



北京市第一六六中学 2023-2024 学年度第二学期开学测试

初三年级 数学学科 (考试时长: 120 分钟)

班级: _____ 姓名: _____

考查目标
<p>知识: 一元二次方程, 二次函数, 旋转, 圆, 概率初步、相似、锐角三角函数、反比例函数、投影与视图、数与式</p> <p>能力: 运算能力, 推理能力, 几何直观, 模型思想, 应用意识, 空间观念, 创新意识</p>

一、选择题 (共 16 分, 每题 2 分)

1. 根据国家统计局统计结果, 从北京冬奥会申办成功至 2021 年 10 月, 全国参与冰雪运动的人数达到 3.46 亿, “带动三亿人参与冰雪运动”的承诺已经实现, 这是北京冬奥会最大的遗产成果. 将 346 000 000 用科学记数法表示应为 ()

- A. 346×10^6 B. 3.46×10^8 C. 3.46×10^9 D. 0.346×10^9

2. 如图是某几何体的三视图, 该几何体是 ()

- A. 三棱锥 B. 三棱柱 C. 圆柱 D. 长方体

3. 如图, 在 $\odot O$ 中, 弦 AB, CD 相交于点 P , $\angle CAB = 30^\circ$, $\angle ABD = 40^\circ$, 则 $\angle APD$ 的度数为 ()

- A. 30° B. 40° C. 60° D. 70°

4. 将二次函数 $y = -x^2 + 2x + 3$ 化为 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式, 则所得表达式为 ()

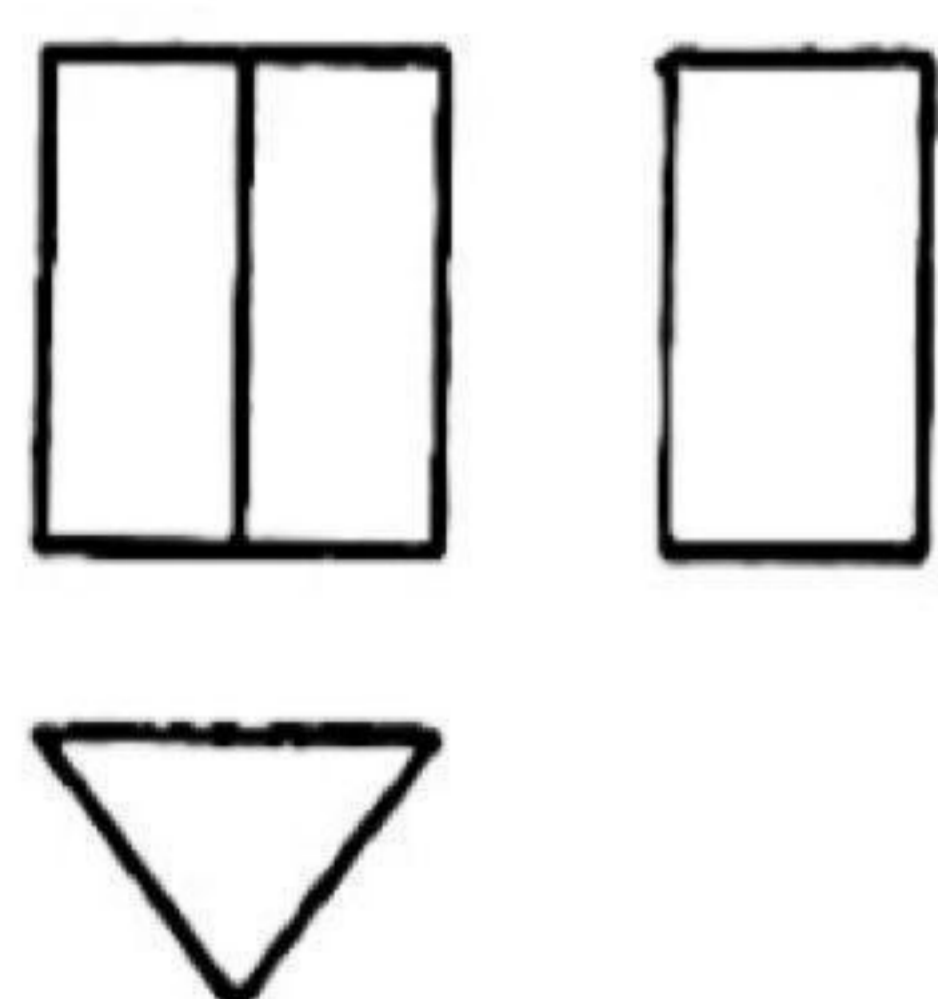
- A. $y = (x + 1)^2 - 4$ B. $y = -(x - 1)^2 + 4$
 C. $y = -(x + 1)^2 + 2$ D. $y = -(x - 1)^2 + 2$

5. 如图, 在 6×6 的正方形网格中, $\triangle ABC$ 的顶点都在小正方形的顶点上, 则 $\sin \angle BAC$ 的值是 ()

