2023——2024 初三第二学期开学统一练习——数学

（满分 100 分　时间 120 分钟）

姓名：　　　　　　成绩：

一、选择题（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 如果 $2m=3n$（$n\neq0$），那么下列比例式成立的是

（A）$\frac{m}{2}=\frac{n}{3}$　　（B）$\frac{m}{3}=\frac{n}{2}$　　（C）$\frac{m}{n}=\frac{2}{3}$　　（D）$\frac{m}{2}=\frac{3}{n}$

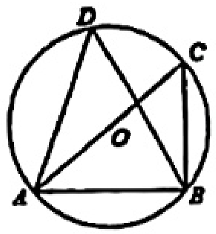
2. 将抛物线 $y=2x^2$ 向左平移 2 个单位长度，再向下平移 3 个单位长度，所得到的抛物线的表达式为

（A）$y=2(x+2)^2+3$　　（B）$y=2(x-2)^2+3$

（C）$y=2(x-2)^2-3$　　（D）$y=2(x+2)^2-3$

3.如图，点 A，B，C，D 在⊙O 上，AC 是⊙O 的直径，$\angle BAC=40°$，则 $\angle D$ 的度数是

（A）40°　　（B）50°　　（C）60°　　（D）90°

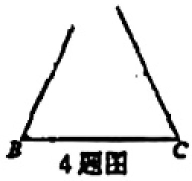


3 题图

4.如图，在等腰△ABC 中，$AB=AC$，$BD\perp AC$ 于点，$\cos A=\frac{3}{5}$，则 $\sin\angle CBD$ 的值

（A）$\frac{1}{2}$　　（B）2

（C）$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　（D）$\frac{\sqrt{5}}{5}$



4 题图

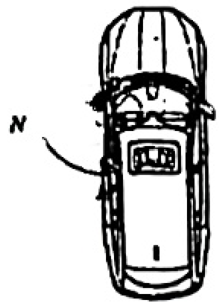
5. 不透明盒子中有 6 张卡片，除所标注文字不同外无其他差别．其中，写有“珍稀濒危植物种子”的卡片有 1 张，写有“人工种子”的卡片有 5 张．随机摸出一张卡片写有“珍稀濒危植物种子”的概率为

（A）$\frac{1}{6}$　　（B）$\frac{1}{5}$　　（C）$\frac{1}{3}$　　（D）$\frac{1}{2}$

6. 如图，某汽车车门的底边长为 1 m，车门侧开后的最大角度为 72°．若将一扇车门侧开，则这扇车门底边扫过区域的最大面积是

A. $\frac{\pi}{10}\text{m}^2$　　B. $\frac{\pi}{5}\text{m}^2$

C. $\frac{2\pi}{5}\text{m}^2$　　D. $\frac{4\pi}{5}\text{m}^2$



7. 在平面直角坐标系 xOy 中，若点 $(4,y_1)$，$(6,y_2)$ 在抛物线 $y=a(x-3)^2+1(a>0)$ 上，则下列结论正确的是

(A) $1<y_1<y_2$　　(B) $1<y_2<y_1$　　(C) $y_2<y_1<1$　　(D) $y_1<y_2<1$

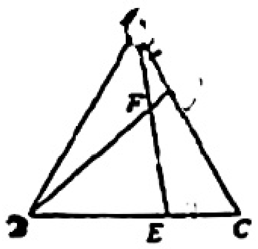
8.如图，$\triangle ABC$是等边三角形，D，E分别是AC，BC边上的点，且$AD=CE$，连接BD，AE相交于点F，则下列说法正确的是

①$\triangle ABD\cong\triangle CAE$；　②$\angle BFE=60^\circ$；

③$\triangle AFB\backsim\triangle ADF$；　④若$\frac{AD}{AC}=\frac{1}{3}$，则$\frac{AF}{BF}=\frac{1}{2}$

A ①②③　　B ①②④

C ②③④　　D ①③④



8题图

二、填空题（共8道小题，每小题2分，共16分）

9.方程$x^2-9=0$的根是______

10.抛物线$y=x^2-2x+4$的顶点坐标是______.

