2024北京丰台高三一模

数　　学

2024.03

本试卷共6页，150分.考试时长120分钟.考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

第一部分（选择题40分）

一、选择题共10小题，每小题4分，共40分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1.已知集合 $A=\{x|x^2-2x\leqslant 0\}$，$B=\{x|x-1>0\}$，则 $A\cup B=$（　）

A.$\{x|x\geqslant 0\}$　　B.$\{x|0\leqslant x<1\}$　　C.$\{x|x>1\}$　　D.$\{x|1<x\leqslant 2\}$

2.已知公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_5-2a_3=1$，且 $a_2=0$，则 $d=$（　）

A.-1　　B.0　　C.1　　D.2

3.已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1$（$a>0$）的离心率为 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，则 $a=$（　）

A.2　　B.$\sqrt{2}$　　C.$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D.$\dfrac{1}{2}$

4.$\left(x^2-\dfrac{2}{x}\right)$的展开式中，$x$ 的系数为（　）

A.-80　　B.-40　　C.40　　D.80

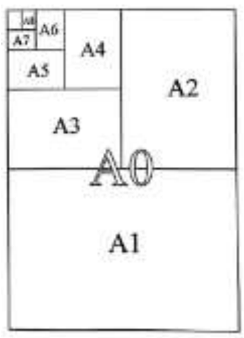
5.已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $\vec{b}=(\sqrt{3},1)$，$\vec{b}=\lambda\vec{a}(\lambda\in\mathbf{R})$，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$，则 $\lambda=$（　）

A.$\dfrac{1}{4}$　　B.$\dfrac{1}{2}$　　C.2　　D.4

6.按国际标准，复印纸幅面规格分为A系列和B系列，其中A系列以A0，A1，…等来标记纸张的幅面规格，具体规格标准为：

①A0规格纸张的幅宽和幅长的比例关系为 $1:\sqrt{2}$；

②将Ai（$\mathrm{i}=0,1,\cdots,9$）纸张平行幅宽方向裁开成两等份，便成为 $\mathrm{A}(\mathrm{i}+1)$ 规格纸张（如图）.



某班级进行社会实践活动汇报，要用A0规格纸张裁剪其他规格纸张.共需A4规格纸张40张，A2规格纸张10张，A1规格纸张5张.为满足上述要求，至少提供A0规格纸张的张数为（　）

A.6　　B.7　　C.8　　D.9

7.在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $l: ax+by=1$ 上有且仅有一点 P，使 $|OP|=1$，则直线 l 被圆 $C: x^2+y^2=4$ 截得的弦长为（　）

A.1　　B.$\sqrt{3}$　　C.2　　D.$2\sqrt{3}$

8.已知函数 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$，则“$\alpha=\frac{\pi}{8}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$”是“$f(x+\alpha)$ 是偶函数，且 $f(x-\alpha)$ 是奇函数”的（　）

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C.充分必要条件　　D.既不充分也不必要条件

9.正月十五元宵节，中国民间有观赏花灯的习俗.在 2024 年元宵节，小明制作了一个“半正多面体”形状的花灯（图 1）.半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体，体现了数学的对称美.图 2 是一个棱数为 24 的半正多面体，它的所有顶点都在同一个正方体的表面上，且此正方体的棱长为 2.关于该半正多面体的四个结论：


图 1

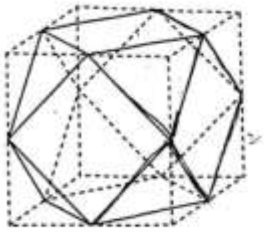


图 2

①棱长为 $\sqrt{2}$；

②两条棱所在直线异面时，这两条异面直线所成角的大小是 60°；

③表面积为 $S=12+4\sqrt{3}$；

④外接球的体积为 $V=4\sqrt{3}\pi$.