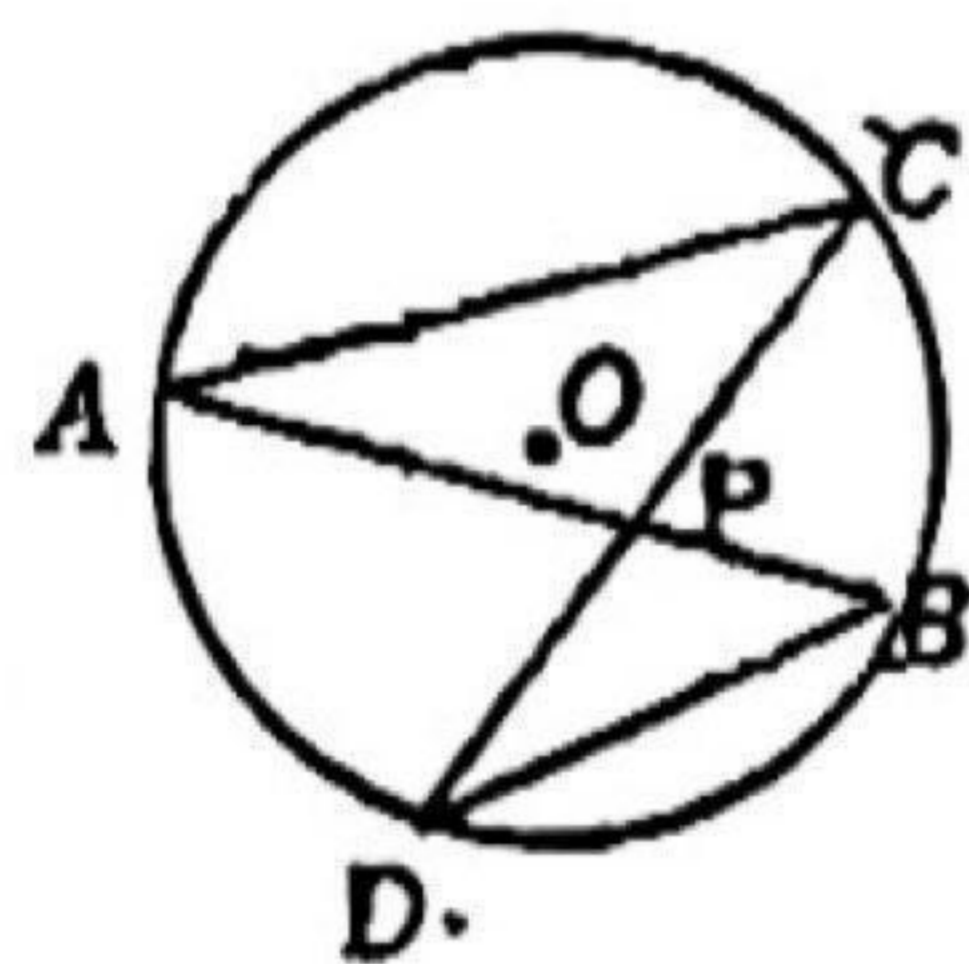
- A. 1 B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{5}$

6. 如图, D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点 (不与点 A, B 重合), 若添加一个条件使 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$, 则这个条件不可以是 ()

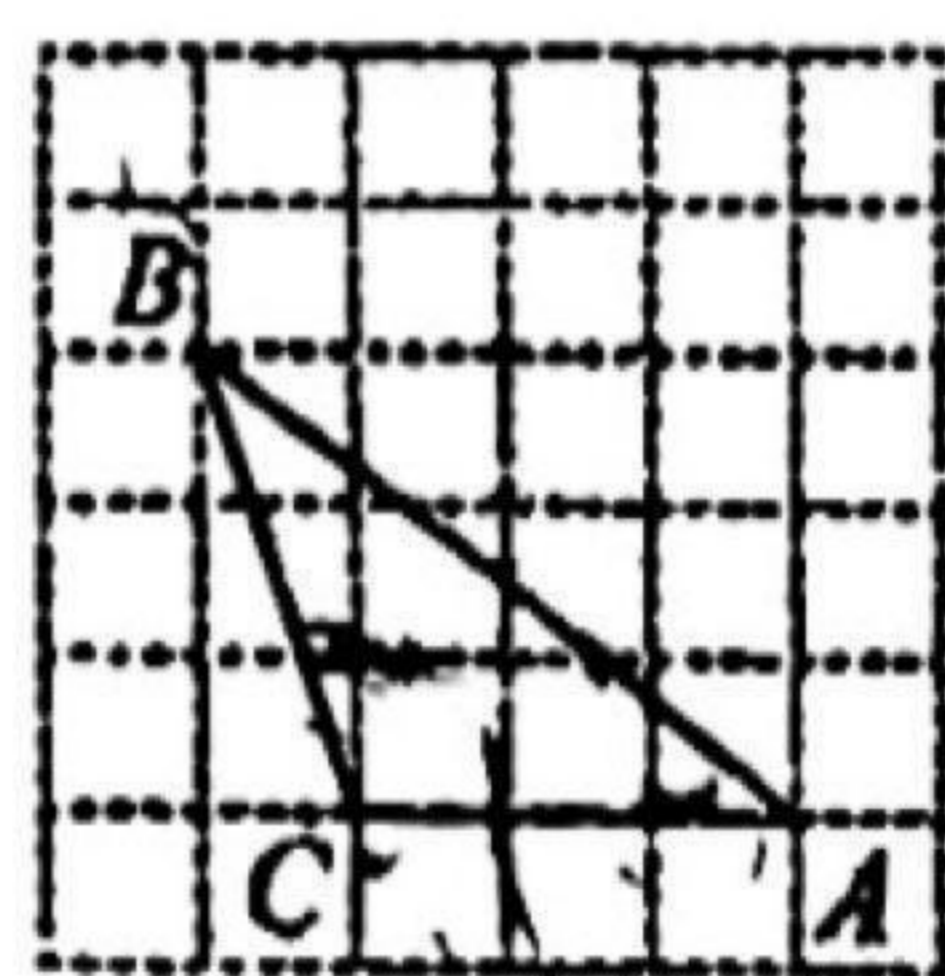
- A. $\angle ADC = \angle ACB$ B. $\angle ACD = \angle B$ C. $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{BC}$ D. $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$