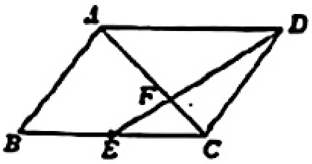
11.某科技公司开展技术研发，在相同条件下，对运用新技术生产的一批产品的合格率进行检测，下表是检测过程中的一组统计数据：

抽取的产品数n	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000
合格的产品数m	476	967	1431	1926	2395	2883	3367	3836
合格的产品频率$\frac{m}{n}$	0.952	0.967	0.954	0.963	0.958	0.961	0.962	0.959

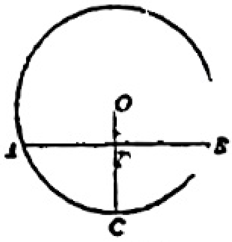
估计这批产品合格的产品的概率为______.

12. 如图，在平行四边形$ABCD$中，E为BC的中点，DE，AC交于点F，则$\triangle CEF$和$\triangle ADF$的面积比为__________.

13. 如图，在⊙O中，半径OC垂直弦AB于点D，若$OC=3$，$AB=4\sqrt{2}$，则CD的长为__________.



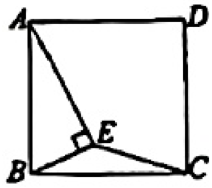
（12题图）



（13题图）

14.对于向上抛的物体，在没有空气阻力的条件下，上升高度h，初速度v，抛出后所经历的时间t，这三个量之间有如下关系：$h=vt-\frac{1}{2}gt^2$（其中g是重力加速度，g取$10m/s^2$），将一物体以$v=21m/s$的初速度v向上抛，当物体处在离抛出点18m高的地方时，t的值为______.

15. 如图，E 是正方形 $ABCD$ 内一点，满足 $\angle AEB=90^\circ$，连接 CE. 若 $AB=2$，则 CE 长的最小值为________



16. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的顶点为 $P(-1,k)$，且经过点 $A(-3,0)$，其部分图象如图所示，下面四个结论中，

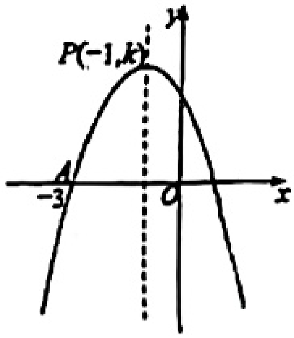
①$a<0$；

②$b=-2a$；

③若点 $M(2,m)$ 在此抛物线上，则 $m<0$；

④若点 $N(t,n)$ 在此抛物线上且 $n<c$，则 $t>0$.

所有正确结论的序号是______



三、解答题（本题共 12 道小题，第 17 题 5 分，第 18 题 4 分，第 19 题 6 分，第 20-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分，共 68 分）

17. 计算：$8\sin 60^\circ-\sqrt{27}+(-1)^{2024}-\tan 45^\circ$.

18.已知 a 是方程 $x^2-2x-1=0$ 的一个根，求代数式 $(a-1)^2+a(a-2)$ 的值.

19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-x+2m-2=0$ 有两个实数根.

(1)求 m 的取值范围.

(2)当 m 取最大整数值时,求方程的根.

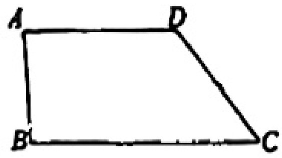
20.已知二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图象过点 $A(1,0)$ 和 $B(0,-3)$.

（1）求这个二次函数的解析式；

（2）当 $1<x<4$ 时，结合图象，直接写出函数值 y 的取值范围.

21.如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，$\angle B=90^\circ$，$\cos C=\frac{3}{5}$，$CD=10$．

求 AB 的长．



22.在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象经过点（0，1），（-2，3），与 x 轴交于点 A.