其中所有正确结论的序号是（　）

A.①②　　B.①③　　C.②④　　D.③④

10.已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=\begin{cases}\frac{a_n}{2}\left(n=2k,k\in\mathbf{N}^*\right),\\ \frac{a_n+1}{2}\left(n=2k-1,k\in\mathbf{N}^*\right),\end{cases}$ 则（　）

A.当 $a_1<0$ 时，$\{a_n\}$ 为递增数列，且存在常数 $M>0$，使得 $a_n<M$ 恒成立

B.当 $a_1>1$ 时，$\{a_n\}$ 为递减数列，且存在常数 $M>0$，使得 $a_n>M$ 恒成立

C.当 $0<a_1<1$ 时，存在正整数 N_0，当 $n>N_0$ 时，$\left|a_n-\frac{1}{2}\right|<\frac{1}{100}$

D.当 $0<a_1<1$ 时，对于任意正整数 N_0，存在 $n>N_0$，使得 $\left|a_n-\frac{1}{2}\right|>\frac{1}{1000}$

第二部分（非选择题 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11.$\frac{1+2i}{3-4i}=$________.

12.在$\triangle ABC$中，若$b=5$，$B=\frac{\pi}{4}$，$\cos A=\frac{3}{5}$，则$a=$________.

13.已知F是抛物线$y^2=4x$的焦点，A，B是该抛物线上的两点，$|AF|+|BF|=8$，则线段AB的中点到y轴的距离为_________.

14.已知函数$f(x)$具有下列性质：

①当$x_1,x_2\in[0,+\infty)$时，都有$f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)+1$；②在区间$(0,+\infty)$上，$f(x)$单调递增；③$f(x)$是偶函数.

则$f(0)=$_______；函数$f(x)$可能的一个解析式为$f(x)=$________.

15.目前发射人造天体，多采用多级火箭作为运载工具.其做法是在前一级火箭燃料燃烧完后，连同其壳体一起抛掉，让后一级火箭开始工作，使火箭系统加速到一定的速度时将人造天体送入预定轨道.现有材料科技条件下，对于一个n级火箭，在第n级火箭的燃料耗尽时，火箭的速度可以近似表示为

$$v=3\ln\frac{10^n a_1a_2\cdots a_n}{(9+a_1)(9+a_2)\cdots(9+a_n)},$$

其中$a_i=\dfrac{m_p+\sum\limits_{j=i}^{n}m_j}{m_p+\sum\limits_{j=i}^{n}m_j-m_i}(i=1,2,\cdots,n)$.

注：m_p表示人造天体质量，m_j表示第j（$j=1,2,\cdots,n$）级火箭结构和燃料的总质量.

给出下列三个结论：

①$a_1a_2\cdots a_n<1$；②当$n=1$时，$v<3\ln 10$；③当$n=2$时，若$v=12\ln 2$，则$\sqrt{a_1a_2}\geqslant 6$.

其中所有正确结论的序号是__________.

三、解答题共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16.（本小题 14 分）如图，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$CA=CB=CC_1=2$，D为AB中点.

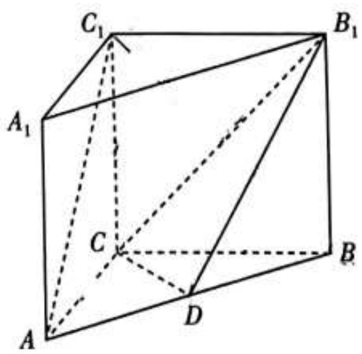
（Ⅰ）求证：AC_1 // 平面B_1CD；

（Ⅱ）再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求二面角$B-B_1C-D$的余弦值.

条件①：$BC\perp AC_1$；

条件②：$B_1D=\sqrt{6}$.

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.



17.（本小题 14 分）已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x-\sin^2\omega x+\frac{1}{2}$（$\omega>0$）.

（Ⅰ）若 $\omega=2$，求 $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的值；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 在区间 $\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减，$f\left(-\dfrac{\pi}{12}\right)=0$，求 ω 的值.

18.（本小题 13 分）某医学小组为了比较白鼠注射 A，B 两种药物后产生的皮肤疱疹的面积，选 20 只健康白鼠做试验.将这 20 只白鼠随机分成两组，每组 10 只，其中第 1 组注射药物 A，第 2 组注射药物 B.试验结果如下表所示.

