

2024 北京二中初三（下）阶段检测三

数 学



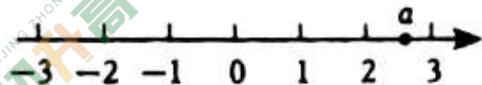
2024.3.20

一、选择题（共 24 分，每题 3 分，以下每题只有一个正确的选项）

1. 地处北京怀柔科学城的“北京光源”（HEPS）是我国第一台高能同步辐射光源，在施工时严格执行“防微振动控制”的要求，控制精度级别达到纳米（nm）级。1nm=0.00000001m。将 0.00000001 用科学记数法表示应为（ ）

- A. 1×10^{-8} B. 1×10^{-9} C. 10×10^{-10} D. 0.1×10^{-8}

2. 有理数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示，若有理数 b 满足 $b < -a$ ，则 b 的值可能是（ ）



- A. 2 B. -2 C. 0 D. -3

3. 下列图形中，是轴对称图形不是中心对称图形的是（ ）



- A. B. C. D.

4. 若正多边形的内角和是 540° ，则该正多边形的一个外角为（ ）

- A. 45° B. 60° C. 72° D. 90°

5. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+3)x + 2k+1 = 0$ 根的情况是（ ）

- A. 无实根 B. 有实根 C. 有两个不相等实根 D. 有两个相等实根

6. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币，则一枚硬币正面向上、一枚硬币反面向上的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

7. 设 m 是非零实数，给出下列四个命题：

- ①若 $-1 < m < 0$ ，则 $\frac{1}{m} < m < m^2$ ； ②若 $m > 1$ ，则 $\frac{1}{m} < m^2 < m$ ；
 ③若 $m < \frac{1}{m} < m^2$ ，则 $m < -1$ ； ④若 $m^2 < m < \frac{1}{m}$ ，则 $0 < m < 1$ 。

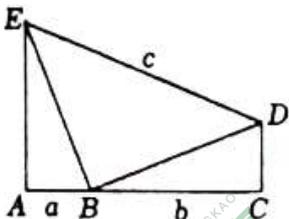
其中命题成立的序号是（ ）

- A. ①③ B. ①④ C. ①③④ D. ②③④

8. 如图，点 A, B, C 在同一条直线上，点 B 在点 A, C 之间，点 D, E 在直线 AC 同侧， $AB < BC$ ， $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ， $\triangle EAB \cong \triangle BCD$ ，连接 DE 。设 $AB = a$ ， $BC = b$ ， $DE = c$ ，给出下面三个结论：

- ① $a + b < c$ ； ② $a + b > \sqrt{a^2 + b^2}$ ； ③ $\sqrt{2}(a + b) > c$ 。

上述结论中，所有正确结论的序号是（ ）





A. ①②③

B. ①③

C. ②③

D. ①②

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 若代数式 $\frac{1}{x+1}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式: $2x^2y - 8y^3 =$ _____.

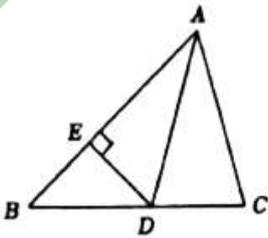
11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(-3, 2)$ 和 $B(m, -2)$, 则 m 的值为_____.

12. 某商场准备进 400 双滑冰鞋, 了解了某段时间内销售的 40 双滑冰鞋的鞋号, 数据如下:

鞋号	35	36	37	38	39	40	41	42	43
销售量/双	2	4	5	5	12	6	3	2	1

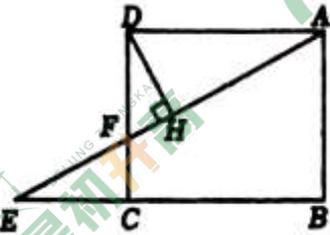
根据以上数据, 估计该商场进鞋号需求最多的滑冰鞋的数量为_____双.

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$. 若 $AC = 2$, $DE = 1$, 则 $S_{\triangle ACD} =$ _____.



14. 八年级学生去距学校 10 千米的博物馆参观, 一部分学生骑自行车先走, 过了 20 分钟后, 其余学生乘汽车出发, 结果他们同时到达, 已知汽车的速度是骑车学生速度的 2 倍, 设学生骑车速度为 x 千米/时, 则根据题意列方程为_____.

15. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $BC = 5$, E 点为 BC 边延长线一点, 且 $CE = 3$. 连接 AE 交边 CD 于点 F , 过点 D 作 $DH \perp AE$ 于点 H , 则 $DH =$ _____.



16. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 + 1$ 与 y 轴交于点 A . 点 $B(x_1, y_1)$ 是抛物线上的任意一点, 且不与点 A 重合, 直线 $y = kx + n (k \neq 0)$ 经过 A, B 两点.

①若点 $C(m-2, a)$, $D(m+2, b)$ 在抛物线上, 则 a _____ b (用 “<”, “=” 或 “>” 填空);

②若对于 $x_1 < -3$ 时, 总有 $k < 0$, 则 m 的取值范围_____.

三、解答题 (共 60 分, 每题 6 分)

17. 计算: $\sqrt{27} - 2\cos 30^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - |1 - \sqrt{3}|$.

18. 解方程: $\frac{3}{2x-4} - \frac{x}{x-2} = 1$.

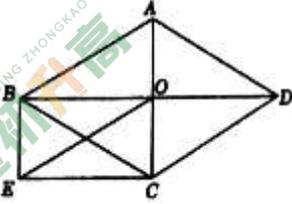


19. 解不等式组
$$\begin{cases} 5x-3 \geq 2(x-3) \\ \frac{x}{4} - \frac{x-2}{3} < 1 \end{cases}$$

20. 已知 $a^2 + a - 1 = 0$, 求代数式 $\left(\frac{a}{a-1} - 1\right) \div \frac{a^3 - a}{a^2 - 2a + 1}$ 的值.

21. 如图, 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O, BC, EO 为矩形 $BECO$ 对角线, $BC \parallel AD, AD = EO$.

- (1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;
 (2) 连接 DE , 若 $AC = 4, \angle BCD = 120^\circ$, 求 DE 的值.



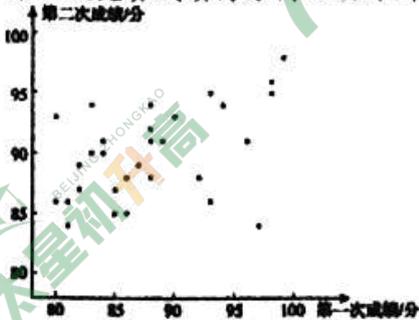
22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y_1 = -2x + 1$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 图象的一个交点为点 M .

- (1) 当点 M 的坐标为 $(2, m)$ 时, 求 k 的值;
 (2) 当 $x < -1$ 时, 对于 x 的每一个值, 都有 $y_1 > y_2$, 求 k 的取值范围.

23. 为进一步增强中小学生“知危险会避险”的意识, 某校初三年级开展了系列交通安全知识竞赛, 从中随机抽取 30 名学生两次知识竞赛的成绩 (百分制), 并对数据 (成绩) 进行收集、整理、描述和分析, 下面给出了部分信息.

a. 这 30 名学生第一次竞赛成绩和第二次竞赛成绩得分情况统计图:

第二次竞赛成绩得分情况统计图:



b. 这 30 名学生两次知识竞赛获奖情况相关统计表:

		参与奖	优秀奖	卓越奖
第一次竞赛	人数	10	10	10
	平均分	82	87	95
第二次竞赛	人数	2	12	16
	平均分	84	87	93

(规定: 分数 ≥ 90 , 获卓越奖; $85 < \text{分数} < 90$, 获优秀奖; 分数 < 85 , 获参与奖)

c. 第二次竞赛获卓越奖的学生成绩如下:

90 90 91 91 91 91 92 93 93 94 94 94 95 95 96 98

d. 两次竞赛成绩样本数据的平均数、中位数、众数如下表:

