于几何变换综合题，考查了等腰直角三角形的性质，全等三角形的判定和性质，线段的垂直平分线的性质，勾股定理等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，属于中考常常考题型.

28.【答案】(1) ①O，C；②$1\le n\le 8$；

（2）$-\frac{2\sqrt{5}}{5}\le m\le 0$ 或 $\frac{2\sqrt{5}}{5}\le m\le \frac{8}{5}$．

【解析】

【分析】（1）①分别以 B 为圆心，BO，BC�BA 为半径作圆，观察图象根据线段 OA 与圆的交点的位置，可得结论．

② 如图 $2-2$ 中，当点 B 为 $(0,1)$ 时，此时以 OB 为半径的圆与线段 OA 有唯一的公共点，此时点 O 是 $\triangle AOB$ 关于点 B 的内联点，当点 B' 为 $(7,8)$ 时，以 AB' 为半径的圆，与线段 OA 有公共点，此时点 A 是 $\triangle AOB$ 关于点 B 的内联点，利用图象法即可解决问题．

（2）如图3中，过点 E 作 $EH\perp x$ 轴于 H，过点 F 作 $FN\perp y$ 轴于 N．利用相似三角形的性质求出点 F 的坐标，再根据对称性求出 F' 的坐标，当 $OF''\perp EF''$ 时，设 OH 交 $F''E$ 于 P，想办法求出 F'' 的坐标，结合图象可得结论．

【小问 1 详解】

解：①如图 $2-1$ 中，根据点 Q 为 $\triangle PMN$ 关于点 P 的内联点的定义，观察图象可知，

点 O，点 C 是是 $\triangle AOB$ 关于点 B 的内联点．

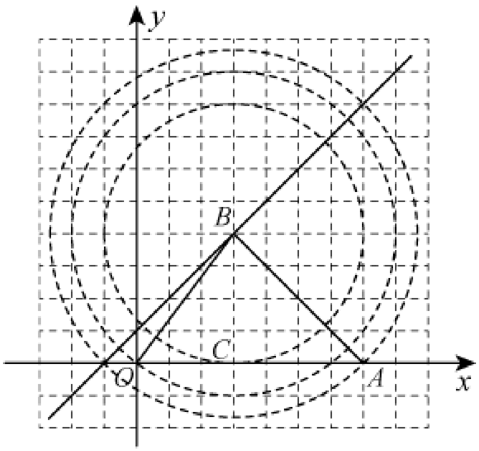
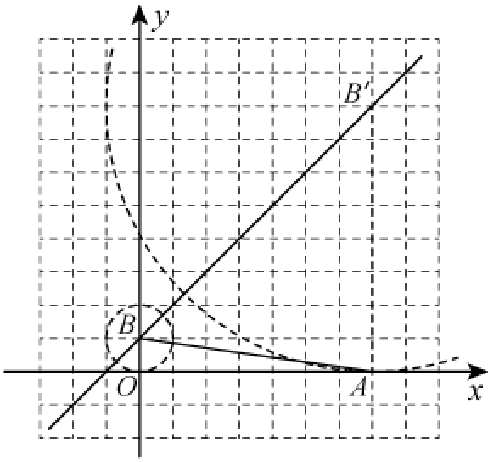


图2-1

故答案为：O，C；

② 如图下中，当点 $B(0,1)$ 时，此时以 OB 为半径的圆与线段 OA 有唯一的公共点，此时点 O 是 $\triangle AOB$ 关于点 B 的内联点，



当点$B(7,8)$时，以AB为半径的圆，与线段OA有公共点，此时点A是$\triangle AOB$关于点B的内联点，观察图像可知，满足条件的的值为$1\le n\le 8$；

【小问 2 详解】

解：如图3中，过点E作$EH\perp x$轴于H，过点F作$FN\perp y$轴于N．

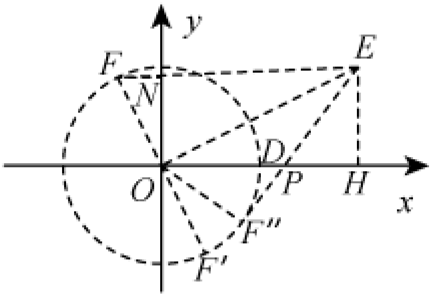


图3

$\because E(4,2)$，

$\therefore OH=4$，$EH=2$，

在$Rt\triangle OEH$中，$\because OE^2=OH^2+EH^2$，

$\therefore OE=\sqrt{OH^2+EH^2}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$，

当$OF\perp OE$时，点O是$\triangle OEF$关于点E的内联点，

$\because \angle EOF=\angle NOH=90°$，

$\therefore \angle FON=\angle EOH$，

$\because \angle FNO=\angle EHO=90°$，

$\therefore \triangle FNO\backsim\triangle EHO$，

$\therefore \dfrac{OF}{OE}=\dfrac{FN}{EH}=\dfrac{ON}{OH}$，

$\therefore \dfrac{2}{2\sqrt{5}}=\dfrac{FN}{2}=\dfrac{ON}{4}$，

$\therefore FN=\frac{2\sqrt{5}}{5}$， $ON=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore F\left(-\frac{2\sqrt{5}}{5},\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)$，

观察图象可知当$-\frac{2\sqrt{5}}{5}\le m\le 0$时，满足条件.

作点F关于点O的对称点$F'\left(\frac{2\sqrt{5}}{5},-\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)$，

当$OF''\perp EF''$时，设OH交$F''E$于P，

$\because$在$Rt\Delta OHE$和$Rt\Delta EF$中，$OE=EO$， $EH=OF''$，

$\therefore Rt\vartriangle OHE\cong Rt\vartriangle EF''O\left(HL\right)$，

$\therefore \angle EOH=\angle OEF''$，

$\therefore PE=OP$，

设$PE=OP=t$，

在$Rt\vartriangle PEH$中，$\because PE^2=EH^2+PH^2$， $PH=OH-OP=4-t$，

$\therefore t^2=2^2+(4-t)^2$，

解得：$t=\frac{5}{2}$，

$\therefore OP=\frac{5}{2}$， $PH=PF''=\frac{3}{2}$，

可得$F''\left(\frac{8}{5},-\frac{6}{5}\right)$，

观察图象可知，当$\frac{2\sqrt{5}}{5}\le m\le\frac{8}{5}$时，满足条件，

综上所述，满足条件的m的值为$-\frac{2\sqrt{5}}{5}\le m\le 0$或$\frac{2\sqrt{5}}{5}\le m\le\frac{8}{5}$.

【点睛】本题属于圆综合题，考查了点Q为$\vartriangle PMN$关于点P的内联点的定义，一次函数的性质，解直角三角形，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是理解题意，学会寻找特殊点，特殊位置解决问题.