

# 2023 北京交大附中初二（下）期中



## 数 学

### 一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

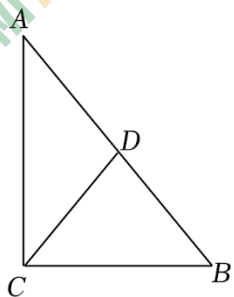
1. 下列二次根式中，最简二次根式是（ ）

- A.  $\sqrt{12}$       B.  $\sqrt{6}$       C.  $\sqrt{\frac{1}{3}}$       D.  $\sqrt{0.5}$

2. 下列长度的三条线段能组成直角三角形的是（ ）

- A. 2, 3, 4      B. 3, 4, 6      C. 5, 12, 13      D. 3, 4, 7

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle A=40^\circ$ ， $D$ 为线段 $AB$ 的中点，则 $\angle BCD=$ （ ）

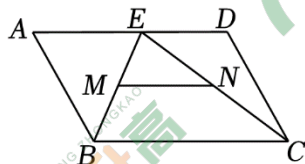


- A.  $40^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $50^\circ$       D.  $60^\circ$

4. 已知点 $M(2, a)$ 和点 $N(3, b)$ 是一次函数 $y=2x-1$ 图象上的两点，则 $a$ 与 $b$ 的大小关系是（ ）

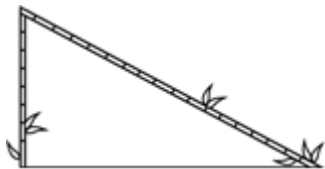
- A.  $a > b$       B.  $a = b$       C.  $a < b$       D. 以上都不对

5. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AD=8$ ， $E$ 为 $AD$ 上一动点， $M, N$ 分别为 $BE, CE$ 的中点，则 $MN$ 的长为（ ）



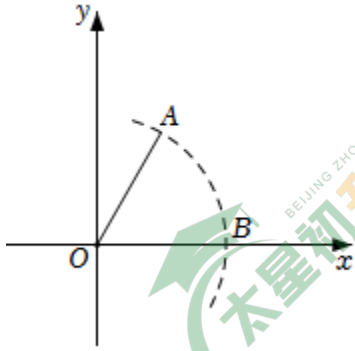
- A. 4      B. 3      C. 2      D. 不确定

6. 如图，《九章算术》中的“折竹抵地”问题：今有竹高一丈，末折抵地，去根六尺，问折高者几何？意思是：一根竹子，原高一丈（一丈=十尺），一阵风将竹子折断，其竹梢恰好抵地，抵地处离竹子底部6尺远，求折断处离地面的高度。设竹子折断处离地面 $x$ 尺，根据题意，可列方程为（ ）



- A.  $x^2+6^2=10^2$       B.  $(10-x)^2+6^2=x^2$   
 C.  $x^2+(10-x)^2=6^2$       D.  $x^2+6^2=(10-x)^2$

7. 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $O(0, 0)$ ， $A(2, 3)$ ，以点 $O$ 为圆心， $OA$ 长为半径画弧，交 $x$ 轴的正半轴于 $B$ 点，则 $B$ 点的横坐标介于（ ）



- A. 3 和 4 之间      B. 4 和 5 之间      C. 5 和 6 之间      D. 6 和 7 之间

8. 四边形  $ABCD$  的对角线  $AC, BD$  交于点  $O$ , 点  $M, N, P, Q$  分别为边  $AB, BC, CD, DA$  的中点. 有下列四个推断:

- ① 对于任意四边形  $ABCD$ , 四边形  $MNPQ$  都是平行四边形;  
 ② 若四边形  $ABCD$  是平行四边形, 则  $MP$  与  $NQ$  交于点  $O$ ;  
 ③ 若四边形  $ABCD$  是矩形, 则四边形  $MNPQ$  也是矩形;  
 ④ 若四边形  $MNPQ$  是正方形, 则四边形  $ABCD$  也一定是正方形.

所有正确推断的序号是 ( )

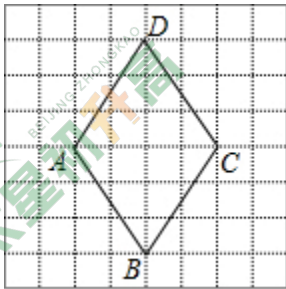
- A. ①②      B. ①③      C. ②③      D. ③④

二、填空题 (本题共 16 分, 每题 2 分)

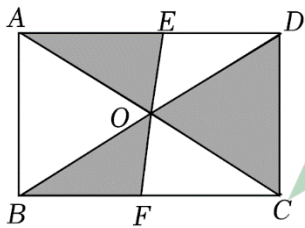
9. (2 分) 函数  $y = \sqrt{x-2}$  中自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. (2 分) 请写出一个过点  $(0, 1)$ , 且  $y$  随着  $x$  的增大而减小的一次函数解析式\_\_\_\_\_.

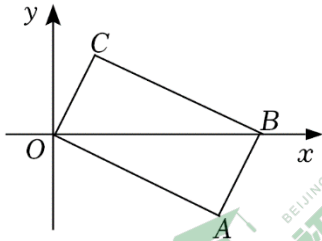
11. (2 分) 如图, 方格纸中有一四边形  $ABCD$  ( $A, B, C, D$  均为格点) 若方格纸中每个最小正方形的边长为 1, 则该四边形的面积为\_\_\_\_\_.



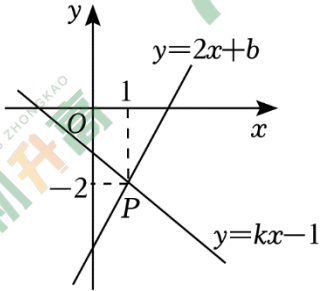
12. (2 分) 如图所示, 矩形  $ABCD$  的对角线  $AC$  和  $BD$  相交于点  $O$ , 过点  $O$  的直线分别交  $AD$  和  $BC$  于点  $E, F$ ,  $AB=2, BC=3$ , 则图中阴影部分的面积为\_\_\_\_\_.



