

# 2023 北京二十中初二（下）期中



## 数 学

2023.04

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）在下列各题的四个备选答案中，只有一个是正确的。

1. 下列二次根式中，不是最简二次根式的是（ ）

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C.  $\sqrt{4}$                       D.  $\sqrt{5}$

2. 下列四组线段  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，能组成直角三角形的是（ ）

- A.  $a=4$ ， $b=5$ ， $c=6$                       B.  $a=3$ ， $b=4$ ， $c=5$   
 C.  $a=2$ ， $b=3$ ， $c=4$                       D.  $a=1$ ， $b=2$ ， $c=3$

3. 下列计算正确的是（ ）。

- A.  $\sqrt{(-3)^2} = -3$                       B.  $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{15}$   
 C.  $(\sqrt{2})^2 = 4$                       D.  $\sqrt{14} \div \sqrt{7} = 2$

4. 能判定四边形 ABCD 是平行四边形的题设是（ ）

- A.  $AD=BC$ ， $AB \parallel CD$   
 B.  $\angle A=\angle B$ ， $\angle C=\angle D$   
 C.  $AB=BC$ ， $AD=DC$   
 D.  $AB \parallel CD$ ， $CD=AB$

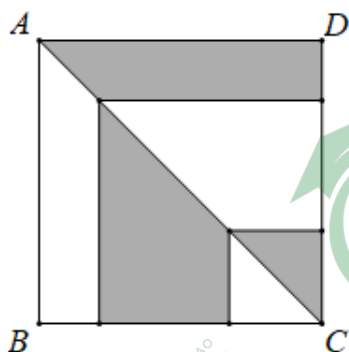
5. 下列命题中不正确的是（ ）。

- A. 直角三角形斜边中线等于斜边的一半                      B. 矩形的对角线相等  
 C. 矩形的对角线互相垂直                      D. 矩形是轴对称图形

6. 在菱形 ABCD 中，对角线 AC，BD 相交于点 O。下列结论中不一定成立的是（ ）。

- A.  $AB \parallel CD$                       B.  $AC \perp BD$                       C.  $OA=OC$                       D.  $AC=BD$

7. 如图，正方形 ABCD 的边长为 4cm，则图中阴影部分的面积为（ ） $\text{cm}^2$ 。



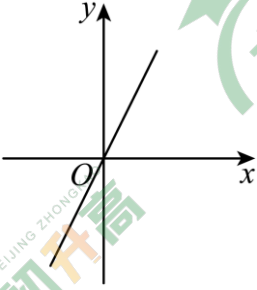


- A. 6                                      B. 8                                      C. 16                                      D. 不能确定

8. 下面哪个点在函数  $y = \frac{1}{2}x + 1$  的图象上 ( )

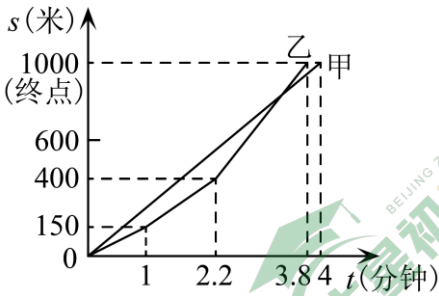
- A. (2, 1)                                      B. (-2, 1)                                      C. (2, 0)                                      D. (-2, 0)

9. 正比例函数  $y = (k-3)x$  的图像如图, 则  $k$  的取值范围为 ( ).



- A.  $k > 3$                                       B.  $k \leq 3$                                       C.  $k < 3$                                       D.  $k \geq 3$

10. 甲、乙两队举行了“庆祝改革开放 45 周年”的赛龙舟比赛, 两队在比赛时的路程  $s$  (米) 与时间  $t$  (分钟) 之间的函数关系如图所示, 请你根据图象判断, 下列说法正确的是 ( )



- A. 甲队率先到达终点  
 B. 甲队比乙队多走了 200 米  
 C. 乙队比甲队少用 0.2 分钟  
 D. 比赛中两队从出发到 2.2 分钟时间段, 乙队的速度比甲队的速度大

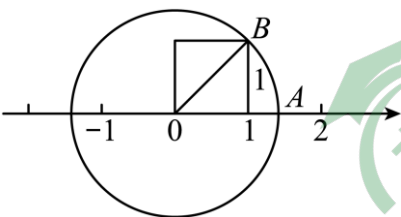
**二、填空题 (本题共 24 分, 每小题 3 分)**

11. 函数  $y = \sqrt{x-3}$  中, 自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

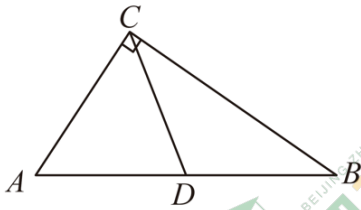
12. 比较大小:  $2\sqrt{5}$  \_\_\_\_\_ 4 (填“>”, “<”或“=”).

13. 已知直角三角形的两边长分别为 3、4. 则第三边长为\_\_\_\_\_.