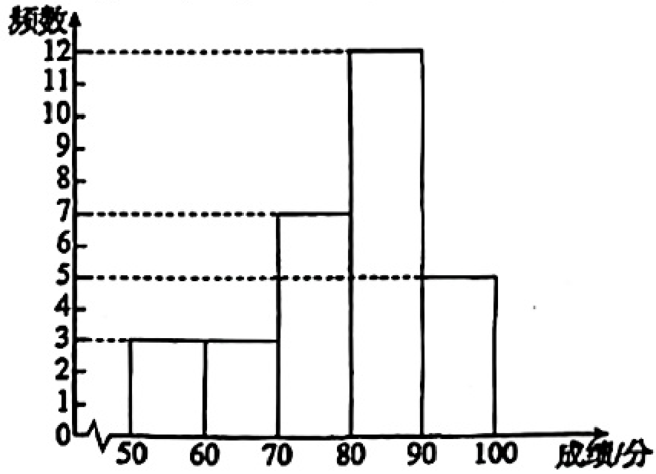
（1）求该一次函数的表达式及点 A 的坐标；

（2）当 $x\geqslant 2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=2x+m$ 的值大于一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的值，直接写出 m 的取值范围.

23.某校开展了知识竞赛（百分制），七、八年级学生参加了本次活动．为了解两个年级的答题情况，该校从每个年级各随机抽取了 30 名学生的成绩，并对数据（成绩）进行了整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

a．七年级成绩的频数分布直方图如下

（数据分成五组：$50\leq x<60$，$60\leq x<70$，$70\leq x<80$，$80\leq x<90$，$90\leq x\leq 100$）：



b．七年级成绩在 $80\leq x<90$ 的数据如下（单位：分）：

80 81 85 85 85 85 85 85 85 85 88 89

c．七、八年级各抽取的 30 名学生成绩的平均数、中位数、众数、方差如下表：

年级	平均数	中位数	众数	方差
七年级	80.4	m	n	141.04
八年级	80.4	83	84	86.10

根据以上信息，回答下列问题：

（1）表中 m=______________，n=______________；

（2）下列推断合理的是____________；

①样本中两个年级数据的平均数相同，八年级数据的方差较小，由此可以推断该校八年级学生成绩的波动程度较小；

②若八年级小明同学的成绩是 84 分，可以推断他的成绩超过了该校八年级一半以上学生的成绩.

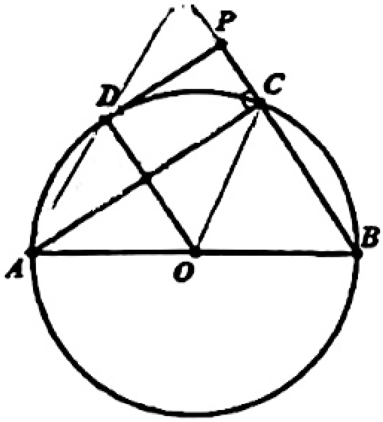
（3）竞赛成绩 80 分及以上记为优秀，该校七年级有 600 名学生，估计七年级成绩优秀的学生人数.

24.如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，点 D 为 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，过点 D 作⊙O 的切线，交 BC 延长线于点 P，连接 OD 交 AC 于点 E.

求证：四边形 $DECP$ 是矩形；

）作射线 AD 交 BC 的延长线于点 F，若 $\tan\angle CAB=\frac{3}{4}$，

BC=6，求 DF 的长.



25. 一位滑雪者从某山坡滑下并滑完全程，滑行距离 s（单位：m）与滑行时间 t（单位：s）近似满足“一次函数”、“二次函数”或“反比例函数”关系中的一种. 测得一些数据如下：

滑行时间 t/s	0	1	2	3	4
滑行距离 s/m	0	2	6	12	20

（1）s 是 t 的______函数（填“一次”、“二次”或“反比例”）；

（2）求 s 关于 t 的函数表达式；

（3）已知第二位滑雪者也从坡顶滑下并滑完全程，且滑行距离与第一位滑雪者相同，滑行距离 s（单位：m）与滑行时间 t（单位：s）近似满足函数关系 $s=\frac{5}{2}t^2+2t$. 记第一位滑雪者滑完全程所用时间为 t_1，第二位滑雪者滑完全程所用时间为 t_2，则 t_1___ t_2（填“<”，“=”或“>”）.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点$(x_1，m)$，$(x_2，n)$在抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$上，设抛物线的对称轴为 $x=t$.