疱疹面积（单位：mm^2）	$[30,40)$	$[40,50)$	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$
第 1 组（只）	3	4	1	2	0
第 2 组（只）	1	3	2	3	1

（Ⅰ）现分别从第 1 组，第 2 组的白鼠中各随机选取 1 只，求被选出的 2 只白鼠皮肤疱疹面积均小于 $60mm^2$ 的概率；

（Ⅱ）从两组皮肤疱疹面积在 $[60,80)$ 区间内的白鼠中随机选取 3 只抽血化验，求第 2 组中被抽中白鼠只数 X 的分布列和数学期望 EX；

（Ⅲ）用“$\xi_k=0$”表示第 k 组白鼠注射药物后皮肤疱疹面积在 $[30,50)$ 区间内，“$\xi_k=1$”表示第 k 组白鼠注射药物后皮肤疱疹面积在 $[50,80)$ 区间内（$k=1,2$），写出方差 $D\xi_1$，$D\xi_2$ 的大小关系.（结论不要求证明）

19.（本小题 14 分）已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的焦距为 $4\sqrt{2}$，以椭圆 E 的四个顶点为顶点的四边形的周长为 16.

（Ⅰ）求椭圆 E 的标准方程；

（Ⅱ）过点 $S(0,1)$ 的直线 l 交椭圆 E 于 P，Q 两点，线段 PQ 的中点为 M.是否存在定点 D，使得 $\dfrac{|DM|}{|PQ|}=\dfrac{1}{2}$？若存在，求出 D 的坐标；若不存在，请说明理由.

20.（本小题 15 分）已知函数 $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{x}+\ln\left(x+1\right)-x$，曲线 $C:y=f\left(x\right)$ 在点 $\left(x_0,f\left(x_0\right)\right)$ 处的切线为 $l:y=g\left(x\right)$，记 $h\left(x\right)=f\left(x\right)-g\left(x\right)$.

（Ⅰ）当 $x_0=0$ 时，求切线 l 的方程；

（Ⅱ）在（Ⅰ）的条件下，求函数 $h\left(x\right)$ 的零点并证明 $xh\left(x\right)\geqslant 0$；

（Ⅲ）当 $x_0\neq 0$ 时，直接写出函数 $h\left(x\right)$ 的零点个数.（结论不要求证明）

21.（本小题 15 分）已知集合 $M_n=\left\{x\in\mathbf{N}^*\middle|x\leqslant 2n\right\}$（$n\in\mathbf{N}$，$n\geqslant 4$），若存在数阵 $T=\begin{bmatrix}a_1 & a_2 & \cdots & a_n\\ b_1 & b_2 & \cdots & b_n\end{bmatrix}$ 满足：

①$\left\{a_1,a_2,\cdots,a_n\right\}\cup\left\{b_1,b_2,\cdots,b_n\right\}=M_n$；

②$a_k-b_k=k\left(k=1,2,\cdots,n\right)$.

则称集合 M_n 为“好集合”，并称数阵 T 为 M_n 的一个“好数阵”.

（Ⅰ）已知数阵 $T=\begin{bmatrix}x & y & z & 6\\ 7 & w & 1 & 2\end{bmatrix}$ 是 M_4 的一个“好数阵”，试写出 x，y，z，w 的值；

（Ⅱ）若集合 M_n 为“好集合”，证明：集合 M_n 的“好数阵”必有偶数个；

（Ⅲ）判断 $M_n\left(n=5,6\right)$ 是否为“好集合”.若是，求出满足条件 $n\in\left\{a_1,a_2,\cdots,a_n\right\}$ 的所有“好数阵”；若不是，说明理由.