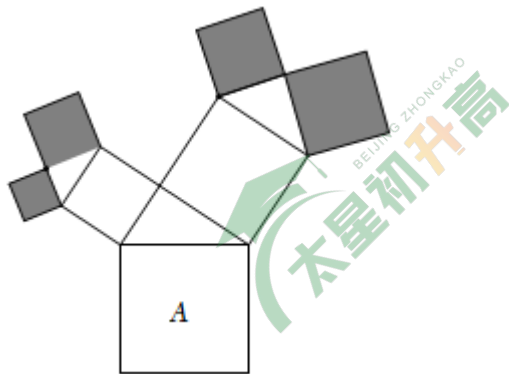
13. (2 分) 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 矩形  $OABC$  的顶点  $A, C$  的坐标分别是  $(4, -2), (1, 2)$ , 点  $B$  在  $x$  轴上, 则点  $B$  的坐标是\_\_\_\_\_.



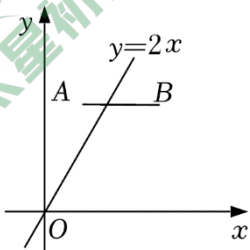
14. (2分) 如图, 函数  $y=2x+b$  与函数  $y=kx-1$  的图象交于点  $P$ , 关于  $x$  的不等式  $kx-1 < 2x+b$  的解集是 \_\_\_\_\_.



15. (2分) 在如图所示的图形中, 所有的四边形都是正方形, 所有的三角形都是直角三角形, 若涂黑的四个正方形的面积的和是  $10\text{cm}^2$ , 则图中正方形  $A$  的面积为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ .



16. (2分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $A, B$  的坐标分别为  $(n, 3), (3, 3)$ . 若直线  $y=2x$  与线段  $AB$  有公共点, 则  $n$  的值可以为 \_\_\_\_\_. (写出一个即可)



三、解答题 (本题共 60 分, 第 17 题每题 4 分, 18-21 题每题 5 分, 第 22-23 题每题 6 分, 第 24-25 每题 7 分, 第 26 题 6 分)

17. (8分) 计算:

(1)  $\sqrt{12} - \sqrt{3} + 3\sqrt{\frac{1}{3}}$ ;

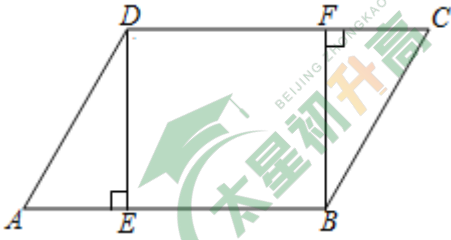
(2)  $2^{-1} + \sqrt{8} - |-2\sqrt{2}| + (\pi + \sqrt{2})^0$ .

18. (5分) 已知  $x = \sqrt{5} - 1$ , 求代数式  $x^2 + 2x - 5$  的值.



19. (5分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中,  $DE \perp AB$ ,  $BF \perp CD$ , 垂足分别为  $E$ ,  $F$ .

求证:  $BE = DF$ .



20. (5分) 已知  $y$  与  $x - 2$  成正比例, 且当  $x = 1$  时,  $y = -3$ .

(1) 求  $y$  与  $x$  的函数关系式;

(2) 点  $(m, -5)$  在该函数的图象上, 求  $m$  的值.

21. (5分) 下面是小明设计的“作菱形  $ABCD$ ”的尺规作图过程.

求作: 菱形  $ABCD$ .

作法: ①作线段  $AC$ ;

②作线段  $AC$  的垂直平分线  $l$ , 交  $AC$  于点  $O$ ;

③在直线  $l$  上取点  $B$ , 以  $O$  为圆心,  $OB$  长为半径画弧, 交直线  $l$  于点  $D$  (点  $B$  与点  $D$  不重合);

④连接  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$ 、 $DA$ .

所以四边形  $ABCD$  为所求作的菱形.

根据小明设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

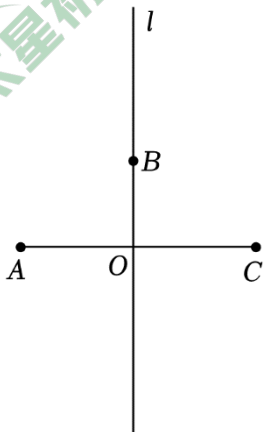
(2) 完成下面的证明.

证明:  $\because OA = OC, OB = OD,$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  为 \_\_\_\_\_,

$\because$  \_\_\_\_\_,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  为菱形 ( \_\_\_\_\_ ) (填推理的依据).



22. (6分) 已知一次函数  $y = kx + b$  的图象与  $y$  轴交于点  $A(0, 4)$ , 且过点  $B(2, 3)$ .

(1) 求一次函数的解析式;

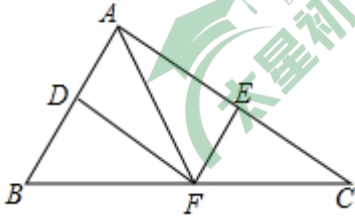
(2) 直线  $y = kx + b$  与  $x$  轴的交点为  $C$  点, 点  $P$  在该函数图象上, 且  $\triangle POC$  的面积为 4, 直接写出  $P$  点的



坐标 \_\_\_\_\_.

23. (6分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 $D, E, F$ 分别是边 $AB, AC, BC$ 的中点, 且 $BC=2AF$ .

- (1) 求证: 四边形 $ADFE$ 为矩形;
- (2) 若 $\angle C=30^\circ$ ,  $AF=2$ , 写出矩形 $ADFE$ 的周长.