（1）若对于 $x_1=1$，$x_2=3$，有 $m=n$，求 t 的值；

（2）若对于 $t-1<x_1<t$，$2<x_2<3$，存在 $m>n$，求 t 的取值范围.

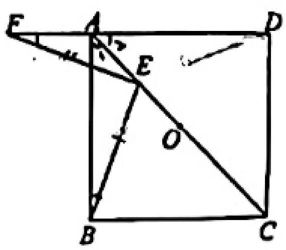
27. 在正方形 $ABCD$ 中，点 O 为对角线 AC 的中点，点 E 在对角线 AC 上，连接 EB，点 F 在直线 AD 上（点 F 与点 D 不重合），且 $EF=EB$.

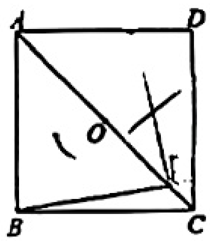
（1）如图 1，当点 E 在线段 AO 上（不与端点重合）时，

①求证：$\angle AFE=\angle ABE$；

②用等式表示线段 AB，AE，AF 的数量关系并证明；

（2）如图 2，当点 E 在线段 OC 上（不与端点重合）时，补全图形，并直接写出线段 AB，AE，AF 的数量关系.

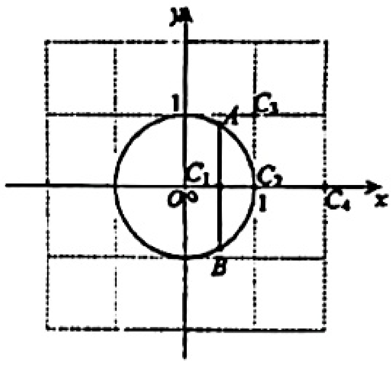




28. 在平面直角坐标系 xOy 中，$\odot O$ 的半径为1．对于 $\odot O$ 的弦 AB 和点 C 给出如下定义：若点 C 在弦 AB 的垂直平分线上，且点 C 关于直线 AB 的对称点在 $\odot O$ 上，则称点 C 是弦 AB 的"关联点"．

(1) 如图，点 $A(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$B(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$．

在点 $C_1(0,0)$，$C_2(1,0)$，$C_3(1,1)$，$C_4(2,0)$ 中，弦 AB 的"关联点"是_____；



(2) 若点 $C(\frac{1}{2},0)$ 是弦 AB 的"关联点"，直接写出 AB 的长；

(3) 已知点 $M(0,2)$，$N(\frac{2\sqrt{15}}{15},0)$．对于线段 MN 上一点 S，存在 $\odot O$ 的弦 PQ，使得点 S 是弦 PQ 的"关联点"．记 PQ 的长为 t，当点 S 在线段 MN 上运动时，直接写出 t 的取值范围．

参考答案

选择题：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	B	D	A	B	A	B

填空题：

9. 3，-3

10. （1，3）

11. 0.960（答案不唯一 0.96 或者 0.959 都可以）

12. 1：4

13. 2

14. 3 或者 1.2

15. $\sqrt{5}-1$

16. ①③

17.解：原式$=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-3\sqrt{3}+1-1$ ………………………… 4 分

$=\sqrt{3}$. ………………………… 5 分

18. 解： $(a-1)^2+a(a-2)$

$=a^2-2a+1+a^2-2a$

$=2a^2-4a+1$ …………………………………………………………… 2 分

∵ a 是方程 $x^2-2x-1=0$ 的一个根，

∴ $a^2-2a-1=0$，

∴ $a^2-2a=1$． …………………………………………………………… 3 分

∴原式$=2$（a^2-2a）$+1$

$=2\times1+1$

$=3$ …………………………………………………………………………… 4 分

19. 解：

（1）∵方程有两个实数根，

∴ $\Delta\geq0$ …………………………………………………………………… 1 分

∵ $\Delta=(-1)^2-4\times1\times(2m-2)$

$=1-8m+8$

$=9-8m$ ……………………………………………………2 分

$\therefore 9-8m\geq 0$

$\therefore m\leq \dfrac{9}{8}$ ………………………………………………………………… 3 分

（2）$\because m\leq \dfrac{9}{8}$，$m$ 为最大整数，

$\therefore m=1$． ………………………………………………………………… 4 分

$\therefore x^2-x=0$.