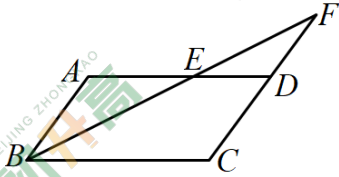
14. 如图, 边长为 1 的正方形, 以  $O$  为圆心,  $OB$  长为半径画弧交数轴于点  $A$ , 则  $A$  表示的数是\_\_\_\_\_.



15. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 点  $D$  是  $AB$  的中点,  $AB = 8$ , 则  $CD =$ \_\_\_\_\_.

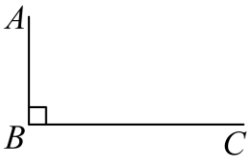


16. 如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $AB = 4\text{cm}$ ,  $AD = 7\text{cm}$ ， $\angle ABC$  的平分线交  $AD$  于点  $E$ ，交  $CD$  的延长线于点  $F$ ，则  $DF =$  \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .



17. 一根竹子高 9 尺，折断后竹子顶端落在离竹子底端 3 尺处，则折断处离地面的高度是 \_\_\_\_\_ 尺.

18. 已知：线段  $AB$ ， $BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ . 求作：矩形  $ABCD$ .



以下是甲同学的作业：

甲：①以点  $C$  为圆心， $AB$  长为半径作弧；  
②以点  $A$  为圆心， $BC$  长为半径作弧；  
③两弧在  $BC$  上方交于点  $D$ ，连接  $AD$ ， $CD$ 。  
四边形  $ABCD$  即为所求矩形、（如图1）

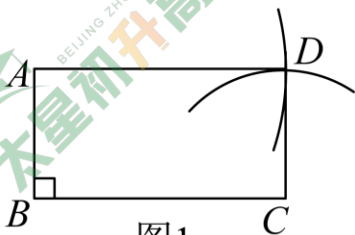


图1

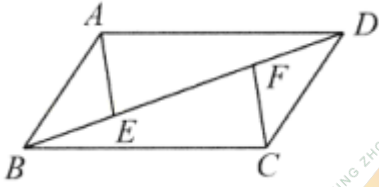
老师说甲同学的作图都正确.

则甲的作图依据是：\_\_\_\_\_；

### 三、解答题（本题共 27 分，19-21 题每小题 5 分，22-23 题 6 分）

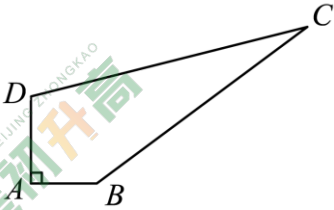
19. 计算： $(\sqrt{12} - \sqrt{3}) \times \sqrt{\frac{1}{3}}$

20. 如图，在  $\square ABCD$  中， $E$ ， $F$  是对角线  $BD$  上的两点，且  $BE = DF$ ，连接  $AE$ ， $CF$ . 求证： $AE = CF$ .

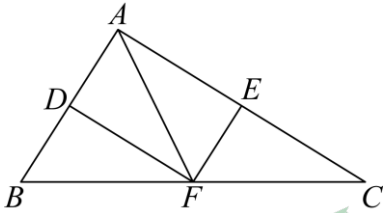


21. 已知  $x = \sqrt{5} + 2$ ，求代数式  $x^2 - 4x - 6$  的值.

22. 如图，在四边形  $ABCD$  中， $\angle A = 90^\circ$ ,  $AB = 3$ ,  $AD = 4$ ,  $BC = 12$ ,  $DC = 13$ ，求四边形  $ABCD$  的面积.



23. 如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$ ,  $E$ ,  $F$  分别是边  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  的中点，且  $AF = \frac{1}{2} BC$ .



- (1) 求证：四边形  $ADFE$  是矩形；
- (2) 若  $\angle B = 60^\circ$ ,  $AF = 4$ ，求出矩形  $ADFE$  的周长.

#### 四、解答题（本题共 19 分，第 24 题 6 分，第 25 题 7 分，第 26 题 6 分）

24. 有这样一个问题：探究函数  $y = \frac{x-1}{x-3}$  的图象与性质. 小彤根据学习函数的经验，对函数  $y = \frac{x-1}{x-3}$  的图象与性质进行了探究.

下面是小彤探究的过程，请补充完整：

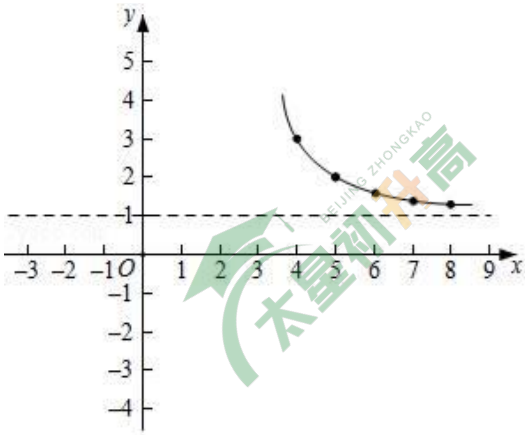
(1) 函数  $y = \frac{x-1}{x-3}$  的自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_；

(2) 下表是  $y$  与  $x$  的几组对应值：

$x$	...	-2	-1	0	1	2	4	5	6	7	8	...
$y$	...	$\frac{3}{5}$	$m$	$\frac{1}{3}$	0	-1	3	2	$\frac{5}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{5}$	...