北京市丰台区 2023～2024 学年度第二学期综合练习（一）

高三数学　参考答案

第一部分（选择题　共 40 分）

题号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
答案	A	C	B	A	D	C	D	A	B	D

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

(11) $-\frac{1}{5}+\frac{2i}{5}$　　(12) $4\sqrt{2}$　　(13) 3

(14) -1，$f(x)=|x|-1$（答案不唯一）　　(15) ②③

注：(15) 题给出的结论中有多个符合题目要求．全部选对得 5 分，不选或错选得 0 分，其他得 3 分．

三、解答题共 6 小题，共 85 分。

(16)（本小题 14 分）

解：(Ⅰ) 证明：连接 BC_1，设 $BC_1\cap B_1C=E$，连接 DE，

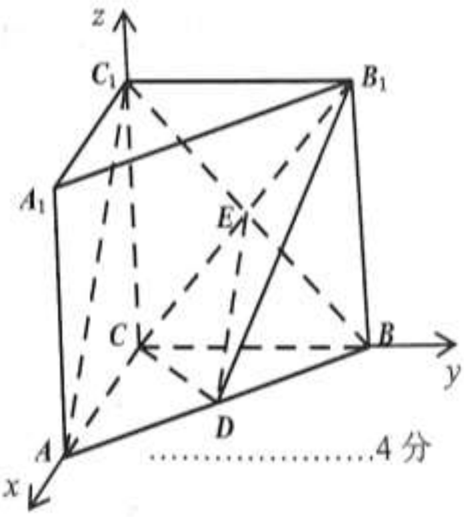
在三角形 ABC_1 中，D、E 分别为 AB、BC_1 的中点，

所以 $AC_1 /\!/ DE$．

因为 $AC_1 \not\subset$ 平面 B_1CD，

$DE\subset$ 平面 B_1CD，

所以 $AC_1 /\!/$ 平面 B_1CD．



……………………4 分

(Ⅱ) 选择条件①：$BC\perp AC_1$

在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$CC_1\perp$ 底面 ABC，

所以 $CC_1 \perp CA$， $CC_1 \perp CB$，

因为 $BC \perp AC_1$， $CC_1 \cap AC_1 = C_1$，

所以 $BC \perp$ 面 ACC_1A_1，所以 $BC \perp AC$．

如图建立空间直角坐标系 $C-xyz$，因为 $CA = CB = CC_1 = 2$，

所以 $C(0,0,0), A(2,0,0), B(0,2,0), B_1(0,2,2)$．

因为 D 为 AB 中点，所以 $D(1,1,0)$．

易知 $\boldsymbol{m} = (1,0,0)$ 是平面 BCB_1 的法向量.

在平面 CDB_1 内，$\overrightarrow{CD} = (1,1,0), \overrightarrow{CB_1} = (0,2,2)$．

设 $\boldsymbol{n} = (x,y,z)$ 是平面 CDB_1 的法向量，

因为 $\boldsymbol{n} \perp \overrightarrow{CD}$， $\boldsymbol{n} \perp \overrightarrow{CB_1}$，

所以 $\boldsymbol{n} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$， $\boldsymbol{n} \cdot \overrightarrow{CB_1} = 0$，即 $\begin{cases} x+y=0 \\ 2y+2z=0 \end{cases}$，

取 $x=1$，得 $y=-1, z=1$，所以 $\boldsymbol{n} = (1,-1,1)$．

因为 $\cos < \boldsymbol{m},\boldsymbol{n} > = \dfrac{\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|} = \dfrac{1}{1 \times \sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

因为二面角 $B-B_1C-D$ 为锐二面角，

所以二面角 $B-B_1C-D$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$．

选择条件②： $B_1D = \sqrt{6}$

在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $BB_1 \perp$ 底面 ABC，

所以 $BB_1 \perp AB$．

因为 $BB_1^2 + BD^2 = B_1D^2, BB_1 = 2, B_1D = \sqrt{6}$，

所以 $BD=\sqrt{2}$，

因为 D 为 AB 中点，所以 $AB=2\sqrt{2}$，

所以 $AC^2+BC^2=AB^2$，所以 $BC\perp AC$．

因为 $CC_1\perp$ 底面 ABC，故可如图建立空间直角坐标系 $C-xyz$．

以下同解法 1．　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　………………14 分

（17）（本小题 14 分）

解：（Ⅰ）因为 $\omega=2$，

所以 $f(\frac{\pi}{6})=\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}-\sin^2\frac{\pi}{3}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$．　　　　　　　　………………4 分

（Ⅱ）$f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x-\sin^2\omega x+\frac{1}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\omega x-\frac{1-\cos 2\omega x}{2}+\frac{1}{2}$