解得：$x_1=0$，$x_2=1$． ……………………………………………………… 6 分

20. 解：（1）$\because$二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图象过点 $A(1,0)$ 和 $B(0,-3)$，

$$\therefore \begin{cases}-1+b+c=0,\\ c=-3.\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}b=4,\\ c=-3.\end{cases}$

$\therefore$这个二次函数的解析式为 $y=-x^2+4x-3$． ………………………… 3 分

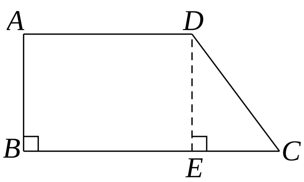
（2）$-3<y\leqslant 1$. ………………………… 5 分

21．解：过点 D 作 $DE\perp BC$ 于点 E，如图． …………………………1 分

在 Rt△DEC 中，$\cos C=\dfrac{CE}{CD}=\dfrac{3}{5}$，

$\therefore CE=\dfrac{3}{5}CD=\dfrac{3}{5}\times 10=6$，

$DE=\sqrt{CD^2-CE^2}=8$． ………2 分



$\because \angle DEC=\angle B=90^\circ$，

$\therefore AB\parallel DE$．

又$\because AD\parallel BE$，

$\therefore$四边形 $ABED$ 是平行四边形． ………4 分

$\therefore AB=DE=8$． …………………………5 分

22. 解：（1）$\because$一次函数 $y=kx+b\,(k\neq 0)$ 的图象经过点（0，1），（-2，2），

$$\therefore \begin{cases}b=1,\\ -2k+b=2.\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}k=-\dfrac{1}{2},\\ b=1.\end{cases}$ .....2 分

$\therefore$该一次函数的表达式为 $y=-\dfrac{1}{2}x+1$.

令 $y=0$，得 $x=2$.

∴ $A(2，0)$. ......3 分

（2） $m>-4$. .....5 分

23．解：（1）83，85.　　　……………………2 分

（2）①②.　　　…………………4 分

（3）$\frac{17}{30}\times 60=340$（人）. ..5 分....................

答：估计七年级成绩优秀的学生人数为 340 人……………………6 分

24.（1）连接 OC

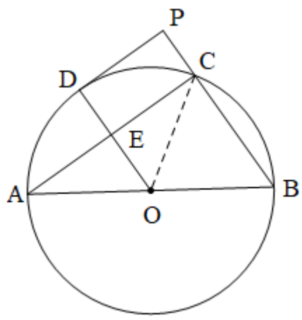
∵AB 为⊙O 直径，C 为⊙O 上一点

∴∠ACB=90°

∴∠ACP=90°

∵点 D 为 AC 的中点

∴ $AD=DC$



∴∠AOD=∠COD

∵OA=OC

∴$OD\perp AC$

∵DP 是⊙O 的切线，D 为切点

∴$OD\perp DP$ ……………………………………………………………………2 分

∴四边形 $DECP$ 是矩形 ………………………………………………………3 分

（2）如图补全图形，在 Rt△ABC 中，BC=6，tan∠CAB=$\frac{3}{4}$

∴AC=8，AB=10 ………………………………………………………………4 分

∵$OD\perp AC$

∴AE=EC=4

在 Rt△AEO 中，OA=5，AE=4，

∴OE=3 …………………………………………………………………………5 分

∴DE=2

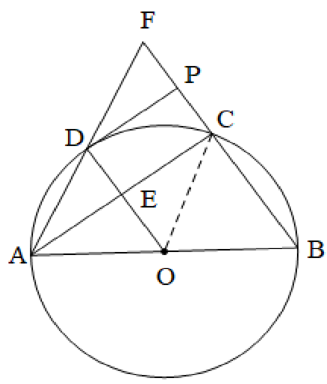
在 Rt△AEO 中，DE=2，AE=4，

∴AD=$2\sqrt{5}$

∵矩形 $DECP$ 对边平行

∴OD∥BF

∴ $\frac{AO}{OB}=\frac{AD}{DF}=1$



∴FD=$2\sqrt{5}$ ……………………………………………………………………6 分

25．解：（1）二次. ......2 分

（2）设 s 关于 t 的函数表达式为 $s=at^2+bt$，

根据题意，得

$$\begin{cases} a+b=2, \\ 4a+2b=6. \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} a=1, \\ b=1. \end{cases}$ .....4 分

∴s 关于 t 的函数表达式为 $s=t^2+t$.