则  $m$  的值为\_\_\_\_\_；

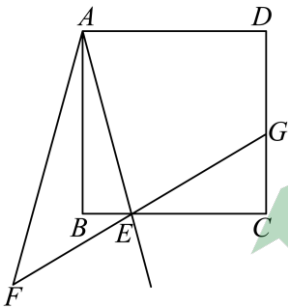
(3) 如图所示，在平面直角坐标系  $xOy$  中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，根据描出的点，画出了图象的一部分，请根据剩余的点补全此函数的图象；



(4) 观察图象，写出该函数的一条性质\_\_\_\_\_；

(5) 若函数  $y = \frac{x-1}{x-3}$  的图象上有三个点  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 、 $C(x_3, y_3)$ ，且  $x_1 < 3 < x_2 < x_3$ ，则  $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$  之间的大小关系为\_\_\_\_\_；

25. 在正方形  $ABCD$  中， $E$  是边  $BC$  上一动点（不与点  $B$ 、 $C$  重合），点  $C$  关于射线  $AE$  的对称点为点  $F$ ，连接  $AF$ ，连接  $FE$  并延长交  $CD$  于点  $G$ 。



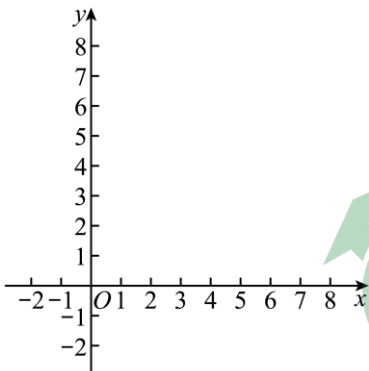
(1) 求出  $\angle AFE$  的度数；

(2) 过点  $A$  作  $AK \perp FG$  于点  $K$ ，点  $E$  作  $EH \perp EA$  交  $AG$  延长线于点  $H$ ，连接  $CH$ 。

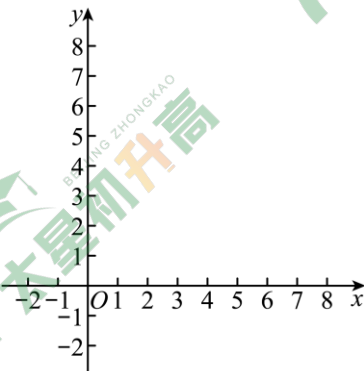
① 补全图形；

② 用等式表示线段  $CH$  与  $BE$  的数量关系，并证明。

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A(0, a)$  和点  $B(b, 0)$ 。给出如下定义：以  $AB$  为边，作正方形  $ABCD$ ，按照逆时针方向排列  $A, B, C, D$  四个顶点，则称正方形  $ABCD$  为点  $A$ 、 $B$  的逆序正方形，点  $C$  叫做点  $A$ 、 $B$  的逆邻点。



图①



备用图



(1) 已知  $a=4$ ,  $b=3$ .

①请在图①中画出点  $A$ 、 $B$  的逆序正方形;

②直接写出点  $A$ 、 $B$  的逆邻点  $C$  的坐标 \_\_\_\_\_;

(2) 当  $a>0$ ,  $b=-3$  时, 设点  $A$ 、 $B$  的逆邻点  $C(x, y)$ .

①请直接写出点  $C$  的横坐标  $x$  的取值范围: \_\_\_\_\_;

②点  $C$  的纵坐标  $y$  发生变化吗? 如果不变, 请求出  $y$  的值; 如果变化, 请说明变化的过程;

(3) 若  $a=4$ ,  $-3<b<n$  时, 若存在点  $M\left(-m, \frac{3}{4}m+6\right)$  是点  $A$ 、 $B$  的逆邻点, 直接写出  $n$  的取值范围.



## 参考答案



一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）在下列各题的四个备选答案中，只有一个是正确的。

1. 【答案】C

【解析】

【分析】根据最简二次根式的定义对各选项分析判断即可。

【详解】解：A、 $\sqrt{2}$  是最简二次根式，不合题意，故本选项错误；

B、 $\sqrt{3}$  是最简二次根式，不合题意，故本选项错误；

C、因为  $\sqrt{4}=2$ ，所以  $\sqrt{4}$  不是最简二次根式，符合题意，故本选项正确；

D、 $\sqrt{5}$  是最简二次根式，不合题意，故本选项错误；

故选 C.

【点睛】本题考查了最简二次根式的定义，根据定义，最简二次根式必须满足被开方数不含分母且不含能开得尽方的因数或因式。

2. 【答案】B

【解析】

【分析】利用勾股定理的逆定理判断选项的正确性。

【详解】A 选项， $4^2 + 5^2 \neq 6^2$ ，不能构成直角三角形；

B 选项， $3^2 + 4^2 = 5^2$ ，可以构成直角三角形；

C 选项， $2^2 + 3^2 \neq 4^2$ ，不能构成直角三角形；

D 选项， $1^2 + 2^2 \neq 3^2$ ，不能构成直角三角形。

故选：B.