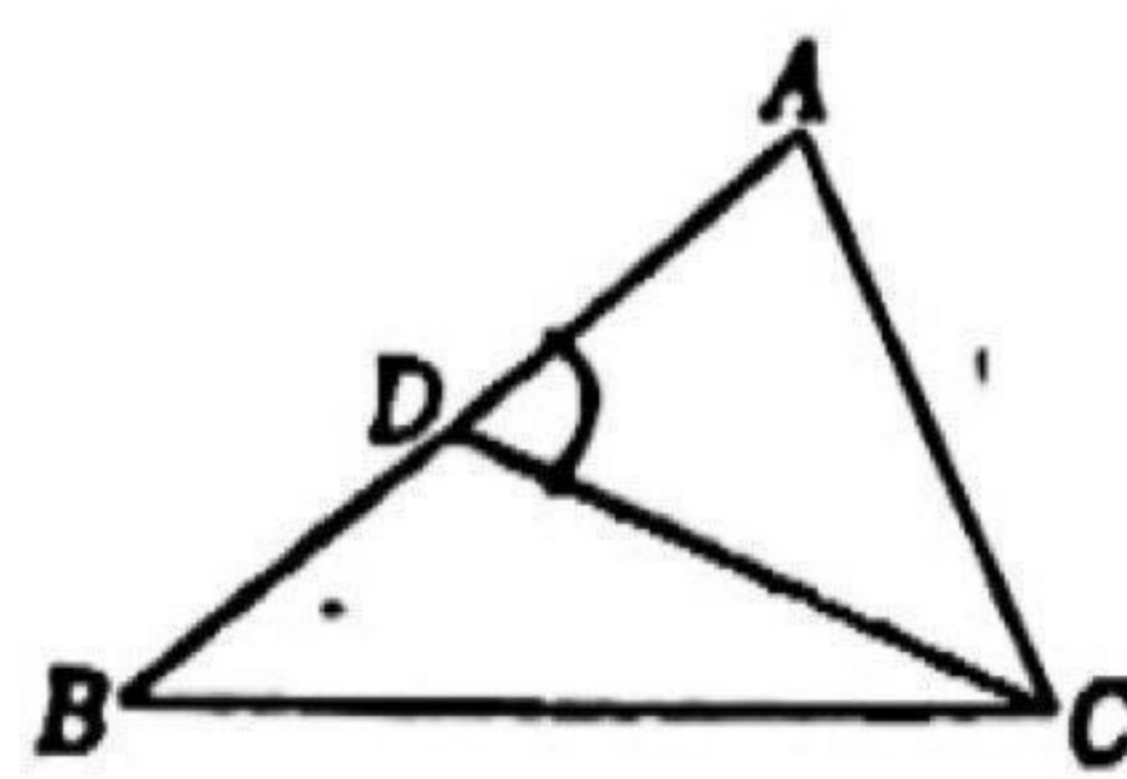
第 2 题



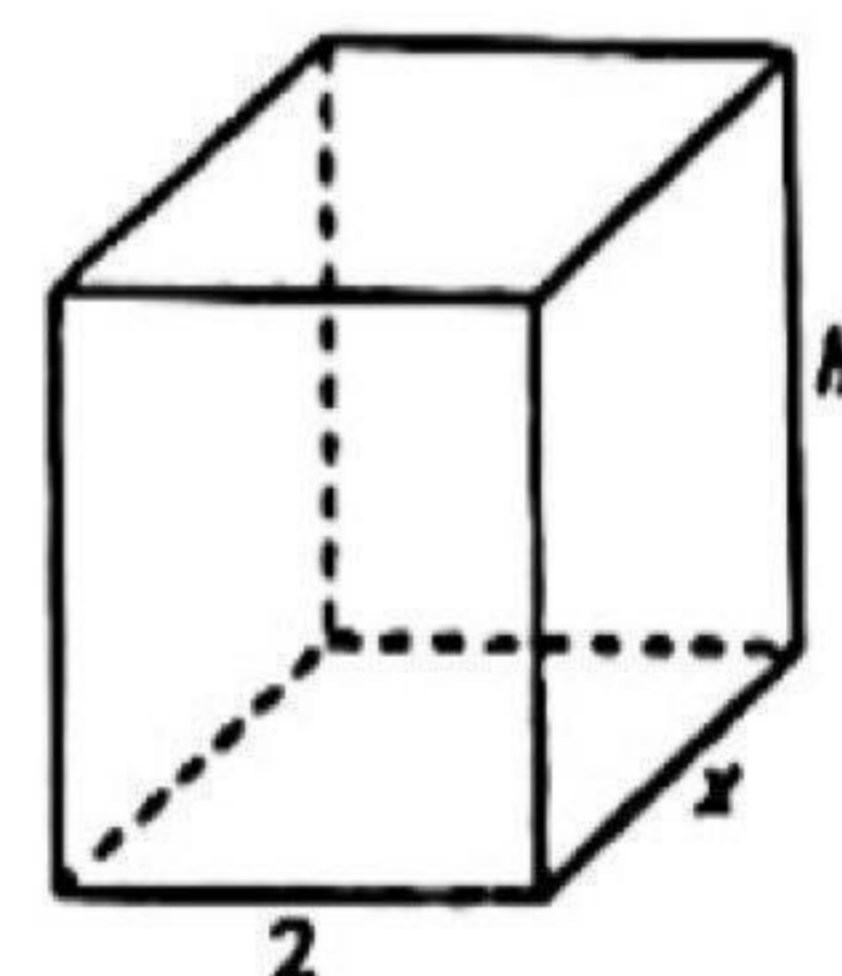
第 3 题



第 5 题



第 6 题



第 8 题

7. 不透明的袋子中有 3 个小球, 其中有 1 个红球, 1 个黄球, 1 个绿球, 除颜色外 3 个小球无其他差别. 从中随机摸出一个小球, 放回并摇匀, 再从中随机摸出一个小球, 那么两次摸出的小球都是红球的概率是 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{9}$

8. 如图, 已知长方体的体积是 100 m^3 , 底面一边长为 2 m . 记底面另一边长为 $x \text{ m}$, 底面的周长为 $l \text{ m}$, 长方体的高为 $h \text{ m}$. 当 x 在一定范围内变化时, l 和 h 都随 x 的变化而变化, 则 l 与 x , h 与 x 满足的函数关系分别是 ()

- A. 一次函数关系, 二次函数关系 B. 反比例函数关系, 二次函数关系
C. 反比例函数关系, 一次函数关系 D. 一次函数关系, 反比例函数关系

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是 _____.