（3）＞........6 分

26. 解：（1）由题意知，$a+b+c = 9a+3b+c$.

∴$b=-4a$.

∴$t=-\dfrac{b}{2a}=2$ . ...2 分

（2）∵$a>0$，

∴当 $x\geqslant t$ 时，y 随 x 的增大而增大；当 $x\leqslant t$ 时，y 随 x 的增大而减小.

设抛物线上的四个点的坐标为 $A(t-1，m_A)$，B（t，m_B），C（2，n_C），D（3，n_D）.

点 A 关于对称轴 $x=t$ 的对称点为 A'（$t+1$，m_A）

∵抛物线开口向上，点 B 是抛物线顶点，

∴$m_A>m_B$.

i 当 $t\leq 1$ 时，$n_C< n_D$

∴$t+1\leq 2$.

∴$m_A \leq n_C$，

∴不存在 $m>n$，不符合题意.

ii 当 $1<t\leq 2$ 时，$n_C< n_D$

∴$2<t+1\leq 3$.

∴$m_A>n_C$.

∴存在 $m>n$，符合题意.

iii 当 $2<t\leq 3$ 时，

∴n 的最小值为 m_B.

∵$m_A>m_B$.

. ∴存在 $m>n$，符合题意.

iv 当 $3<t<4$ 时，$n_D<n_C$.

∴$2<t-1<3$.

∴$m_A>n_D$.

∴存在 $m>n$，符合题意.

v 当 $t\geq 4$ 时，$n_D<n_C$.

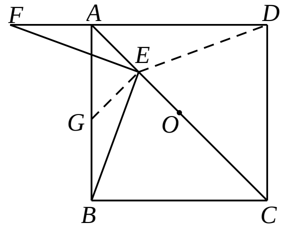
∴$t-1\geq 3$.

∴$m_A \le n_D$，

∴不存在 $m>n$，不符合题意.

综上所述，t 的取值范围是 $1<t<4$. . . . . 6 分

27.（1）



①证明：连接 DE.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AB=AD$，$\angle BAD=90°$.

∵点 E 在对角线 AC 上，

∴$\angle BAC=\angle DAC=45°$.

∵$AE=AE$，∴$\triangle ABE\cong\triangle ADE$.

∴$BE=DE$, $\angle ABE=\angle ADE$.

∵$EF=BE$, ∴$DE=EF$.

∴$\angle F=\angle ADE$.

∴$\angle F=\angle ABE$. ……2 分

②$AB=AF+\sqrt{2}\,AE$； ……3 分

证明：过点 E 作 $EG\perp AE$ 交 AB 于点 G.

∴ $\angle AEG=90°$.

∵$\angle BAE=45°$，

∴ $\angle AGE=\angle BAE=45°$.

∴$AG=\sqrt{2}\,AE$, $\angle EGB=135°$.

∵$\angle FAE=\angle FAB+\angle BAE=135°$，

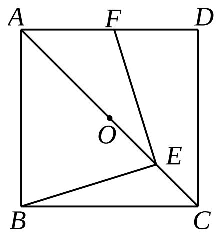
∴ $\angle EGB=\angle FAE$.

∵$\angle F=\angle ABE$, $EF=EB$,

∴$\triangle AEF\cong\triangle GEB$. ∴$BG=AF$.

∴$AB=BG+GA=AF+\sqrt{2}\,AE$. ……5 分

（2）正确补全图形；



$AB+AF=\sqrt{2}\,AE$. ……7 分

28.解：（1）C_1，C_4. ……………………………… 2 分

（2）$\dfrac{\sqrt{7}}{2}$或$\dfrac{\sqrt{15}}{2}$. ……………………………… 4 分

（3）$0<t\leqslant\dfrac{\sqrt{7}}{2}$或$\sqrt{3}\leqslant t\leqslant 2$. ……………………………… 7 分