【点睛】本题考查勾股定理的逆定理，解题的关键是掌握利用勾股定理的逆定理判断直角三角形的方法。

3. 【答案】B

【解析】

【分析】根据二次根式的性质和运算法则对四个选项依次计算并判断即可。

【详解】解：A 选项， $\sqrt{(-3)^2} = 3 \neq -3$ ，故 A 选项不符合题意；

B 选项， $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15}$ ，故 B 选项符合题意；

C 选项， $(\sqrt{2})^2 = 2$ ，故 C 选项不符合题意；

D 选项， $\sqrt{14} \div \sqrt{7} = \sqrt{2}$ ，故 D 选项不符合题意。

故选：B.

【点睛】本题考查了二次根式的性质和运算法则，熟练掌握二次根式的性质和运算法则是解题关键。



4. 【答案】D

【解析】

【详解】试题分析：平行四边形的判定：①两组对边分别平行的四边形是平行四边形；②两组对边分别相等的四边形是平行四边形；③两组对角分别相等的四边形是平行四边形；④对角线互相平分的四边形是平行四边形；⑤一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

解：根据平行四边形的判定定理知，A、B、C均不符合是平行四边形的条件；

D、满足一组对边相等且平行的四边形是平行四边形.

故选D.

考点：平行四边形的判定.

5. 【答案】C

【解析】

【分析】根据直角三角形斜边上的中线性质的性质、矩形的性质逐项判定即可.

【详解】解：A、直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，正确，不符合题意；

B、矩形的对角线相等，正确，不符合题意；

C、矩形的对角线不互相垂直，原说法错误，符合题意；

D、矩形是轴对称图形，正确，不符合题意.

故选：C.

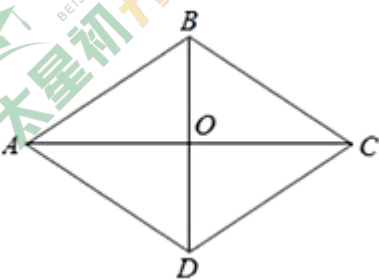
【点睛】本题考查直角三角形斜边上的中线性质的性质、矩形的性质等知识点，掌握相关性质定理是解答本题的关键.

6. 【答案】D

【解析】

【分析】根据菱形的性质即可一一判断

【详解】解：如图所示，



∵ 四边形  $ABCD$  是菱形，

∴  $AB \parallel CD$ ， $AC \perp BD$ ， $OA = OC$ ，

故 A、B、C 正确，

$AC$  和  $BD$  不一定相等，

故 D 错误，

故选：D.

【点睛】本题考查菱形的性质，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考基础题.





7. 【答案】B

【解析】

【分析】

【详解】试题解析：阴影部分的面积= $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} S_{\text{正方形} ABCD} = \frac{1}{2} \times 4^2 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$  .

故选 B.

8. 【答案】D

【解析】

【分析】将四个选项中的点分别代入解析式，成立者即为函数图象上的点.

【详解】解：A、将  $x=2$  代入解析式  $y = \frac{1}{2}x + 1$  得， $\frac{1}{2} \times 2 + 1 = 2 \neq 1$ ，故本选项不符合题意；

B、将  $x=-2$  代入解析式  $y = \frac{1}{2}x + 1$  得， $\frac{1}{2} \times (-2) + 1 = 0 \neq 1$ ，故本选项不符合题意；

C、将  $x=2$  代入解析式  $y = \frac{1}{2}x + 1$  得， $\frac{1}{2} \times 2 + 1 = 2 \neq 0$ ，故本选项不符合题意；

D、将  $x=-2$  代入解析式  $y = \frac{1}{2}x + 1$  得， $\frac{1}{2} \times (-2) + 1 = 0$ ，故本选项符合题意.

故选：D.

【点睛】本题主要考查一次函数图象上点的坐标特征，掌握函数图象上点的坐标满足函数解析式是解题的关键.

9. 【答案】A

【解析】

【分析】根据正比例函数的图像可直接进行求解.

【详解】解：由图像可知： $k - 3 > 0$ ，

解得： $k > 3$ ；

故选 A.

【点睛】本题主要考查正比例函数的图像，熟练掌握正比例函数的图像是解题的关键.

10. 【答案】C

【解析】

【分析】根据特殊点的实际意义即可求出答案.

【详解】A. 从图象看，乙先到达终点，故错误，不符合题意；

B. 从图象看，甲乙走的距离都是 1000 米，错误，不合题意；

C. 从图象看，乙队比甲队少用 0.2 分钟，故正确，符合题意；

D. 从图象看，比赛中两队从出发到 2.2 分钟时间段，甲队的速度比乙队的速度快，故错误，不符合题意；

故选：C.

【点睛】此题考查由图象理解对应函数关系及其实际意义，解题关键在于应把所有可能出现的情况考虑清楚.



## 二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

11. 【答案】  $x \geq 3$

【解析】

【分析】求函数自变量的取值范围，就是求函数解析式有意义的条件，二次根式有意义的条件是：被开方数为非负数.

【详解】依题意，得  $x-3 \geq 0$ ,

解得： $x \geq 3$ .

【点睛】本题考查的知识点为：二次根式的被开方数是非负数.

