



初三数学 测试卷

2024. 3

班级: _____

姓名: _____

注意
事项

1. 本试卷共 8 页, 共 28 道小题, 满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在答题卡上指定位置贴好条形码, 或填涂考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上, 选择题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 答题不得使用任何涂改工具。

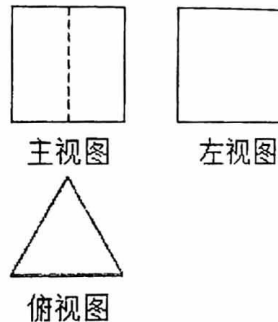
出题人: 初三数学组

审核人: 初三数学组

一、选择题 (共 16 分, 每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个。

1. 右图是某几何体的三视图, 该几何体是

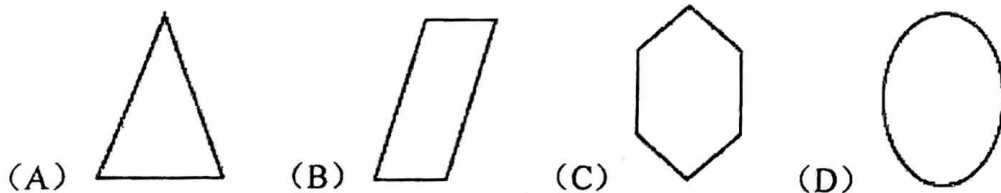


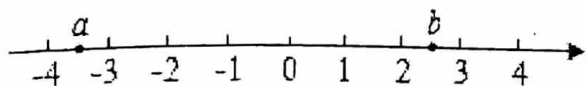
- (A) 圆柱 (B) 三棱锥
- (C) 三棱柱 (D) 正方体

2. 2021 年 2 月 27 日, 由嫦娥五号带回的月球样品 (月壤) 正式入藏中国国家博物馆, 盛放月球样品的容器整体造型借鉴自国家博物馆馆藏的系列青铜“尊”造型, 以体现稳重大方之感, 它的容器整体外部造型高 38.44cm, 象征地球与月亮的平均间距约 384400km. 将 384400 用科学记数法表示应为

- (A) 38.44×10^4 (B) 3.844×10^5
- (C) 3.844×10^4 (D) 0.3844×10^6

3. 下列图形中, 是轴对称图形, 但不是中心对称图形的是

4. 若实数 a , b 在数轴上的对应点的位置如图所示, 则以下结论正确的是

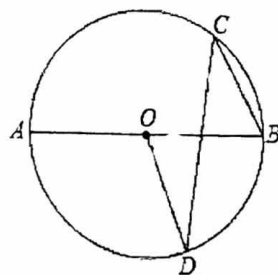


- (A) $a - b > 0$ (B) $ab > 0$ (C) $b > -a$ (D) $a < 2b$

5. 如果一个多边形的内角和等于它的外角和的 2 倍，那么这个多边形的边数是

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8

6. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， CD 是弦（点 C 不与点 A ，点 B 重合，且点 C 与点 D 位于直径 AB 两侧），若 $\angle AOD = 110^\circ$ ，则 $\angle BCD$ 等于



- (A) 25° (B) 35° (C) 55° (D) 70°

7. 春回大地万物生，“微故宫”微信公众号设计了互动游戏，与大家携手走过有故宫猫陪伴的四季。游戏规则设计如下：每次在公众号对话框中回复【猫春图】，就可以随机抽取 7 款“猫春图”壁纸中的一款，抽取次数不限，假定平台设置每次发送每款图案的机会相同，小春随机抽取了两次，她两次都抽到“东风纸鸢”的概率是



九九圆满



焕新春禧



东风纸鸢



秋千飞荡



品品春茶



赏花扑蝶



春游晚归

- (A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{1}{49}$ (D) $\frac{2}{49}$

8. 风寒效应是一种因刮风所引起的使体感温度较实际气温低的现象，科学家提出用风寒温度描述刮风时的体感温度，并通过大量实验找出了风寒温度和风速的关系。下表中列出了当气温为 5°C 时，风寒温度 T ($^\circ\text{C}$) 和风速 v (km/h) 的几组对应值，那么当气温为 5°C 时，风寒温度 T 与风速 v 的函数关系最可能是