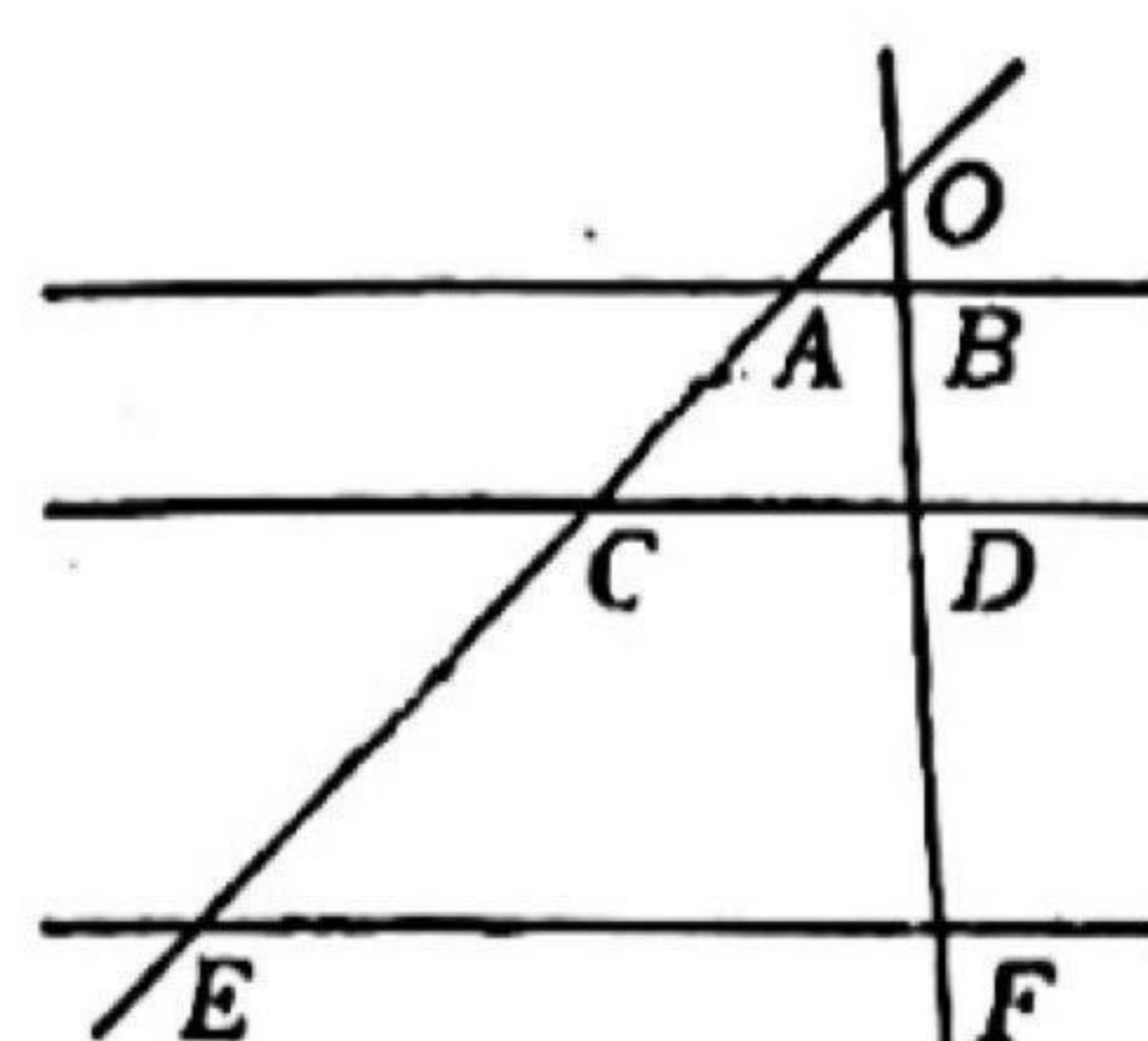
10. 分解因式: $2m^2 - 8n^2 =$ _____.

11. 如图, 直线 AE, BF 交于点 O , $AB \parallel CD \parallel EF$. 若 $OA=1$, $AC=2$, $CE=1$ 则 $\frac{OD}{OF}$ 的值为 _____.

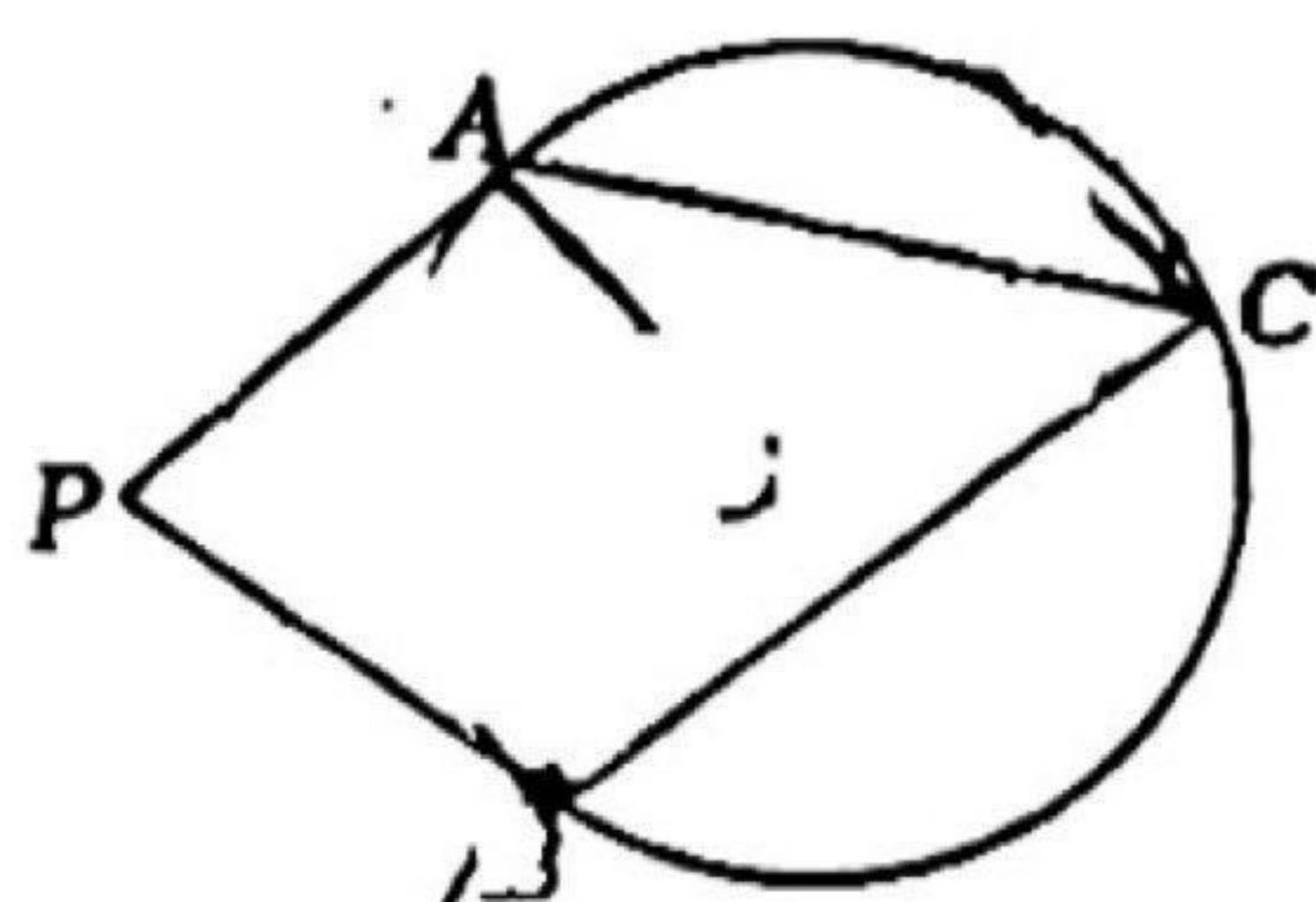
12. 如图, PA, PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A, B 两点, C 是优弧 AB 上的一个动点, 若 $\angle P=76^\circ$, 则 $\angle ACB =$ _____.