24. (7分) 有这样一个问题: 探究函数 $y=\frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 的图象与性质. 小华根据学习函数的经验, 对函数 $y=\frac{\sqrt{x+2}}{x}$

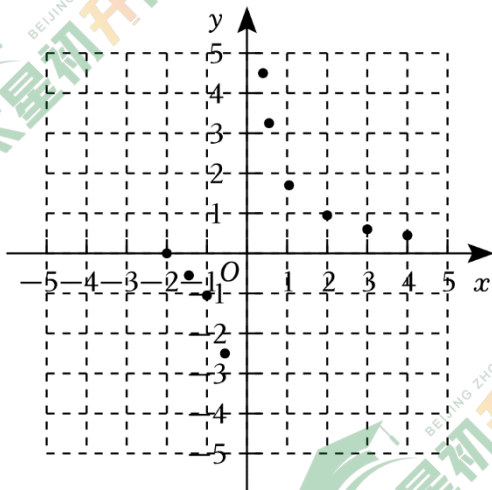
的图象与性质进行了探究. 下面是小华的探究过程, 请补充完整:

- (1) 函数 $y=\frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 的自变量 $x$ 的取值范围是 \_\_\_\_\_;
- (2) 如表是 $y$ 与 $x$ 的几组对应值.  $m$ 的值为 \_\_\_\_\_;

$x$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	...
$y$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$	$m$	$-\sqrt{6}$	$\sqrt{21}$	$\sqrt{10}$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{5}}{3}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	...

(3) 如图, 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 描出了以上表中各对对应值为坐标的点. 根据描出的点, 画出该函数的图象;

- (4) 结合函数的图象, 写出该函数的一条性质: \_\_\_\_\_.
- (5) 结合函数图象估计 $\frac{\sqrt{x+2}}{x} - x=0$ 的解的个数为 \_\_\_\_\_个.



25. (7分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $AC=BC$ ,  $P, D$ 为射线 $AB$ 上两点 (点 $D$ 在点 $P$ 的左侧), 且 $PD=BC$ , 连接 $CP$ . 以 $P$ 为中心, 将线段 $PD$ 逆时针旋转 $n^\circ$  ( $0 < n < 180$ ) 得线段 $PE$ .



(1) 如图1, 当四边形  $ACPE$  是平行四边形时, 画出图形, 并直接写出  $n$  的值;

(2) 当  $n=135^\circ$  时,  $M$  为线段  $AE$  的中点, 连接  $PM$ .

①在图2中依题意补全图形;

②用等式表示线段  $CP$  与  $PM$  之间的数量关系, 并证明.

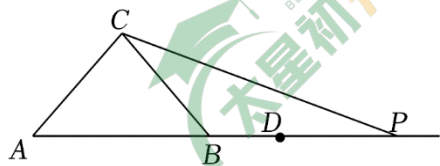


图1

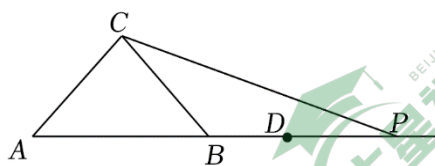
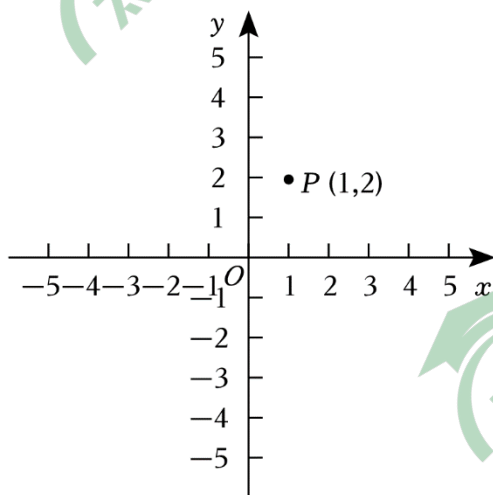
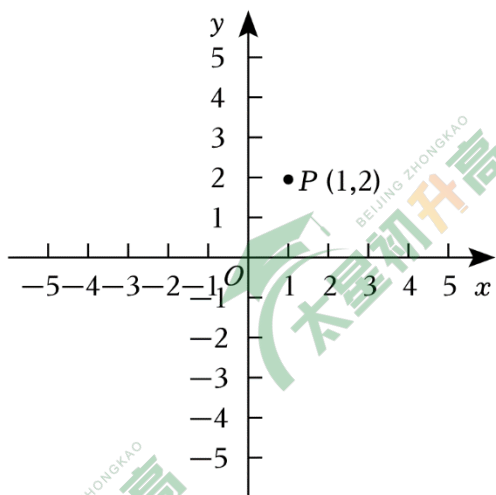


图2

26. (6分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于点  $P(x_1, y_1)$ , 给出如下定义: 当点  $Q(x_2, y_2)$  满足  $x_1 \cdot x_2 = y_1 \cdot y_2$  时, 称点  $Q$  是点  $P$  的等积点. 已知点  $P(1, 2)$ .

(1) 在  $Q_1(2, 1)$ ,  $Q_2(-4, -1)$ ,  $Q_3(8, 2)$  中, 点  $P$  的等积点是 \_\_\_\_\_.

(2) 点  $Q$  是  $P$  点的等积点, 点  $C$  在  $x$  轴上, 以  $O, P, Q, C$  为顶点的四边形是平行四边形, 求点  $C$  的坐标.





## 参考答案



### 一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

#### 1. 【答案】B

【分析】根据最简二次根式的概念：（1）被开方数不含分母；（2）被开方数中不含能开得尽方的因数或因式，进而得出答案.