风速 v (单位: km/h)	0	10	20	30	40
风寒温度 T (单位: $^\circ\text{C}$)	5	3	1	-1	-3

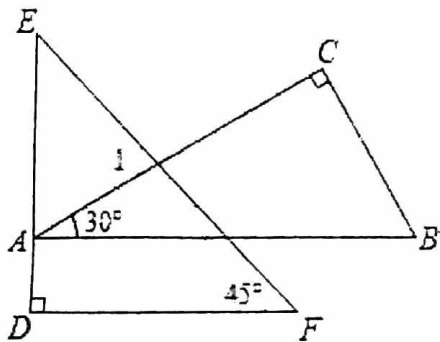
- (A) 正比例函数关系 (B) 一次函数关系
(C) 二次函数关系 (D) 反比例函数关系



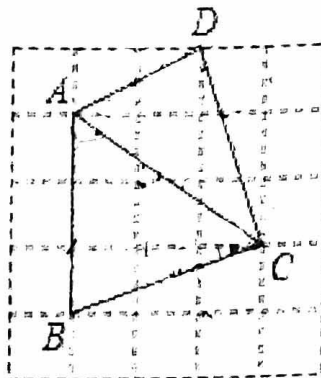
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若分式 $\frac{x-3}{x+2}$ 的值为 0，则实数 x 的值为_____.

10. 将一副直角三角板如图摆放，点 A 落在 DE 边上， $AB \parallel DF$ ，则 $\angle 1 =$ _____°.



第 10 题图



第 12 题图

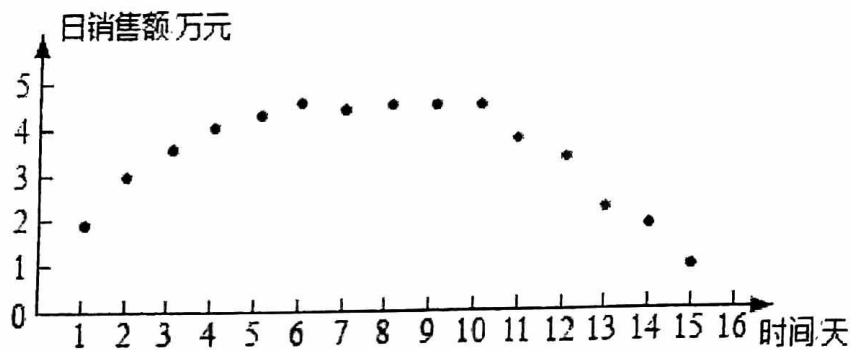
11. 比 $\sqrt{7}$ 大的整数中，最小的是_____.

12. 如图所示的网格是正方形网格， A, B, C, D 是网格线的交点，那么 $\angle DAC$ 与 $\angle ACB$ 的大小关系为：

$\angle DAC$ _____ $\angle ACB$ （填“>”，“=”或“<”）.

13. 已知方程组 $\begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 2y = 1, \end{cases}$ 则 $x + y$ 的值为_____.

14. 某公司销售一批新上市的产品，公司收集了这个产品 15 天的日销售额的数据，制作了如下的统计图.



关于这个产品销售情况有以下说法：

- ① 第 1 天到第 5 天的日销售额的平均值低于第 6 天到第 10 天的日销售额的平均值；
- ② 第 6 天到第 10 天日销售额的方差小于第 11 天到第 15 天日销售额的方差；
- ③ 这 15 天日销售额的平均值一定超过 2 万元.

所有正确结论的序号是_____.



15. 将二次函数 $y = x^2$ 的图象向右平移 3 个单位得到一个新函数的图象, 请写出一个自变量 x 的取值范围, 使得在所写的取值范围内, 上述两个函数中, 恰好其中一个函数的图象从左往右上升, 而另一个函数的图象从左往右下降, 写出的 x 的取值范围是_____.

16. 某商家需要更换店面的瓷砖, 商家打算用 1500 元购买彩色和单色两种地砖进行搭配, 并且把 1500 元全部花完. 已知每块彩色地砖 25 元, 每块单色地砖 15 元, 根据需要, 购买的单色地砖数要超过彩色地砖数的 2 倍, 并且单色地砖数要少于彩色地砖数的 3 倍, 那么符合要求的一种购买方案是_____.