$=\sin(2\omega x+\frac{\pi}{6})$

因为 $f(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$ 上单调递减，

所以 $\frac{T}{2}\geq\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$，即 $T=\frac{2\pi}{|\omega|}\geq\frac{2\pi}{3}$，

所以 $0<\omega\leq 3$．

因为 $f(-\frac{\pi}{12})=0$，

所以 $f(-\frac{\pi}{12})=\sin(-\frac{\omega\pi}{6}+\frac{\pi}{6})=0$，即 $\omega=1+6k(k\in\mathbf{Z})$，

所以 $\omega=1$．　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　………………14 分

（18）（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）设事件 C=“被选出的 2 只白鼠皮肤疱疹面积均小于 60mm^2”，

则 $P(C)=\frac{8\times 6}{10\times 10}=\frac{12}{25}$．　　　　　　　　　　　　　　………………4 分

（Ⅱ）X 的可能取值为 1, 2, 3.

$$P(X=1)=\frac{C_2^2C_4^1}{C_6^3}=\frac{1}{5},$$

$$P(X=2)=\frac{C_2^1C_4^2}{C_6^3}=\frac{3}{5},$$

$$P(X=3)=\frac{C_4^3}{C_6^3}=\frac{1}{5},$$

所以 X 的分布列如下：

X	1	2	3
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

$EX=1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{5}=2$. ………………11 分

（Ⅲ）$D\xi_1<D\xi_2$. ………………13 分

（19）（本小题 14 分）

解：（Ⅰ）由题意得 $\begin{cases}4\sqrt{a^2+b^2}=16,\\ 2c=4\sqrt{2},\\ a^2=b^2+c^2.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a^2=12,\\ b^2=4.\end{cases}$

所以椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{4}=1$. ………………5 分

（Ⅱ）若存在定点 D，使得 $\frac{|DM|}{|PQ|}=\frac{1}{2}$，等价于以 PQ 为直径的圆恒过定点 D.

当直线 l 的斜率不存在时，PQ 为直径的圆的方程为 $x^2+y^2=4$ ①，

当直线 l 的斜率为 0 时，令 $y=1$，得 $x=\pm3$，

因此 PQ 为直径的圆的方程为 $x^2+(y-1)^2=9$ ②.

联立①②得 $\begin{cases}x=0,\\ y=-2,\end{cases}$ 猜测点 D 的坐标为 $(0,-2)$.

设直线 l 的方程为 $y=kx+1$，

由 $\begin{cases} y=kx+1, \\ \dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{4}=1, \end{cases}$ 得 $\left(3k^2+1\right)x^2+6kx-9=0$.

设 $P\left(x_1,y_1\right),Q\left(x_2,y_2\right)$，则

$$x_1+x_2=-\frac{6k}{3k^2+1},x_1x_2=-\frac{9}{3k^2+1}.$$

所以 $\overrightarrow{DP}\cdot\overrightarrow{DQ}=\left(x_1,y_1+2\right)\cdot\left(x_2,y_2+2\right)$

$$=x_1x_2+\left(y_1+2\right)\left(y_2+2\right)$$
$$=x_1x_2+\left(kx_1+3\right)\left(kx_2+3\right)$$
$$=\left(k^2+1\right)x_1x_2+3k\left(x_1+x_2\right)+9$$
$$=\left(k^2+1\right)\left(-\frac{9}{3k^2+1}\right)+3k\left(-\frac{6k}{3k^2+1}\right)+9$$
$$=0.$$

综上，存在定点 $D\left(0,-2\right)$，使得 $\dfrac{|DM|}{|PQ|}=\dfrac{1}{2}$. ………………14 分

（20）（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1,+\infty)$，

当 $x_0=0$ 时，$f(x_0)=f(0)=1$；

$f'(x)=\mathrm{e}^x+\dfrac{1}{x+1}-1$，$f'(x_0)=f'(0)=1$；

故切线 l 的方程为 $y=x+1$. ………………5 分

（Ⅱ）$h(x)=f(x)-g(x)=\mathrm{e}^x+\ln(x+1)-x-(x+1)=\mathrm{e}^x+\ln(x+1)-2x-1$，

$$h'(x)=\mathrm{e}^x+\frac{1}{x+1}-2=\frac{(x+1)\mathrm{e}^x-2x-1}{x+1}.$$

解法 1： 令 $m(x)=(x+1)\mathrm{e}^x-2x-1$，则 $m'(x)=(x+2)\mathrm{e}^x-2$.