【解答】解：A.  $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ ，不是最简二次根式，故此选项不合题意；

B.  $\sqrt{6}$ ，是最简二次根式，故此选项符合题意；

C.  $\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，不是最简二次根式，故此选项不合题意；

D.  $\sqrt{0.5}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，不是最简二次根式，故此选项不合题意.

故选：B.

#### 2. 【答案】C

【分析】根据勾股定理的逆定理：如果三角形的三边长  $a$ ， $b$ ， $c$  满足  $a^2+b^2=c^2$ ，那么这个三角形就是直角三角形进行分析即可.

【解答】解：A、 $2^2+3^2\neq 4^2$ ，不能组成直角三角形，故此选项错误；

B、 $4^2+3^2\neq 6^2$ ，不能组成直角三角形，故此选项错误；

C、 $5^2+12^2=13^2$ ，能组成直角三角形，故此选项正确；

D、 $4^2+3^2\neq 7^2$ ，不能组成直角三角形，故此选项错误；

故选：C.

#### 3. 【答案】C

【分析】根据直角三角形斜边上的中线的性质得到  $CD=AD$ ，得到  $\angle ACD=\angle A$ ，计算即可.

【解答】解：在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $D$  为线段  $AB$  的中点，

则  $CD=\frac{1}{2}AB=AD$ ，

$\therefore \angle ACD=\angle A$ ，

$\because \angle A=40^\circ$ ，

$\therefore \angle ACD=40^\circ$ ，

$\therefore \angle BCD=90^\circ - \angle ACD=50^\circ$ ，

故选：C.

#### 4. 【答案】C

【分析】利用一次函数图象上点的坐标特征可求出  $a$ ， $b$  的值，比较后即可得出结论（利用一次函数的性质解决问题亦可）.

【解答】解：当  $x=2$  时， $a=2\times 2-1=3$ ；

当  $x=3$  时， $b=2\times 3-1=5$ .



$$\because 3 < 5,$$

$$\therefore a < b.$$

故选：C.

5. 【答案】A

【分析】首先由平行四边形的对边相等的性质求得  $BC=AD=6$ ；然后利用三角形中位线定理求得  $MN=\frac{1}{2}BC=3$ .

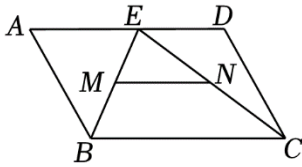
【解答】解：如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $BC=AD=8$ .

$\because M, N$  分别为  $BE, CE$  的中点，

$\therefore MN$  是  $\triangle EBC$  的中位线，

$$\therefore MN = \frac{1}{2}BC = 4.$$

故选：A.



6. 【答案】D

【分析】竹子折断后刚好构成一直角三角形，设竹子折断处离地面  $x$  尺，则斜边为  $(10-x)$  尺，利用勾股定理列出方程即可.

【解答】解：设竹子折断处离地面  $x$  尺，则斜边为  $(10-x)$  尺，根据勾股定理得： $x^2+6^2=(10-x)^2$ .

故选 D.

7. 【答案】A

【分析】先根据勾股定理求出  $OA$  的长，由于  $OB=OA$ ，故估算出  $OA$  的长，再根据点  $B$  在  $x$  轴的正半轴上即可得出结论.

【解答】解： $\because$  点  $A$  坐标为  $(2, 3)$ ，

$$\therefore OA = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13},$$

$\because$  点  $A, B$  均在以点  $O$  为圆心，以  $OA$  为半径的圆上，

$$\therefore OA = OB = \sqrt{13},$$

$\because 3 < \sqrt{13} < 4$ ，点  $B$  在  $x$  轴的正半轴上，

$\therefore$  点  $B$  的横坐标介于 3 和 4 之间.

故选：A.

8. 【答案】A

【分析】根据三角形中位线定理、平行四边形、矩形、菱形、正方形的判定定理判断即可.

【解答】解：①  $\because$  点  $M, N, P, Q$  分别为边  $AB, BC, CD, DA$  的中点，





$\therefore MN$  是  $\triangle ABC$  的中位线,  $PQ$  是  $\triangle ADC$  的中位线,  $MQ$  是  $\triangle ABD$  的中位线,  $PN$  是  $\triangle BCD$  的中位线,

$$\therefore MN \parallel AC, MN = \frac{1}{2}AC, PQ \parallel AC, PQ = \frac{1}{2}AC, MQ = \frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore MN \parallel PQ, MN = PQ,$$

$\therefore$  四边形  $MNPQ$  是平行四边形, ①正确;

② $\because$  四边形  $MNPQ$  是平行四边形, 四边形  $ABNQ$  是平行四边形,

$\therefore MP$  与  $NQ$  互相平分,

$\therefore NQ$  的中点就是  $AC$  的中点,

则  $MP$  与  $NQ$  交于点  $O$ , ②正确;

③若四边形  $ABCD$  是矩形, 则  $AC = BD$ ,

$$\therefore MN = MQ,$$

$\therefore$  四边形  $MNPQ$  是菱形, 不是矩形; ③不正确;

④ $\because$  四边形  $ABCD$  中, 若  $AC = BD, AC \perp BD$ ,

则四边形  $MNPQ$  是正方形,

$\therefore$  若四边形  $MNPQ$  是正方形, 则四边形  $ABCD$  不一定是正方形, ④不正确;

故选:  $A$ .