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17~21 题, 每小题 5 分, 第 22 题 6 分, 第 23 题 5 分, 第 24~26 题, 每小题 6 分, 第 27~28 题, 每小题 7 分) 解答题应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $4\sin 60^\circ + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} - \sqrt{12} + |-5|$.

18. 解不等式组 $\begin{cases} 5(x+1) > 7x-1, \\ \frac{x-1}{3} > \frac{x-2}{4}, \end{cases}$ 并求它的整数解.

19. 已知 $x^2 + 3x - 4 = 0$, 求代数式 $(2x+1)(2x-1) - 3x(x-1)$ 的值.

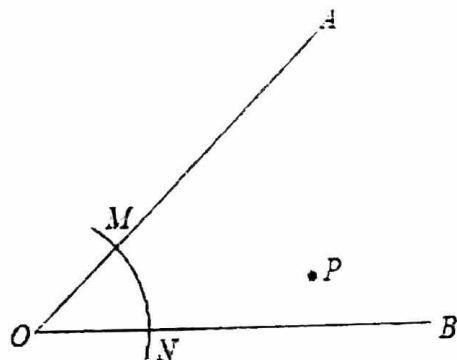
20. 阅读材料并解决问题:

已知: 如图, $\angle AOB$ 及内部一点 P .

求作: 经过点 P 的线段 EF , 使得点 E, F 分别在射线 OA, OB 上, 且 $OE = OF$.

作法: 如图.

- ① 以点 O 为圆心, 以任意长为半径作弧, 分别交射线 OA, OB 于点 M, N ;
- ② 连接 NP , 作线段 NP 的垂直平分线, 得到线段 NP 的中点 C ;
- ③ 连接 MC 并在它的延长线上截取 $CD = MC$;
- ④ 作射线 DP , 分别交射线 OB, OA 于点 F, E . 线段 EF 就是所求作的线段.

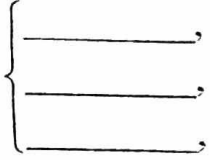




- (1) 使用直尺和圆规，依法作图补全图形（保留作图痕迹）；
 (2) 完成下面的证明证明：连接 MN 。

由②得，线段 CN _____ CP （填“>”，“=”或“<”）。

在 $\triangle MCN$ 和 $\triangle DCP$ 中，



$\therefore \triangle MCN \cong \triangle DCP.$

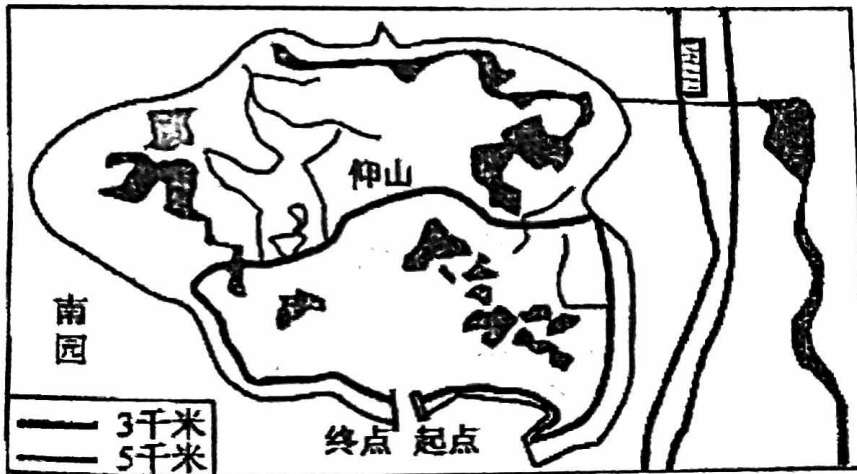
$\angle NMC = \angle PDC.$

$\therefore MN \parallel EF$ （_____）（填推理的依据）。

又由①得，线段 $OM = ON$ 。

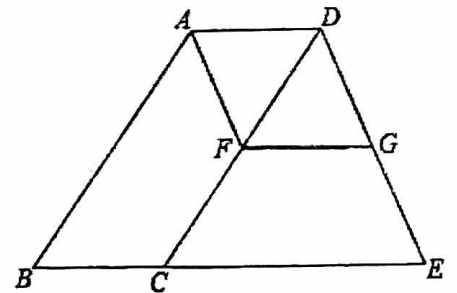
可得 $OE = OF$ 。

21. 奥林匹克森林公园南园（奥森南园）是深受北京长跑爱好者追捧的跑步地点。小华和小萱相约去奥森南园跑步踏青，奥森南园有 5 千米和 3 千米的两条跑道（如图所示）。小华选择了 5 千米的路线，小萱选择了 3 千米的路线，已知小华平均每分钟比小萱平均每分钟多跑 100 米，两人同时出发，结果同时到达终点。求小萱的速度。



22. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 在 BC 的延长线上， $CE = DE = 2BC$ 。 DC 的中点为 F ， DE 的中点为 G ，连接 AF ， FG 。

(1) 求证：四边形 $AFGD$ 为菱形；





(2) 连接 AG , 若 $BC=2$, $\tan B = \frac{3}{2}$, 求 AG 的长.

23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = -x + b$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 交于 A, B 两点, 点 A , 点 B 的横坐标 x_A, x_B 满足 $x_A > x_B$, 直线 $y = -x + b$ 与 x 轴的交点为 $C(3, 0)$, 与 y 轴的交点为 D .

- (1) 求 b 的值;
- (2) 若 $x_A = 2$, 求 k 的值;
- (3) 当 $AD \geq 2BD$ 时, 直接写出 k 的取值范围.

24. 国家大力提倡节能减排和环保, 近年来纯电动汽车普及率越来越高, 纯电动汽车的续航里程是人们选择时参考的重要指标. 某汽车杂志根据当前汽车行业常用的两种续航里程测试标准 (标准 M 和标准 N), 对市面上常见的 9 种车型进行了续航里程实测, 并与这些厂家公布的工信部续航里程进行了对比, 下面是部分信息:

- a. 标准 M 下的实测续航里程数据为 324.8, 355.8, 378.2, 385, 403.7, 407.9, 441.2, 445, 463.2 (单位: km);
- b. 标准 N 下实测续航里程与工信部续航里程情况统计图 (图 1);
- c. 标准 N 下实测续航里程频数分布直方图, 为方便记录, 将续航里程设为 x (单位: km), 数据分为 $A \sim F$ 六组 (图 2).

图1 标准N下实测续航里程与工信部续航里程情况统计图

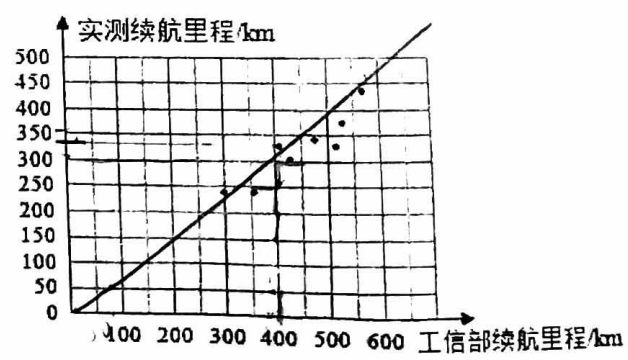
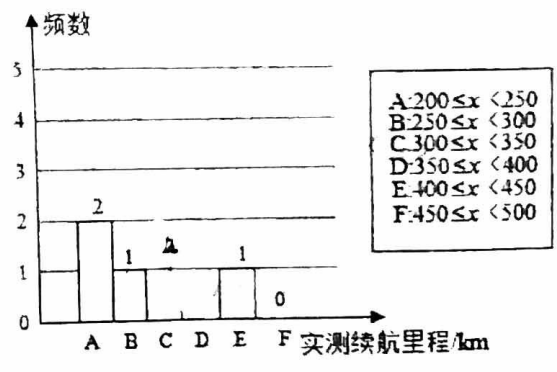


图2 标准N下实测续航里程频数分布直方图





不同标准下实测续航里程统计表（单位：km）

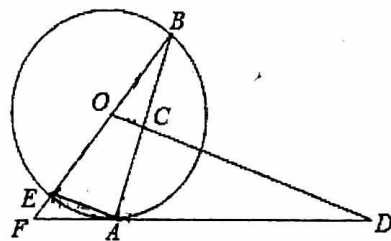
	标准 M 下实测续航里程	标准 N 下实测续航里程
平均数	400.5	316.6
中位数	a	b