13. 若抛物线 $y = x^2 - 2x + k - 1$ 与 x 轴有两个交点, 则 k 的取值范围是 _____.

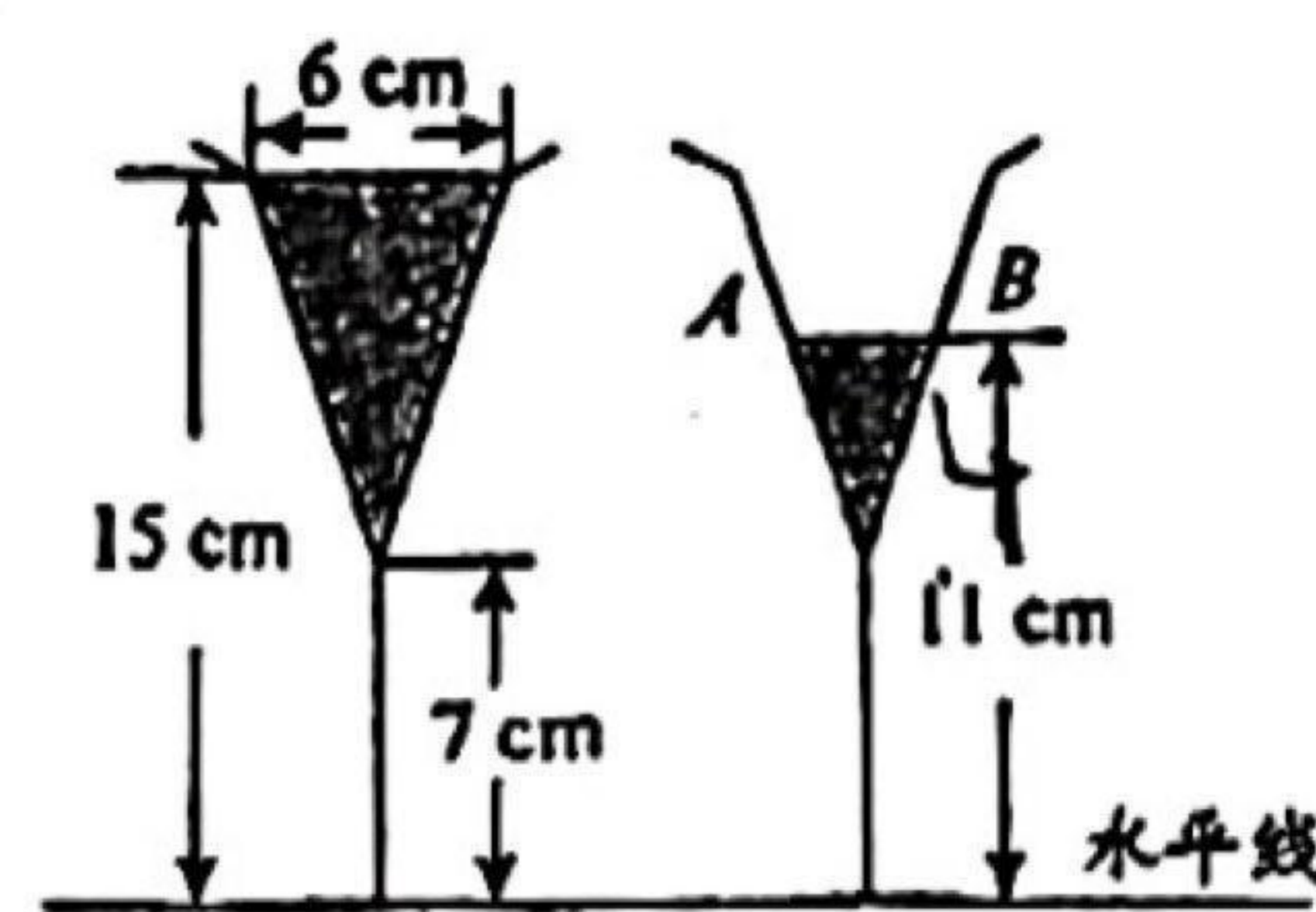
14. 如图①是装了液体的高脚杯的截面图, 用去一部分液体后如图②所示, 则此时液面宽 $AB =$ _____ cm .



第 11 题



第 12 题



图① 图②
第 14 题

15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(a, b)$ 在双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 上, 点 $B(-b, a)$ 在双曲线 $y = \frac{n}{x}$ 上, 则 $m + n$ 的值为 _____.

16. 某快递员负责为 A, B, C, D, E 五个小区取送快递, 每送一个快递收 1 元, 每取一个快递收益 2 元, 某天 5 个小区需要取送快递数量下表.

小区	需送快递数量	需取快递数量
A	15	6
B	10	5
C	8	5
D	4	7
E	13	4



(1) 如果快递员一个上午最多前往 3 个小区, 且要求他最少送快递 30 件, 最少取快递 15 件, 写出一种满足条件的方案 _____ (写出小区编号);

(2) 在 (1) 的条件下, 如果快递员想要在上午达到最大收益, 写出他的最优方案 _____ (写出小区编号).