12. 【答案】  $>$

【解析】

【分析】将两个数都平方，然后比较大小即可.

【详解】解： $\because (2\sqrt{5})^2 = 20, 4^2 = 16,$

$\therefore 20 > 16,$

$\therefore 2\sqrt{5} > 4.$

故答案为： $>$ .

【点睛】此题主要考查了实数的大小比较，比较两个实数的大小，可以采用平方法、取近似值法等.

13. 【答案】 5 或  $\sqrt{7}$

【解析】

【分析】已知直角三角形两边的长，但没有明确是直角边还是斜边，因此分两种情况讨论.

【详解】解：①长为 3 的边是直角边，长为 4 的边是斜边时，

第三边的长为： $\sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$ ；

②长为 3、4 的边都是直角边时，

第三边的长为： $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ ；

$\therefore$ 第三边的长为： $\sqrt{7}$  或 5，

故答案为： $\sqrt{7}$  或 5.

14. 【答案】  $\sqrt{2}$

【解析】

【分析】由勾股定理求得  $OB$  的长，然后根据  $OA = OB$  可求得点  $A$  表示的数.

【详解】解：由勾股定理得： $OB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ，

$\therefore OA = OB$ ，

$\therefore$ 点  $A$  表示的数是  $\sqrt{2}$ .

故答案为： $\sqrt{2}$ .



【点睛】本题主要考查了勾股定理的应用、数轴的认识，利用勾股定理求得  $OB$  的长是解题的关键.

15. 【答案】4

【解析】

【分析】利用直角三角形斜边上的中线性质的性质，即可解答.

【详解】解：∵  $\angle ACB = 90^\circ$ ，点  $D$  是  $AB$  的中点， $AB = 8$ ，

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = 4,$$

故答案为：4.

【点睛】本题考查了直角三角形斜边上的中线，熟练掌握直角三角形斜边上的中线性质的性质是解题的关键.

16. 【答案】3

【解析】

【分析】先证明  $CB = CF$ ，再结合平行四边形的性质，计算即可.

【详解】解：∵ 四边形  $ABCD$  是平行四边形，

$$\therefore BC = AD, AB \parallel CF, AB = CD,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle BFC,$$

$$\therefore BF \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle CBF,$$

$$\therefore \angle BFC = \angle CBF,$$

$$\therefore CB = CF,$$

$$\therefore CF = CD + DF,$$

$$\therefore AD = AB + DF,$$

$$\therefore DF = 7 - 4 = 3(\text{cm}),$$

故答案为：3.

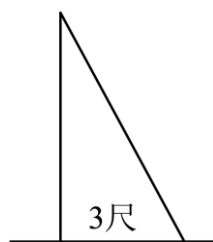
【点睛】本题考查了平行四边形的性质，角的平分线的意义，熟练掌握平行四边形的性质是解题的关键.

17. 【答案】4

【解析】

【分析】设折断处离地面的高度是  $x$  尺，根据勾股定理即可列出方程进行求解.

【详解】如图所示，



设折断处离地面的高度是  $x$  尺，

$$\text{根据勾股定理得 } x^2 + 3^2 = (9 - x)^2,$$



解得  $x = 4$  .

故折断处离地面的高度是 4 尺,

故答案为: 4.

【点睛】此题主要考查勾股定理的应用, 解题的关键是熟知勾股定理的应用.

18. 【答案】有一个角是直角的平行四边形是矩形

【解析】

【分析】根据平行四边形的判定定理、矩形的判定定理解答.

【详解】解: 由作图可知: 甲的作图依据是有一个角是直角的平行四边形是矩形;

故答案为有一个角是直角的平行四边形是矩形.

【点睛】本题主要考查矩形的判定, 熟练掌握矩形的判定定理是解题的关键.

### 三、解答题 (本题共 27 分, 19-21 题每小题 5 分, 22-23 题 6 分)

19. 【答案】1

【解析】

【分析】运用乘法分配律将括号展开, 再进行二次根式的乘法运算即可.

【详解】解:  $(\sqrt{12} - \sqrt{3}) \times \sqrt{\frac{1}{3}}$

$$= \sqrt{12} \times \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{3} \times \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$= \sqrt{4} - 1$$

$$= 2 - 1$$

$$= 1.$$

【点睛】此题主要考查了二次根式的混合运算, 熟练掌握运算法则是解答此题的关键.

20. 【答案】见详解

【解析】

【分析】由题意易得  $AB=CD$ ,  $AB \parallel CD$ , 则有  $\angle ABE = \angle CDF$ , 进而可得  $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ , 然后问题可求证.

【详解】证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore AB=CD, AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle CDF,$$

$$\because BE=DF,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF (SAS),$$

$$\therefore AE=CF.$$

【点睛】本题主要考查平行四边形的性质及全等三角形的性质与判定, 熟练掌握平行四边形的性质及全等三角形的性质与判定是解题的关键.

21. 【答案】-5



【解析】

【分析】把  $x$  的值代入多项式进行计算即可.

【详解】解:  $x^2 - 4x - 6 = x(x - 4) - 6$ .

当  $x = \sqrt{5} + 2$  时,

原式  $= (\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2) - 6 = -5$ .