根据信息回答以下问题：

- (1) 补全图 2；
- (2) 不同标准下实测续航里程统计表中， $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ，在 $A \sim F$ 六组数据中， b 所在的组是 $\underline{\hspace{2cm}}$ （只填写 $A \sim F$ 中的相应代号即可）；
判断 a 与 b 的大小关系为 $a \underline{\hspace{1cm}} b$ （填“ $>$ ”，“ $=$ ”或“ $<$ ”）。
- (3) 在选购纯电动汽车时，实测续航里程与工信部续航里程的比值（简称“续航里程达成比”）越高越好，但续航里程达成比受到实测时各种实际条件的限制只能达到一定比例，晓春打算为家里选购纯电动汽车，如果在标准 N 下，他希望续航里程达成比不低于 75%，请在图 1 中圈出实测续航里程不低于 300km 的车型中，符合他要求的车型所对应的点。

25. 如图， AB 为 $\odot O$ 的弦， C 为 AB 的中点， D 为 OC 延长线上一点， DA 与 $\odot O$ 相切，切点为 A ，连接 BO 并延长，交 $\odot O$ 于点 E ，交直线 DA 于点 F 。

- (1) 求证： $\angle B = \angle D$ ；
- (2) 若 $AF = 4\sqrt{2}$ ， $\sin B = \frac{1}{3}$ ，求 $\odot O$ 的半径。



5. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 - 2a^2x + 1$ ($a \neq 0$) 与 y 轴交于点 A ，过点 A 作 x 轴平行线与抛物线交于点 B 。

- (1) 直接写出抛物线的对称轴；
- (2) 若 $AB = 4$ ，求抛物线所对应的函数解析式；
- (3) 已知点 $P(a+4, 1)$ ， $Q(0, a+1)$ ，如果抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点，结合函数图象，求 a 的取值范围。



27. 在正方形 $ABCD$ 中, 将边 AD 绕点 A 逆时针旋转 a ($0^\circ < a < 90^\circ$) 得到线段 AE , AE 与 CD 延长线相交于点 F , 过 B 作 $BG \parallel AF$ 交 CF 于点 G , 连接 BE .

(1) 如图 1, 求证: $\angle BGC = 2\angle AEB$;

(2) 当 ($45^\circ < a < 90^\circ$) 时, 依题意补全图 2, 用等式表示线段 AH , EF , DG 之间的数量关系, 并证明.

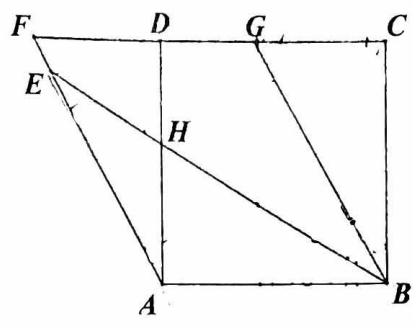


图 1

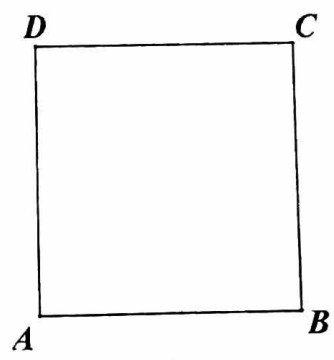


图 2

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的线段 PQ , 给出如下定义: 若存在 $\triangle PQR$ 使得 $S_{\triangle PQR} = PQ^2$, 则称 $\triangle PQR$ 为线段 PQ 的“等幂三角形”, 点 R 称为线段 PQ 的“等幂点”.

(1) 已知 $A(3,0)$.

① 在点 $P_1(1,3), P_2(2,6), P_3(-5,1), P_4(3,-6)$ 中, 是线段 OA 的“等幂点”的是 _____;

② 若存在等腰 $\triangle OAB$ 是线段 OA 的“等幂三角形”, 求点 B 的坐标;

(2) 已知点 C 的坐标为 $C(2, -1)$, 点 D 在直线 $y=x-3$ 上, 记图形 M 为以点 $T(1,0)$ 为圆心, 2 为半径的 $\odot T$ 位于 x 轴上方的部分. 若图形 M 上存在点 E , 使得线段 CD 的“等幂三角形” $\triangle CDE$ 为锐角三角形, 直接写出点 D 的横坐标 x_D 的取值范围.