三、解答题 (共 68 分, 第 17-20 题, 每题 5 分, 第 21 题 6 分, 第 22-23 题, 每题 5 分, 第 24-26 题, 每题 6 分, 第 27-28 题, 每 7 分)

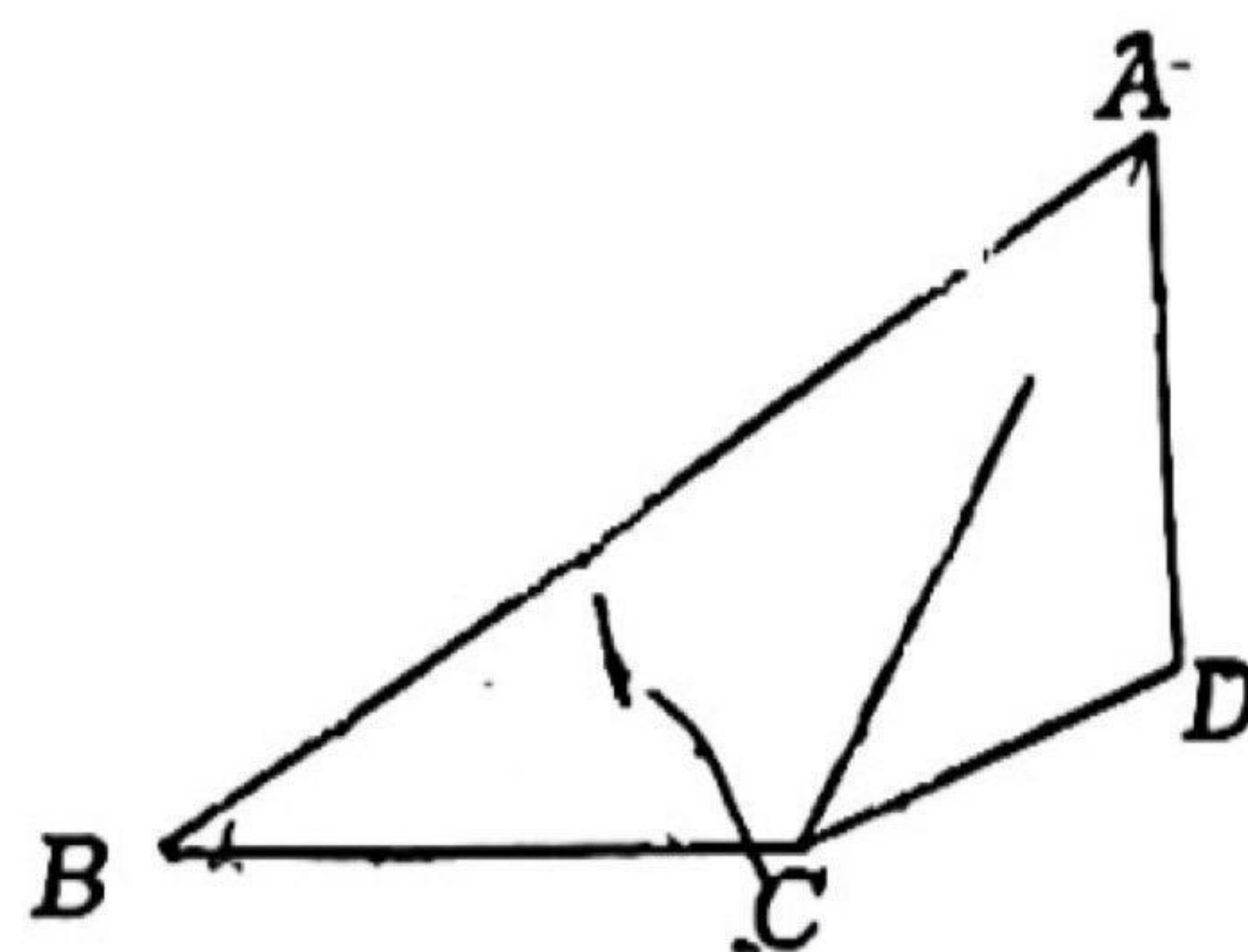
17. 计算: $4\sin 60^\circ + (\frac{1}{3})^0 + |-2| - 2\tan 60^\circ$

18. 解方程: $x^2 - 6x + 8 = 0$.

19. 已知 $x^2 - 2x - 1 = 0$, 求代数式 $2(x+1)(x-1) - (x+1)^2$ 的值.

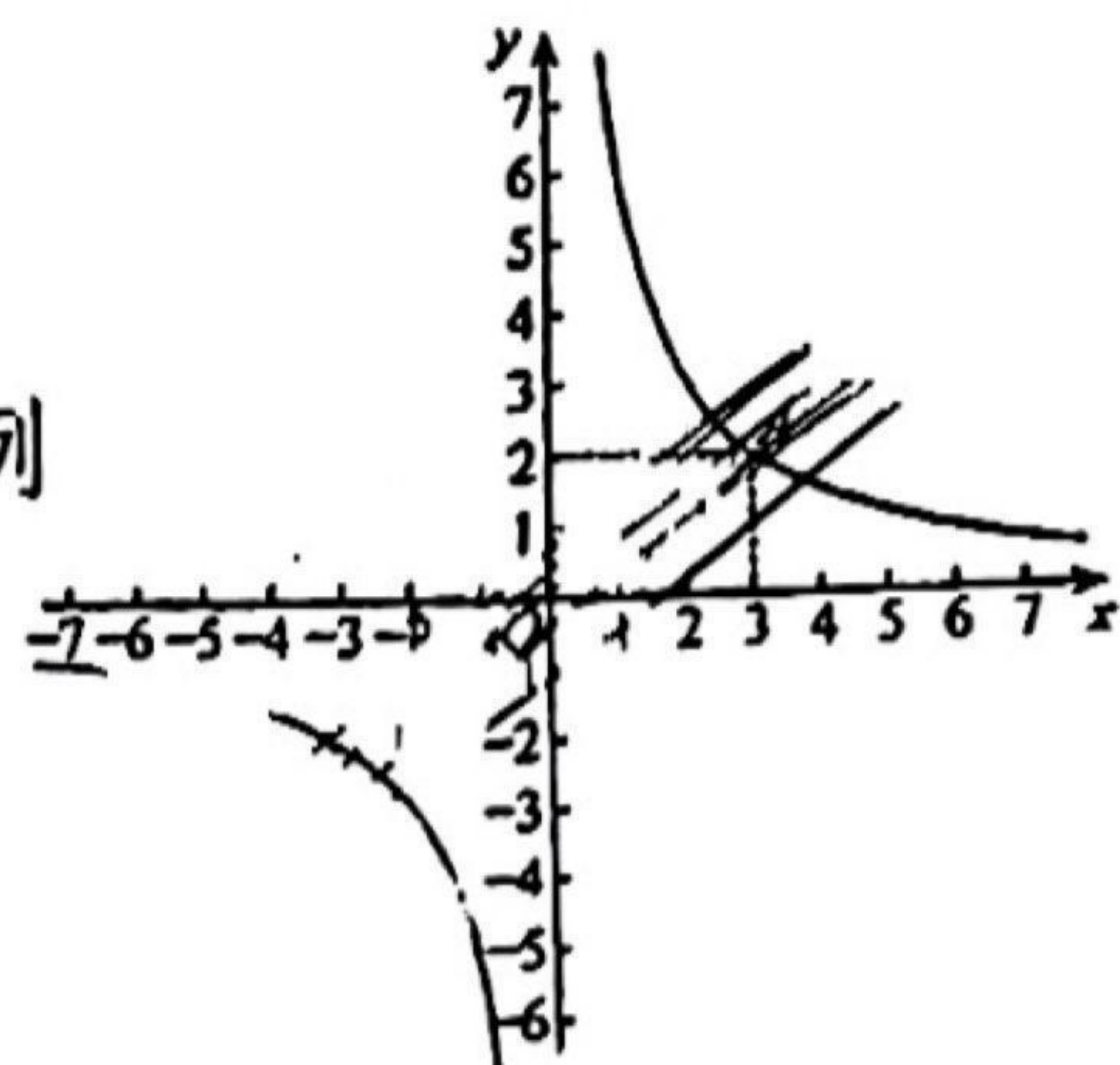
20. 如图, AC 平分 $\angle BAD$, $\angle B = \angle ACD$.