【点睛】本题考查了二次根式的化简求值, 解题的关键是先因式分解, 再代入后利用平方差公式求解.

22. 【答案】36

【解析】

【分析】连接  $BD$ , 根据勾股定理求出  $BD$ , 根据勾股定理的逆定理求出  $\triangle BCD$  是直角三角形, 分别求出  $\triangle ABD$  和  $\triangle BCD$  的面积, 即可得出答案.

【详解】解: 如图所示, 连接  $BD$ ,

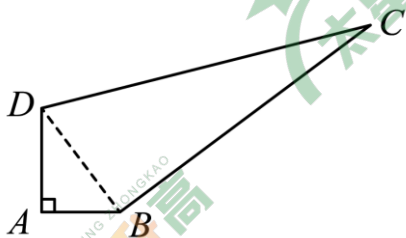
在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中, 由勾股定理得  $BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = 5$ ,

$\because BC = 12, DC = 13$ ,

$\therefore BD^2 + BC^2 = 5^2 + 12^2 = 169 = 13^2 = DC^2$ ,

$\therefore \triangle BCD$  是直角三角形, 即  $\angle DBC = 90^\circ$ ,

$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle CBD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD + \frac{1}{2} BD \cdot BC = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 36$ .



【点睛】本题考查了勾股定理, 勾股定理的逆定理的应用, 解此题的关键是能求出  $\triangle ABD$  和  $\triangle BCD$  的面积, 注意: 如果一个三角形的两边的平方和等于第三边的平方, 那么这个三角形是直角三角形.

23. 【答案】(1) 见解析 (2)  $4\sqrt{3} + 4$

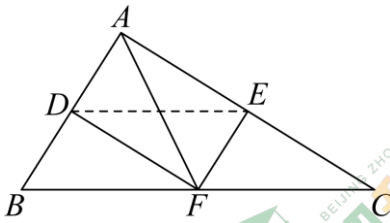
【解析】

【分析】(1) 连接  $DE$ . 根据三角形的中位线的性质可得四边形  $ADFE$  为平行四边形, 然后再证明  $DE = AF$  即可证明结论;

(2) 根据题意可得  $BF = CF = AF = 4$ , 即  $BC = 8$ , 再根据直角三角形的性质求得  $AB$ , 进而求得  $AD$ ; 再根据勾股定理求得  $AC$ , 进而求得  $AE$ ; 最后求矩形  $ADFE$  的周长即可.

【小问1详解】

证明: 连接  $DE$ .



$\because E, F$  分别是边  $AC, BC$  的中点,

$$\therefore EF \parallel AB, EF = \frac{1}{2}AB,$$

$\because$  点  $D$  是边  $AB$  的中点,

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore AD = EF.$$

$\therefore$  四边形  $ADFE$  为平行四边形;

由点  $D, E$  分别是边  $AB, AC$  的中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC.$$

$$\therefore AF = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore DE = AF,$$

$\therefore$  四边形  $ADFE$  为矩形.

**【小问 2 详解】**

解:  $\because AF = 4,$

$$\therefore BC = 8, CF = 4,$$

$\because$  四边形  $ADFE$  为矩形,

$$\therefore \angle BAC = \angle FEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore AB = \frac{1}{2}BC = 4,$$

$$\therefore AC = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3},$$

$\because$  点  $D, E$  分别是边  $AB, AC$  的中点

$$\therefore EF = 2, AE = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{矩形 } ADFE \text{ 的周长} = 2(EF + AE) = 4\sqrt{3} + 4.$$

**【点睛】** 本题考查了矩形的性质和判定、三角形的中位线的性质、勾股定理, 熟练掌握矩形的判定和性质是解题的关键.

**四、解答题 (本题共 19 分, 第 24 题 6 分, 第 25 题 7 分, 第 26 题 6 分)**





24. 【答案】(1) $x \neq 3$ ; (2) $\frac{1}{2}$ ; (3) 详见解析; (4) 当  $x > 3$  时  $y$  随  $x$  的增大而减小等(答案不唯一); (5)  $y_1 < y_3 < y_2$

【解析】

【分析】(1) 分式有意义, 分母不等于零,

(2) 将  $x = -1$  代入即可,

(3) 图像见详解,

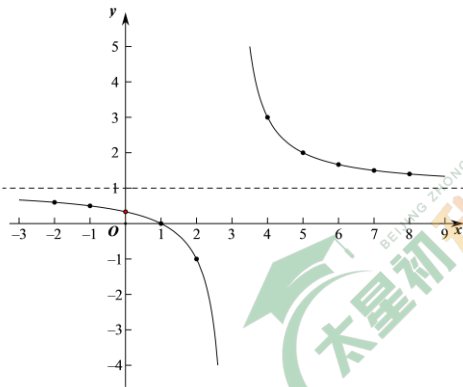
(4) 根据增减性即可得出结论, 见详解,

(5) 在图像中找到满足  $x_1 < 3 < x_2 < x_3$  的三个点比较纵坐标即可得到结论.