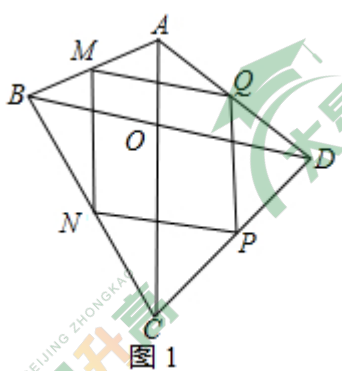


图 1

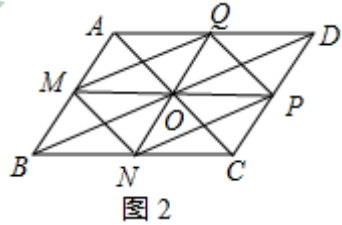


图 2

二、填空题 (本题共 16 分, 每题 2 分)

9. 【答案】见试题解答内容

【分析】根据二次根式的性质, 被开方数大于等于 0, 就可以求解.

【解答】解: 依题意, 得  $x - 2 \geq 0$ ,

解得:  $x \geq 2$ ,

故答案为:  $x \geq 2$ .

10. 【答案】见试题解答内容

【分析】由  $y$  随着  $x$  的增大而减小可得出  $k < 0$ , 取  $k = -1$ , 再根据一次函数图象上点的坐标特征可得出  $b = 1$ , 此题得解.

【解答】解: 设该一次函数的解析式为  $y = kx + b$ .

$\because y$  随着  $x$  的增大而减小,

$$\therefore k < 0,$$



取  $k = -1$ .

∵ 点  $(0, 1)$  在一次函数图象上,

∴  $b = 1$ .

故答案为:  $y = -x + 1$ .

11. 【答案】12.

【分析】结合图形可判断这是一个菱形, 根据菱形的面积等于两条对角线乘积的一半, 即可求出来.

【解答】解: 由勾股定理可知,  $AB = BC = CD = AD = \sqrt{13}$ ,

∴ 四边形  $ABCD$  是菱形,

∴ 菱形  $ABCD$  的面积  $= \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$ .

故答案为: 12.

12. 【答案】3.

【分析】观察图形, 阴影部分显然不规则, 想想怎么将它们进行拼组, 组成规则图形; 首先结合矩形的性质可得  $OA = OC$ ,  $\angle AEO = \angle CFO$ , 试着证明  $\triangle AOE \cong \triangle COF$ , 进而可得  $\triangle AOE$  与  $\triangle COF$  的面积相等; 接下来即可将阴影部分的面积转化为  $\triangle BCD$  的面积.

【解答】解: ∵ 四边形  $ABCD$  是矩形,

∴  $OA = OC$ ,  $AD \parallel BC$ ,

∴  $\angle AEO = \angle CFO$ .

∵  $\angle AOE = \angle COF$ ,

∴  $\triangle AOE \cong \triangle COF$ , 则  $S_{\triangle AOE} = S_{\triangle COF}$ ,

∴  $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle AOE} + S_{\triangle BOF} + S_{\triangle COD} = S_{\triangle COF} + S_{\triangle BOF} + S_{\triangle COD} = S_{\triangle BCD}$ ,

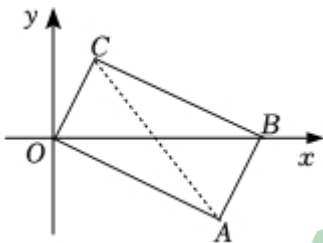
∴  $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot CD = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$ , 故  $S_{\text{阴影}} = 3$ .

故答案为: 3.

13. 【答案】 $(5, 0)$ .

【分析】由两点距离公式可求  $AC$  的长, 由矩形的性质可求  $OB = AC = 5$ , 即可求解.

【解答】解: 连接  $AC$ ,



∵ 点  $A(4, -2)$ , 点  $C(1, 2)$ ,

∴  $AC = \sqrt{(4-1)^2 + (-2-2)^2} = 5$ ,

∴ 四边形  $ABCO$  是矩形,

∴  $OB = AC = 5$ ,



∴点  $B$  的坐标为  $(5, 0)$ ,

故答案为:  $(5, 0)$ .

14. 【答案】 $x > 1$ .

【分析】观察函数图象, 当  $x > 1$  时, 函数  $y = 2x + b$  的图象在函数  $y = kx - 1$  的图象的上方, 从而得到关于  $x$  的不等式  $kx - 1 < 2x + b$  的解集.

【解答】解: ∵函数  $y = 2x + b$  与函数  $y = kx - 1$  的图象交于点  $P(1, -2)$ ,

∴当  $x > 1$  时,  $kx - 1 < 2x + b$ ,

∴关于  $x$  的不等式  $kx - 1 < 2x + b$  的解集是  $x > 1$ .

故答案为:  $x > 1$ .

15. 【答案】见试题解答内容

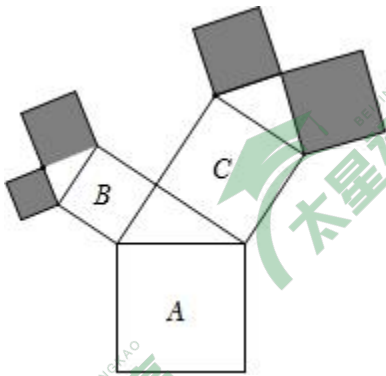
【分析】根据勾股定理、正方形的面积公式计算, 得到答案.

【解答】解: ∵涂黑的四个正方形的面积的和是  $10\text{cm}^2$ ,

∴由勾股定理可知正方形  $C$ 、 $B$  的面积的和是  $10\text{cm}^2$ ,

则正方形  $A$  的面积为  $10\text{cm}^2$ ,

故答案为: 10.



16. 【答案】1.5.

【分析】由直线  $y = 2x$  与线段  $AB$  有公共点, 可得出点  $B$  在直线上或在直线右下方, 利用一次函数图象上点的坐标特征, 即可得出关于  $n$  的一元一次不等式, 解之即可得出  $n$  的取值范围, 在其内任取一数即可得出结论.