当 $x\in(-1,0)$ 时，$x+2\in(1,2)$，$\mathrm{e}^x\in(0,1)$，故 $(x+2)\mathrm{e}^x<2\times1=2$，$m'(x)<0$，

因此，当 $x\in(-1,0)$ 时，$m(x)$ 单调递减，$m(x)>m(0)=0$；

当$x\in(0,+\infty)$时，$x+2>2$，$e^x>1$，故$(x+2)e^x>2\times1=2$，$m'(x)>0$，

因此，当$x\in(0,+\infty)$时，$m(x)$单调递增，$m(x)>m(0)=0$；

综上，$m(x)\geq 0$恒成立，也就是$h'(x)\geq 0$恒成立，

所以$h(x)$在$(-1,+\infty)$上单调递增.

又因为$h(0)=0$，故函数$h(x)$有唯一零点$x=0$.

且当$x\in(-1,0)$时，$h(x)<0$；当$x\in(0,+\infty)$时，$h(x)>0$；

因此当$x\in(-1,0)$时，$xh(x)>0$；当$x\in(0,+\infty)$时，$xh(x)>0$；

故$xh(x)\geq 0$；

解法 2：$h'(x)=e^x+\dfrac{1}{x+1}-2$，

令$g(x)=e^x+\dfrac{1}{x+1}-2$，则$g'(x)=e^x-\dfrac{1}{(x+1)^2}$.

当$x\in(-1,0)$时，$x+1\in(0,1)$，$\dfrac{1}{(x+1)^2}>1$，$e^x<1$，故$g'(x)<0$，

因此，当$x\in(-1,0)$时，$g(x)$单调递减，$g(x)>g(0)=0$；

当$x\in(0,+\infty)$时，$x+1>1$，$\dfrac{1}{(x+1)^2}<1$，$e^x>1$，故$g'(x)>0$，

因此，当$x\in(0,+\infty)$时，$g(x)$单调递增，$g(x)>g(0)=0$；

综上，$g(x)\geq 0$恒成立，也就是$h'(x)\geq 0$恒成立，

以下同解法 1.　　　　………………13 分

（Ⅲ）2.　　　　………………15 分

（21）（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）解：$x=8,y=5,z=4,w=3$.　　　　………………4 分

（Ⅱ）证明：当集合M_n为“好集合”时，设$T=\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ b_1 & b_2 & \cdots & b_n \end{bmatrix}$是$M_n$的一个“好数阵”，

构造数阵：$\begin{bmatrix} 2n+1-b_1 & 2n+1-b_2 & \cdots & 2n+1-b_n \\ 2n+1-a_1 & 2n+1-a_2 & \cdots & 2n+1-a_n \end{bmatrix}$，记为$\overline{T}$.

因为 T 是"好数阵"，所以当 $k=1,2,\cdots,n$ 时，$(2n+1-b_k)\in M_n,(2n+1-a_k)\in M_n$，

且 $\{2n+1-b_1,2n+1-b_2,\cdots,2n+1-b_n\}\cup\{2n+1-a_1,2n+1-a_2,\cdots,2n+1-a_n\}=M_n$．

因为 $(2n+1-b_k)-(2n+1-a_k)=a_k-b_k=k(k=1,2,\cdots,n)$，

所以 $\overline{T}=\begin{bmatrix}2n+1-b_1 & 2n+1-b_2 & \cdots & 2n+1-b_n\\ 2n+1-a_1 & 2n+1-a_2 & \cdots & 2n+1-a_n\end{bmatrix}$ 也是 M_n 的一个"好数阵"，

