2024 北京工大附中高一（下）开学考

数　学

一、选择题（共 8 道，每题 8 分）

（1）已知集合$A=\{x|x>0\}$，$B=\{x|-1<x<2\}$，则$A\cap B=$（　）

A. $\{x|x<2\}$　B. $\{x|0<x<2\}$　C. $\{x|1<x<2\}$　D. $\{x|-1<x<2\}$

（2）已知$a=2^{0.1}$，$b=log_2\sqrt{3}$，$c=log_3\sqrt{2}$，则实数a,b,c的大小关系是（　）

A. $c>a>b$　B. $c>b>a$

C. $a>c>b$　D. $a>b>c$

（3）已知函数$f(x)=log_2(x+1)+x-2$，则不等式$f(x)<0$的解集为（　）

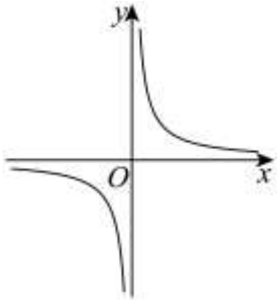
A. $(-\infty,1)$　B. $(-1,1)$

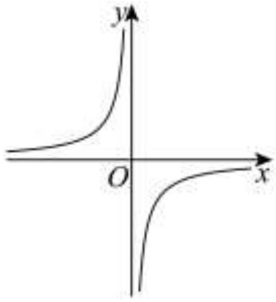
C. $(0,1)$　D. $(1,+\infty)$

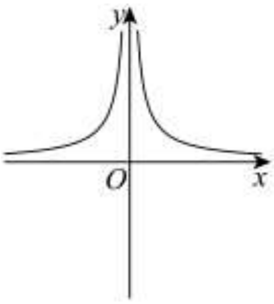
（4）下列函数中，在区间$(0,+\infty)$上为增函数的是（　）

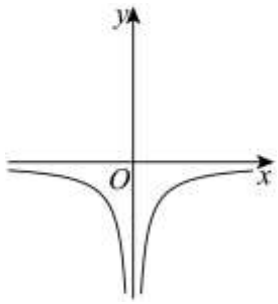
A. $y=\frac{1}{x}$　B. $y=-x^2$　C. $y=\begin{cases}x-1,x\geq 1\\1-x,x<1\end{cases}$　D. $y=|x|$

（5）函数$f(x)=\frac{|x|}{x^2}$表示的图象可能是下图中的（　）

A. 

B. 

C. 

D. 

（6）“$a<0$”是“函数$f(x)=2^x+a$存在零点”的（　）

A.充分而不必要条件　B.必要而不充分条件

C.充分必要条件　D.既不充分也不必要条件

（7）已知角α的终边经过点$P(3,t)$，且$sin(2k\pi+\alpha)=-\frac{3}{5}(k\in Z)$，则$t$等于（　）

A. $-\frac{9}{16}$　B. $-\frac{9}{4}$　C. $-\frac{3}{4}$　D. $\frac{9}{4}$

（8）若关于 x 的不等式$mx^2-mx-1<0$的解集为 R，则实数 m 的取值范围是（　）

A. $0 < m < 4$　　B. $0 \le m < 4$

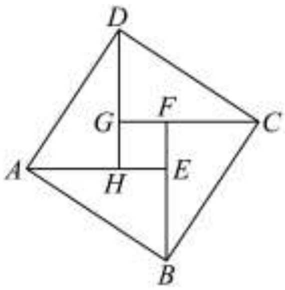
C. $-4 < m < 0$　　D. $-4 < m \le 0$

二、填空题（共 3 道，每题 8 分）

（9） 函数$f(x) = lg(x-1)$的定义域是__________.

（10）若$x > 1$，则$x + \frac{1}{x-1}$的最小值是____.

（11）2002 年在北京召开的国际数学家大会，会标是以我国古代数学家赵爽的弦图为基础设计的，弦图是由四个全等的直角三角形与一个小正方形拼成的一个大正方形(如图)，直角三角形中较小的锐角为θ，若$sin\,\theta + cos\,\theta = \frac{3}{5}\sqrt{5}$，则图中的大正方形与小正方形的面积之比为_____.



三、解答题（共 1 道，每题 12 分）

（12）已知函数$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

(1)判断函数$f(x)$的奇偶性，并证明结论；

(2)证明函数$f(x)$在$[1, +\infty)$上是减函数；

(3)求函数$f(x)$在$(-\infty, -1]$上的最值.

参考答案

一、选择题（共 8 道，每题 8 分）

1	2	3	4	5	6	7	8
B	D	B	D	C	C	B	D

二、填空题（共 3 道，每题 8 分）

（9）$(1, +\infty)$.

（10）3.

（11）5.

三、解答题（共 1 道，每题 12 分）

（12）【解答】（1）函数 $f(x)$ 为奇函数，证明如下：

由 $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ 知：函数定义域为 R，

$f(-x)=\dfrac{-x}{(-x)^2+1}=-\dfrac{x}{x^2+1}=-f(x)$，

所以 $f(x)$ 为奇函数，得证.

（2）令 $x_1>x_2\geq 1$，则 $f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{x_1}{x_1^2+1}-\dfrac{x_2}{x_2^2+1}=\dfrac{x_1x_2^2+x_1-x_2x_1^2-x_2}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}$，

所以 $f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{x_1x_2(x_2-x_1)-(x_2-x_1)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}=\dfrac{(x_1x_2-1)(x_2-x_1)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}$，

而 $x_1x_2>1$，$x_2-x_1<0$，$(x_1^2+1)(x_2^2+1)>0$，则 $f(x_1)-f(x_2)<0$，

所以 $f(x_1)<f(x_2)$，故函数 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上是减函数，得证.

（3）由（1）（2）知：$f(x)$ 在 $(-\infty,-1]$ 上是减函数，

且 $f(x)=\dfrac{1}{x+\dfrac{1}{x}}$，易知 x 趋向 $-\infty$ 时函数值趋向于 0，

所以 $f(x)_{\min}=f(-1)=\dfrac{-1}{(-1)^2+1}=-\dfrac{1}{2}$，无最大值.