- (1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle ACD$;
 (2) 若 $AB=6$, $AC=4$, 求 AD 的长.

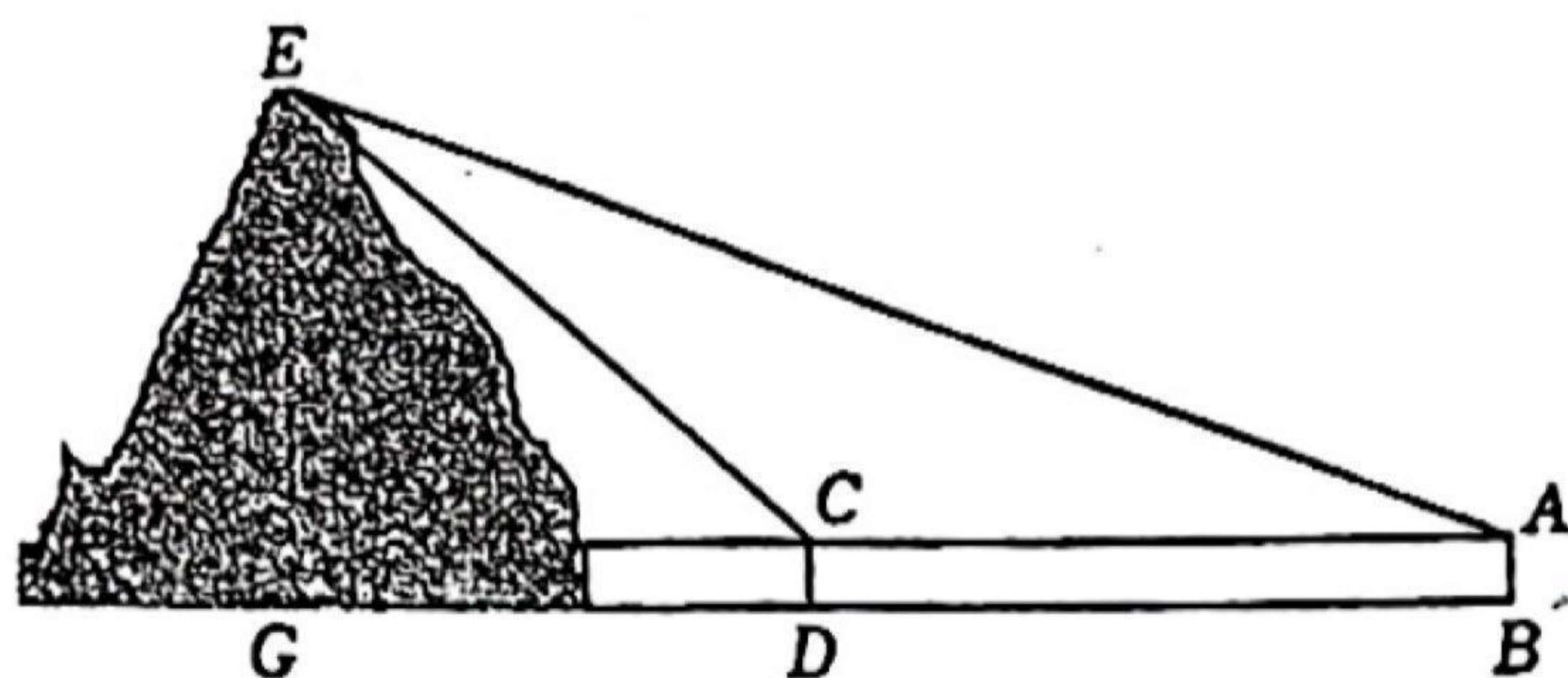


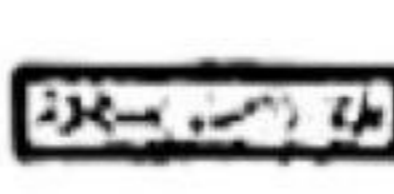
21. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 A .