【详解】解: (1) 因为分式有意义, 分母不等于零, 所以  $x - 3 \neq 0$ , 即  $x \neq 3$ ;

(2) 将  $x = -1$  代入, 解得  $m = \frac{1}{2}$ ;

(3) 如图所示;



(4) 当  $x > 3$  时  $y$  随  $x$  的增大而减小(答案不唯一);

(5) 当  $x < 3$  时,  $y < \frac{1}{2}$ , 当  $x > 3$  时,  $y > \frac{1}{2}$  且  $y$  随  $x$  的增大而减小, 所以  $y_1 < y_3 < y_2$

【点睛】 本题考查了反比例函数的简单应用, 中等难度, 熟悉反比例函数图像和性质是解题关键.

25. 【答案】(1)  $45^\circ$

(2) ①图见详解; ②  $CH = \sqrt{2}BE$ , 证明见详解

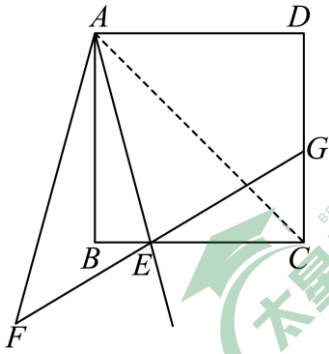
【解析】

【分析】(1) 由“SSS”可证  $\triangle AEF \cong \triangle AEC$ , 可得  $\angle AFE = \angle ACB = 45^\circ$ ;

(2) ①根据题意画出图形即可; ②先求  $\angle EAG = 45^\circ$ , 由“ASA”可证  $\triangle ABE \cong \triangle ENH$ , 可得  $BE = NH$ ,  $AB = EN = BC$ , 即可求解.

【小问1详解】

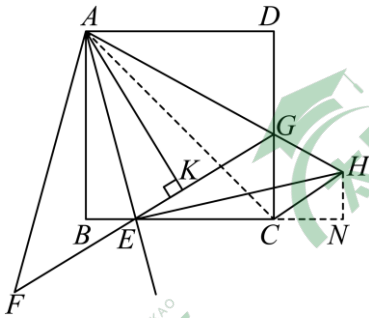
解: 如图, 连接  $AC$ ,



∵ 四边形  $ABCD$  是正方形,  
 $\therefore \angle ACB = 45^\circ$ ,  
 $\therefore$  点  $C$  关于射线  $AE$  的对称点为点  $F$ ,  
 $\therefore AF = AC$ ,  $EF = EC$ ,  
 又  $\because AE = AE$ ,  
 $\therefore \triangle AEF \cong \triangle AEC$  (SSS),  
 $\therefore \angle AFE = \angle ACB = 45^\circ$ ;

【小问 2 详解】

解: ① 如图所示:



②  $CH = \sqrt{2}BE$ , 理由如下:

连接  $AC$ , 过点  $H$  作  $HN \perp BC$ , 交  $BC$  的延长线于  $N$ ,

$\therefore AK \perp FG$ ,  $\angle AFE = 45^\circ$ ,

$\therefore AF = \sqrt{2}AK$ ,

$\therefore AC = \sqrt{2}AB = AF$ ,

$\therefore AB = AK$ ,

又  $\because AE = AE$ ,

$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle AKE$  (HL),

$\therefore \angle BAE = \angle EAK$ ,

$\therefore AK = AB = AD$ ,  $AG = AG$ ,

$\therefore \text{Rt}\triangle AGK \cong \text{Rt}\triangle AGD$  (HL),

$\therefore \angle DAG = \angle KAG$ ,

$\therefore \angle EAG = 45^\circ$ ,



$\therefore AE \perp EH$  ,  
 $\therefore \angle EAG = \angle AHE = 45^\circ$  ,  $\angle AEB + \angle CEH = 90^\circ = \angle AEB + \angle BAE$  ,  
 $\therefore AE = EH$  ,  $\angle BAE = \angle CEH$  ,  
 又  $\because \angle ABE = \angle ENH = 90^\circ$  ,  
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle ENH (ASA)$  ,  
 $\therefore BE = NH$  ,  $AB = EN = BC$  ,  
 $\therefore BE = CN = NH$  ,  
 $\therefore CH = \sqrt{2}HN = \sqrt{2}BE$  .

【点睛】本题是四边形综合题，考查了正方形的性质，全等三角形的判定和性质，轴对称的性质，等腰直角三角形的性质，添加恰当辅助线构造全等三角形是解题的关键。

26. 【答案】(1) ①见解析；②  $C(7,3)$

(2) ①  $x > 3$ ；②  $y = 3$

(3)  $n \geq \frac{40}{7}$

【解析】

【分析】(1) ①根据逆序正方形的概念求解即可；

②根据题意证明出  $\triangle AOB \cong \triangle BEC (AAS)$ ，进而求解即可；

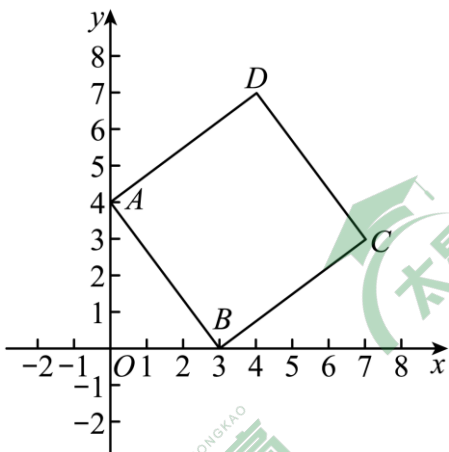
(2) ①由 (1) 得到  $\triangle AOB \cong \triangle BEC (AAS)$ ，然后得到  $OE = OB + BE = a + 3$ ，进而求出  $a + 3 > 3$ ，即可求出  $x$  的取值范围；