【解答】解: ∵点  $A$ 、 $B$  的坐标分别为  $(n, 3)$ ,  $(3, 3)$ ,

∴令  $y = 2n = 3$ ,

解得:  $n = \frac{3}{2}$ ,

∵直线  $y = 2x$  与线段  $AB$  有公共点,

∴ $n < \frac{3}{2}$ .

故答案为: 1.5.

三、解答题 (本题共 60 分, 第 17 题每题 4 分, 18-21 题每题 5 分, 第 22-23 题每题 6 分, 第 24-25 每题 7 分, 第 26 题 6 分)



17. 【答案】(1)  $2\sqrt{3}$ ; (2)  $\frac{3}{2}$ .

【分析】(1) 首先计算开平方, 然后计算乘法, 最后从左向右依次计算, 求出算式的值即可;

(2) 首先计算零指数幂、负整数指数幂、开平方和绝对值, 然后从左向右依次计算, 求出算式的值即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: (1) } & \sqrt{12} - \sqrt{3} + 3\sqrt{\frac{1}{3}} \\ &= 2\sqrt{3} - \sqrt{3} + 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &= 2\sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) } & 2^{-1} + \sqrt{8} - |-2\sqrt{2}| + (\pi + \sqrt{2})^0 \\ &= \frac{1}{2} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 1 \\ &= \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

18. 【答案】-1.

【分析】将已知变形得到  $x+1=\sqrt{5}$ , 再把所求式子变形后整体代入计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & \because x+1=\sqrt{5}, \\ \therefore & x+1=\sqrt{5}, \\ \therefore & x^2+2x-5=(x+1)^2-6=(\sqrt{5})^2-6=5-6=-1, \\ \therefore & \text{代数式 } x^2+2x-5 \text{ 的值为 } -1. \end{aligned}$$

19. 【答案】见试题解答内容

【分析】由平行四边形的对边平行得到  $DC$  与  $AB$  平行, 得到  $\angle CDE$  为直角, 利用三个角为直角的四边形为矩形即可得证.

$$\begin{aligned} \text{【解答】证明: } & \because \text{四边形 } ABCD \text{ 为平行四边形,} \\ \therefore & CD \parallel AB, \\ \therefore & \angle CDE + \angle DEB = 180^\circ, \\ \because & DE \perp AB, BF \perp CD, \\ \therefore & \angle CDE = 90^\circ, \\ \therefore & \angle CDE = \angle DEB = \angle BFD = 90^\circ, \\ \text{则四边形 } & BFDE \text{ 为矩形,} \\ \therefore & BE = DF. \end{aligned}$$

20. 【答案】(1)  $y=3x-6$ ;

(2)  $m$  的值是  $\frac{1}{3}$ .



【分析】(1) 设  $y=k(x-2)$ ，可得  $-3=k \times (1-2)$ ，即可得  $y$  与  $x$  的函数关系式为  $y=3x-6$ ；

(2) 由点  $(m, -5)$  在该函数的图象上，得  $-5=3m-6$ ，故  $m$  的值是  $\frac{1}{3}$ 。

【解答】解：(1) 由  $y$  与  $x-2$  成正比例，设  $y=k(x-2)$ ，

$\because x=1$  时， $y=-3$ ，

$\therefore -3=k \times (1-2)$ ，

解得  $k=3$ ，

$\therefore y=3(x-2)=3x-6$ ，

$\therefore y$  与  $x$  的函数关系式为  $y=3x-6$ ；

(2)  $\because$  点  $(m, -5)$  在该函数的图象上，

$\therefore -5=3m-6$ ，

解得  $m=\frac{1}{3}$ ，

$\therefore m$  的值是  $\frac{1}{3}$ 。

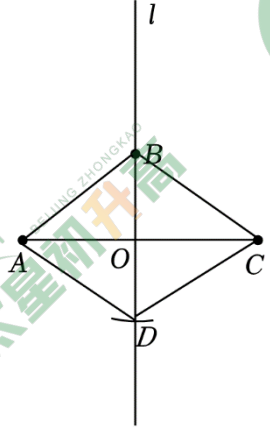
21. 【答案】(1) 见解答；

(2) 平行四边形； $AC \perp BD$ ；对角线互相垂直的平行四边形为菱形。

【分析】(1) 根据作图过程补全图形即可。

(2) 根据平行四边形和菱形的判定定理可得出答案。

【解答】(1) 解：补全图形如图。



(2) 证明： $\because OA=OC, OB=OD$ ，

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形。（对角线互相平分的四边形为平行四边形）

$\because AC \perp BD$ ，

$\therefore$  四边形  $ABCD$  为菱形。（对角线互相垂直的平行四边形为菱形）

故答案为：平行四边形； $AC \perp BD$ ；对角线互相垂直的平行四边形为菱形。

22. 【答案】(1)  $y=-\frac{1}{2}x+4$ ；

(2)  $P(6, 1)$  或  $(10, -1)$ 。

【分析】(1) 利用待定系数法即可求得；



(2) 先求得  $C$  的坐标, 然后根据三角形面积公式求得  $P$  的纵坐标, 进而即可求得  $P$  的坐标.

【解答】解: (1) 将点  $A(0, 4)$ , 点  $B(2, 3)$  代入一次函数  $y=kx+b$  得,

$$\begin{cases} b=4 \\ 2k+b=3 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=4 \end{cases}$$

$\therefore$  所求的函数解析式为  $y=-\frac{1}{2}x+4$ .

(2) 当  $y=0$  时, 则  $y=-\frac{1}{2}x+4=0$ , 解得  $x=8$ ,

$\therefore$  点  $C$  的坐标为  $(8, 0)$ ,

$$\therefore S_{\triangle POC} = \frac{1}{2}h \cdot OC = 4,$$

解得  $h=2$ ,

故点  $P$  纵坐标的绝对值为 2,

$\therefore P$  点的坐标可能为  $(6, 1)$  或  $(10, -1)$ ,

故答案为:  $(6, 1)$  或  $(10, -1)$ .