	平均数	中位数	众数
第一次竞赛	m	87.5	88

第二次竞赛	90	n	91
-------	----	-----	----

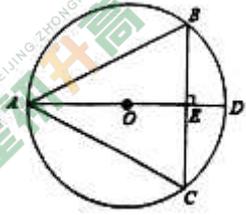


根据以上信息，回答下列问题：

- 小段同学第一次竞赛成绩是 89 分，第二次竞赛成绩是 91 分，在图中用“○”圈出代表小段同学的点；
- $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- 以第二次竞赛成绩为依据，若该校初三年级共有学生 840 人，请你估计该校初三年级学生交通安全知识竞赛成绩在 90 分以上（含 90 分）的人数。

24. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， AD 是 $\odot O$ 的直径， $AD \perp BC$ 于点 E 。

- 求证： $\angle BAD = \angle CAD$ ；
- 连接 BO 并延长，交 AC 于点 F ，交 $\odot O$ 于点 G ，连接 GC 。若 $\odot O$ 的半径为 5， $OE = 3$ ，求 GC 和 OF 的长。



25. 某公园在入园处搭建了一道“气球拱门”，拱门两端落在地面上，若将拱门看作抛物线的一部分，建立如图所示的平面直角坐标系。拱门上的点距地面的竖直高度 y （单位：m）与水平距离 x （单位：m）近似满足函数关系： $y = a(x-h)^2 + k$ ($a < 0$)。

(1) 拱门上的点的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下：

水平距离 x/m	2	3	6	8	10	12
竖直高度 y/m	4	5.4	7.2	6.4	4	0



根据上述数据，直接写出“门高”（拱门的最高点到地面的距离）是 $\underline{\hspace{2cm}}$ m，并求出拱门上的点满足的函数关系 $y = a(x-h)^2 + k$ ($a < 0$)。

(2) 一段时间后，公园重新维修拱门。新拱门上的点距地面的竖直高度 y （单位：m）与水平距离 x （单位：m）近似满足关系 $y = -0.288(x-5)^2 + 7.2$ ，若记“原拱门”的跨度（跨度为拱门底部两个端点间的距离）为 d_1 ，“新拱门”的跨度为 d_2 ，则 $d_1 \underline{\hspace{1cm}} d_2$ （填“>”“=”或“<”）。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中， $\odot O$ 的半径为 1，对于直线 l 和线段 AB ，给出如下定义：若将线段 AB 关于直线 l 对称，可以得到 $\odot O$ 的弦 $A'B'$ （ A' ， B' 分别为 A ， B 的对应点），则称线段 AB 是 $\odot O$ 的关于直线 l 对称的“关联线段”。例如：在图 1 中，线段 AB 是 $\odot O$ 的关于直线 l 对称的“关联线段”。

- 如图 2，点 $A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$ 的横、纵坐标都是整数。
 - 在线段 A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3 中， $\odot O$ 的关于直线 $y = x + 2$ 对称的“关联线段”是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；
 - 若线段 A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3 中，存在 $\odot O$ 的关于直线 $y = -x + m$ 对称的“关联线段”，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

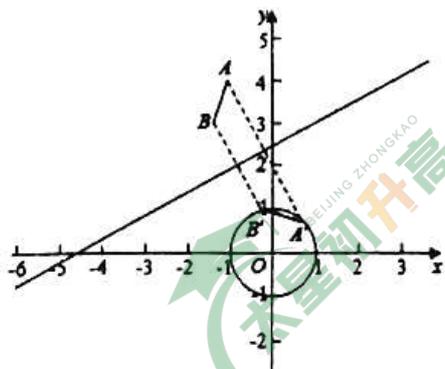


图1

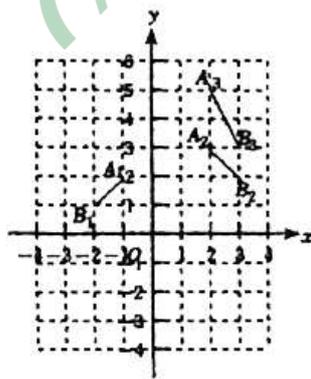


图2

(2) 已知 $y = -\sqrt{3}x + b (b > 0)$ 交 x 轴于点 C , 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 3$, $AB = \sqrt{2}$. 若线段 AB 是 $\odot O$ 的关于直线 $y = -\sqrt{3}x + b (b > 0)$ 对称的“关联线段”, 直接写出 b 的最大值和最小值, 以及相应的 BC 长.