②由 (1) 得到  $\triangle AOB \cong \triangle BEC (AAS)$ ，然后得到  $CE = OB = 3$ ，然后可得到点  $C$  的纵坐标  $y$  不发生变化，值为 3；

(3) 首先根据题意得到点  $M$  在直线  $y = -\frac{3}{4}x + 6$  上，然后得到点  $C$  在直线  $y = x - 4$  上，然后联立求出两条直线的交点坐标，进而求解即可。

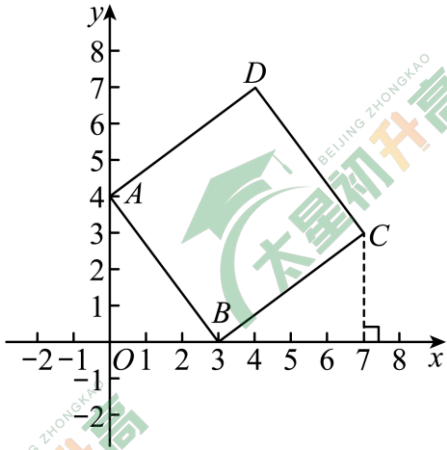
【小问 1 详解】

解：①如图所示，正方形  $ABCD$  即为所求作正方形；





②如图所示，过点  $C$  作  $CE \perp x$  轴于点  $E$ ，



$$\because \angle ABO + \angle CBE = 90^\circ, \quad \angle OAB + \angle ABO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle CBE,$$

$$\text{又} \because \angle AOB = \angle BEC, \quad AB = BC,$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle BEC (\text{AAS}),$$

$$\therefore BE = AO = 4, \quad CE = OB = 3,$$

$$\therefore OE = OB + BE = 7,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (7, 3);$$

【小问 2 详解】

$$\text{①由 (1) 可得 } \triangle AOB \cong \triangle BEC (\text{AAS}),$$

$$\therefore BE = AO = a,$$

$$\therefore OE = OB + BE = a + 3,$$

$$\because a > 0,$$

$$\therefore a + 3 > 3,$$

$$\therefore x > 3,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的横坐标 } x \text{ 的取值范围是 } x > 3;$$

$$\text{②由 (1) 可得 } \triangle AOB \cong \triangle BEC (\text{AAS}),$$

$$\therefore CE = OB = 3,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的纵坐标 } y = 3,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的纵坐标不发生变化, 值为 } 3;$$

【小问 3 详解】

$$\therefore M \left( -m, \frac{3}{4}m + 6 \right),$$

$$\therefore \text{设 } M(x, y),$$

$$\therefore x = -m,$$



$$\therefore m = -x,$$

$$\therefore y = \frac{3}{4}m + 6,$$

$$\therefore y = -\frac{3}{4}x + 6,$$

$\therefore$  点  $M$  在直线  $y = -\frac{3}{4}x + 6$  上,

$\therefore$  由 (1) 可得  $\triangle AOB \cong \triangle BEC$  (AAS),

$$\therefore BE = AO = 4, \quad CE = OB = b,$$

$$\therefore OE = OB + BE = b + 4,$$

$\therefore$  点  $C$  的坐标为  $(b + 4, b)$ ,

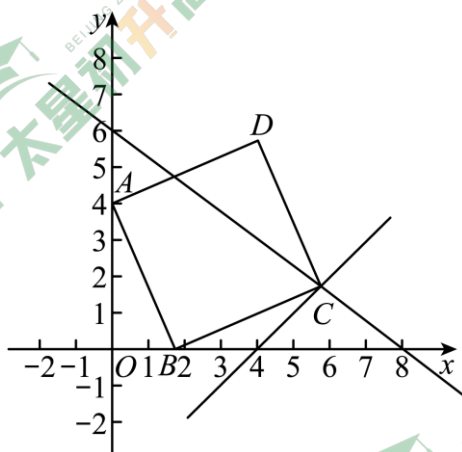
$\therefore$  点  $C$  在直线  $y = x - 4$  上,

$$\therefore \text{联立} \begin{cases} y = -\frac{3}{4}x + 6, \\ y = x - 4 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = \frac{40}{7}, \\ y = \frac{12}{7} \end{cases}$$

$\therefore a = 4$ ,  $-3 < b < n$  时, 存在点  $M\left(-m, \frac{3}{4}m + 6\right)$  是点  $A$ 、 $B$  的逆邻点,

$$\therefore n \geq \frac{40}{7}.$$



**【点睛】** 此题主要考查新定义一次函数和几何综合题, 正方形的性质, 全等三角形的性质和判定, 会构造全等三角形分析问题, 会分析点的运动轨迹是解题的关键.