23. 【答案】见试题解答内容

【分析】(1) 连接  $DE$ . 根据三角形的中位线的性质即可得到结论;

(2) 根据矩形的性质得到  $\angle BAC = \angle FEC = 90^\circ$ , 解直角三角形即可得到结论.

【解答】(1) 证明: 连接  $DE$ .

$\because E, F$  分别是边  $AC, BC$  的中点,

$$\therefore EF \parallel AB, EF = \frac{1}{2}AB,$$

$\because$  点  $D$  是边  $AB$  的中点,

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB.$$

$$\therefore AD = EF.$$

$\therefore$  四边形  $ADFE$  为平行四边形;

由点  $D, E$  分别是边  $AB, AC$  的中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC.$$

$$\because BC = 2AF,$$

$$\therefore DE = AF,$$

$\therefore$  四边形  $ADFE$  为矩形;

(2) 解:  $\because$  四边形  $ADFE$  为矩形,

$$\therefore \angle BAC = \angle FEC = 90^\circ,$$





$\because AF=2,$

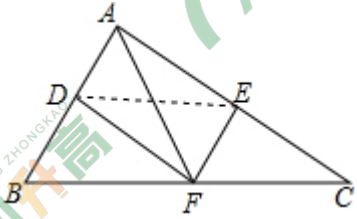
$\therefore BC=4, CF=2,$

$\because \angle C=30^\circ,$

$\therefore AC=2\sqrt{3}, CE=\sqrt{3}, EF=1,$

$\therefore AE=\sqrt{3},$

$\therefore$  矩形  $ADFE$  的周长  $=2\sqrt{3}+2.$



24. 【答案】(1)  $x \geq -2$  且  $x \neq 0$ ;

(2)  $-1$ ;

(3) 见解析;

(4) 在每个象限内, 函数值  $y$  随  $x$  的增大而减小 (答案不唯一);

(5) 2.

【分析】(1) 根据分式的性质和二次根式的性质即可求出自变量  $x$  的取值范围;

(2) 将  $x = -1$  代入函数解析式中即可求解;

(3) 利用平滑的曲线将图象中的点连接即可;

(4) 观察函数图象即可求解;

(5) 画出  $y=x$  的图象, 观察两函数图象的交点个数即可求解.

【解答】解: (1) 由题意得:  $x+2 \geq 0, x \neq 0,$

解得:  $x \geq -2$  且  $x \neq 0$ ;

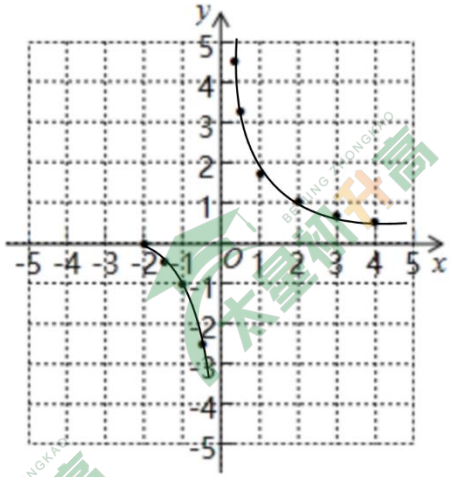
故答案为:  $x \geq -2$  且  $x \neq 0$ ;

(2) 当  $x = -1$  时,  $y = \frac{\sqrt{-1+2}}{-1} = -1,$

$\therefore m = -1;$

故答案为:  $-1$ ;

(3) 函数图象如下,



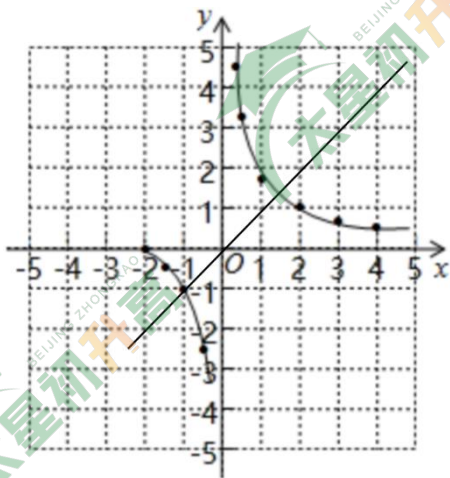
(4) 在每个象限内，函数值  $y$  随  $x$  的增大而减小（答案不唯一）；

$$(5) \because \frac{\sqrt{x+2}}{x} - x = 0,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{x+2}}{x} = x,$$

要求  $\frac{\sqrt{x+2}}{x} - x = 0$  的解的个数，即求函数  $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$  与函数  $y = x$  的图象的交点个数，

函数  $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$  与函数  $y = x$  的图象如图所示，



根据图象可得，函数  $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$  与函数  $y = x$  的图象有 2 个交点坐标，

$$\therefore \frac{\sqrt{x+2}}{x} - x = 0 \text{ 的解的个数为 } 2 \text{ 个.}$$

故答案为：2.

25. 【答案】(1) 画图见解答过程， $n = 45^\circ$ ；

(2) ①补全图形见解答过程；

② $CP = 2CM$ ，证明见解答过程.

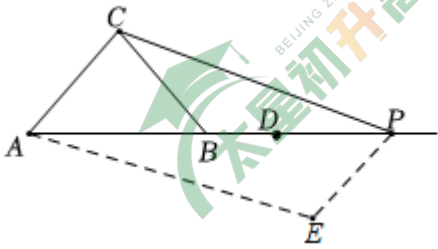
【分析】(1) 按照题意画出图形即可，根据等腰直角三角形、平行四边形性质可求得  $n$  的值；

(2) ①根据题意补全图形即可；



②延长  $PM$  到  $F$ , 使  $FM=PM$ , 连接  $AF$ 、 $CF$ 、 $EF$ , 由  $SAS$  证明  $\triangle APC \cong \triangle APF$ , 即得  $CP=FP$ , 故  $CP=2CM$ .