一方面，因为 $(2n+1)-(2n+1-a_k)=a_k,(2n+1)-(2n+1-b_k)=b_k(k=1,2,\cdots,n)$，

所以 $\overline{\overline{T}}=T$．

另一方面，假设 $2n+1-b_2=a_2$，因为 $a_2-b_2=2$，所以 $2n+1-b_2=2+b_2$，

所以 $b_2=\dfrac{2n-1}{2}$，与 $b_2\in M_n$ 矛盾，所以 $\overline{T}\neq T$，

故集合 M_n 的"好数阵"必有偶数个；　　………………9 分

（III）假设 $T=\begin{bmatrix}a_1 & a_2 & \cdots & a_n\\ b_1 & b_2 & \cdots & b_n\end{bmatrix}$ 是集合 M_n 的一个"好数阵"

由题意得：$\sum\limits_{i=1}^{n}a_i+\sum\limits_{i=1}^{n}b_i=\sum\limits_{i=1}^{2n}i$，$\sum\limits_{i=1}^{n}a_i-\sum\limits_{i=1}^{n}b_i=\sum\limits_{i=1}^{n}i$，相加得：

$2\sum\limits_{i=1}^{n}a_i=\sum\limits_{i=1}^{2n}i+\sum\limits_{i=1}^{n}i=\dfrac{(1+2n)\times 2n}{2}+\dfrac{(1+n)\times n}{2}=\dfrac{n(5n+3)}{2}$，　　即 $\sum\limits_{i=1}^{n}a_i=\dfrac{n(5n+3)}{4}$

当 $n=6$ 时，$\sum\limits_{i=1}^{6}a_i=\dfrac{6\times 33}{4}=\dfrac{99}{2}$，与 $\sum\limits_{i=1}^{6}a_i\in N^*$ 矛盾；所以 M_6 不是"好集合"．

当 $n=5$ 时，$\sum\limits_{i=1}^{5}a_i=\dfrac{5\times 28}{4}=35$，若 $5\in\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}$，

因为 $10\in\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}$，$1\notin\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}$，所以 $\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}$ 只有以下两种可能：$\{10,5,9,8,3\}$ 和 $\{10,5,9,7,4\}$

（1）若 $\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}=\{10,5,9,8,3\}$，则 $\{b_1,b_2,b_3,b_4,b_5\}=\{1,2,4,6,7\}$，使 $a_k-b_k=5$ 的只有 $9-4$，使 $a_k-b_k=4$ 的有两种可能：$5-1=4$，或 $10-6=4$

情形一：$5-1=4$时，只有$10-7=3,8-6=2,3-2=1$，可得$T_1=\begin{bmatrix}3&8&10&5&9\\2&6&7&1&4\end{bmatrix}$；

情形二：$10-6=4$时，只有$5-2=3,3-1=2,8-7=1$，可得$T_2=\begin{bmatrix}8&3&5&10&9\\7&1&2&6&4\end{bmatrix}$

（2）若$\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}=\{10,5,9,7,4\}$，则$\{b_1,b_2,b_3,b_4,b_5\}=\{1,2,3,6,8\}$，使$a_k-b_k=5$的只有$7-2$，使$a_k-b_k=4$的有两种可能：$5-1=4$,或$10-6=4$

情形一：$5-1=4$时，只有$9-6=3,10-8=2,4-3=1$，可得$T_3=\begin{bmatrix}4&10&9&5&7\\3&8&6&1&2\end{bmatrix}$；

情形二：$10-6=4$时，只有$4-1=3,5-3=2,9-8=1$，可得$T_4=\begin{bmatrix}9&5&4&10&7\\8&3&1&6&2\end{bmatrix}$

综上，M_6不是“好集合”；M_5是“好集合”，且满足$5\in\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}$的好数阵有四个：

$T_1=\begin{bmatrix}3&8&10&5&9\\2&6&7&1&4\end{bmatrix}$，$T_2=\begin{bmatrix}8&3&5&10&9\\7&1&2&6&4\end{bmatrix}$，$T_3=\begin{bmatrix}4&10&9&5&7\\3&8&6&1&2\end{bmatrix}$，

$T_4=\begin{bmatrix}9&5&4&10&7\\8&3&1&6&2\end{bmatrix}$ ………………15分