【解答】解: (1) 当四边形  $ACPE$  是平行四边形时, 如图:



$\because \angle ACB=90^\circ$ ,  $AC=BC$ ,

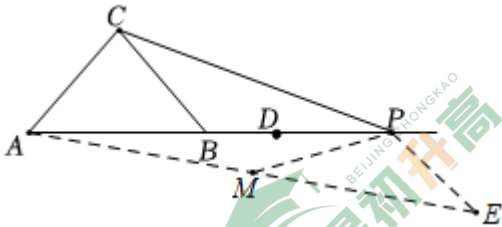
$\therefore \angle CAB=\angle CBA=45^\circ$ ,

$\because$  四边形  $ACPE$  是平行四边形,

$\therefore \angle APE=\angle CAB=45^\circ$ ,

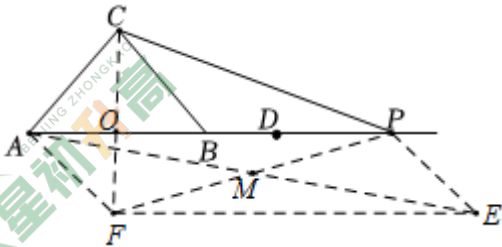
即  $n=45^\circ$ ;

(2) ①当  $n=135^\circ$  时,  $M$  为线段  $AE$  的中点, 补全图形如下:



②  $CP=2CM$ , 证明如下:

延长  $PM$  到  $F$ , 使  $FM=PM$ , 连接  $AF$ 、 $CF$ 、 $EF$ , 设  $CF$  交  $AP$  于  $O$ , 如图:



$\because M$  为  $AE$  的中点,  $PM=FM$ ,

$\therefore$  四边形  $APEF$  是平行四边形,

$\therefore AF \parallel PE$ ,  $AF=PE$ ,

$\therefore \angle PAF=180^\circ - \angle APE$ ,

$\because \angle APE=n=135^\circ$ ,

$\therefore \angle PAF=45^\circ$ ,

$\therefore \angle CAO=45^\circ = \angle FAO$ ,

$\because AC=BC=PD=PE$ ,  $PE=AF$ ,

$\therefore AC=AF$ ,

在  $\triangle APC$  和  $\triangle APE$  中,



$$\begin{cases} AC=AF \\ \angle FAO=\angle CAO, \\ AP=AP \end{cases}$$

$\therefore \triangle APC \cong \triangle APF$  (SAS),

$\therefore CP=FP$ ,

而  $FM=PM=\frac{1}{2}FP$ ,

$\therefore CP=2PM$ .

26. 【答案】(1)  $Q_1$ ;

(2) 点  $C$  的坐标为  $(3, 0)$  或  $(-3, 0)$ .

【分析】(1) 根据定义通过计算可知,  $1 \times 2 = 2 \times 1$ ,  $1 \times (-4) \neq 2 \times (-1)$ ,  $1 \times 8 \neq 2 \times 2$ , 所以点  $Q_1$  是点  $P$  的等积点;

(2) 设  $Q(x, y)$ , 则  $x=2y$ , 即  $y=\frac{1}{2}x$ , 可知点  $Q$  在直线  $y=\frac{1}{2}x$  上, 且  $Q(x, \frac{1}{2}x)$ , 当点  $Q$  在  $x$  轴上方时, 则  $\frac{1}{2}x=2$ ; 当点  $Q$  在  $x$  轴下方时, 则  $-\frac{1}{2}x=2$ , 分别求出  $x$  的值再求出点  $C$  的坐标即可.

【解答】解: (1)  $\because 1 \times 2 = 2 \times 1$ ,

$\therefore Q_1(2, 1)$  是  $P(1, 2)$  的等积点;

$\because 1 \times (-4) \neq 2 \times (-1)$ ,

$\therefore Q_2(-4, -1)$  不是  $P(1, 2)$  的等积点;

$\because 1 \times 8 \neq 2 \times 2$ ,

$\therefore Q_3(8, 2)$  不是  $P(1, 2)$  的等积点,

故答案为:  $Q_1$ ;

(2) 如图1, 设  $Q(x, y)$ ,

$\because$  点  $Q(x, y)$  是点  $P(1, 2)$  的等积点,

$\therefore x=2y$ ,

$\therefore y=\frac{1}{2}x$ ,

$\therefore Q(x, \frac{1}{2}x)$ ,

作  $QD \perp x$  轴于点  $D$ ,  $PF \perp y$  轴于点  $F$ , 则  $OF=2$ ,  $PF=1$ ,

$\because$  四边形  $OCQP$  是平行四边形,

$\therefore PQ \parallel OC$ ,  $CQ \parallel OP$ ,  $CQ=OP$ ,

$\because \angle QDC = \angle OFP = 90^\circ$ ,  $\angle QCD = \angle OPF = \angle COP$ ,

$\therefore \triangle QDC \cong \triangle OFP$  (AAS),

$\therefore QD=OF=2$ ,  $CD=PF=1$ ,

若点  $Q$  在  $x$  轴上方, 则  $\frac{1}{2}x=2$ ,



$$\therefore x=4,$$

$$\therefore x_C=4-1=3;$$

若点  $Q$  在  $x$  轴下方, 则  $-\frac{1}{2}x=2,$

$$\therefore x=-4,$$

$$\therefore x_C=-4+1=-3,$$

综上所述, 点  $C$  的坐标为  $(3, 0)$  或  $(-3, 0)$ .