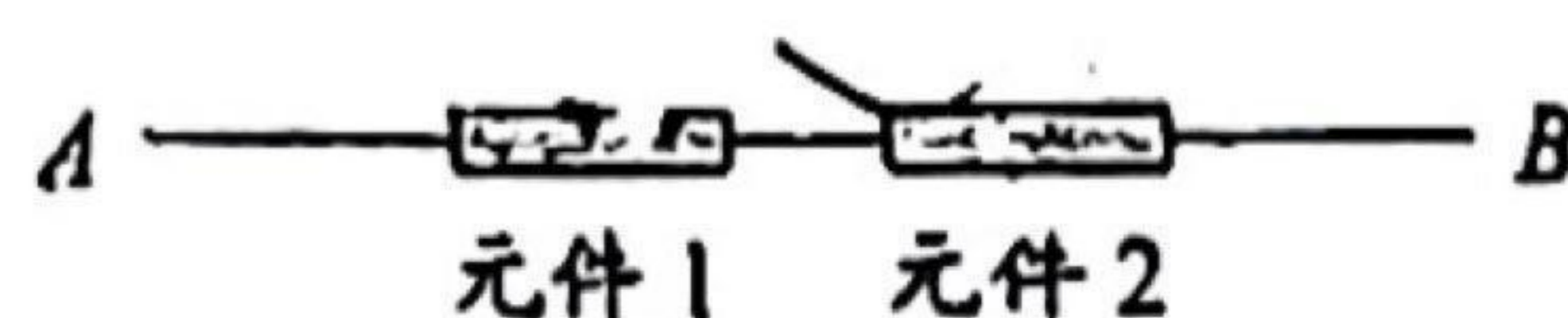
- (1) 求 k 的值;
 (2) 若直线 $y = 2x + b$ 图象经过点 A , 求 b 的值;
 (3) 当 $x > 3$ 时, 都有一函数 $y = 2x + b$ 的值大于反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的值, 直接写出 b 的取值范围.



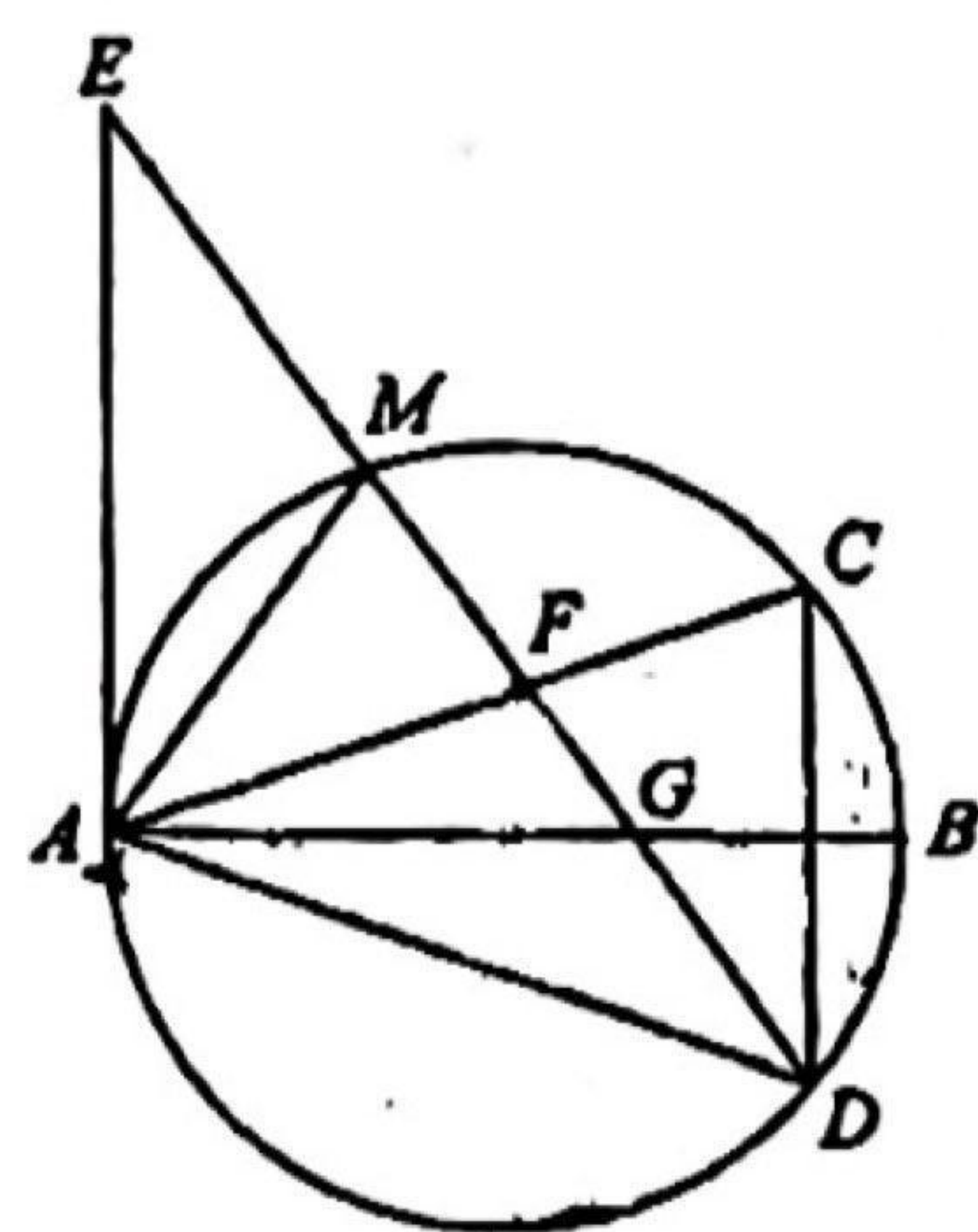
22. 在一次数学综合实践活动中, 某数学小组的同学们一起测量一座小山的高度. 如图, 在点 A 处测得山顶 E 的仰角为 22.5° , 向山的方向前进 $20m$, 在点 C 处测得山顶 E 的仰角为 45° , 已知观测点 A, C 到地面的距离 $AB=1.7m$, $CD=1.7m$. 求小山 EG 的高度(精确到 $0.1m$). (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sin 22.5^\circ \approx 0.384$, $\cos 22.5^\circ \approx 0.925$, $\tan 22.5^\circ \approx 0.414$)



23. 在一次试验中, 每个电子元件  的状态有通电、断电两种可能, 并且这两种状态的可能性相等. 用列表或画树状图的方法, 求图中 A, B 之间电流能通过的概率.



24. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于 H , 连接 AC 、 AD , 过点 A 作 $\odot O$ 的切线与 $\angle ADC$ 的平分线相交于点 E , DE 交 AC 于点 F , 交 AB 于点 G , 交 $\odot O$ 于点 M , 连接 AM



(1) 求证: $AC=AD$;

(2) 若 $\tan \angle AMD=2\sqrt{2}$, $CD=4$, 求 AF 长.

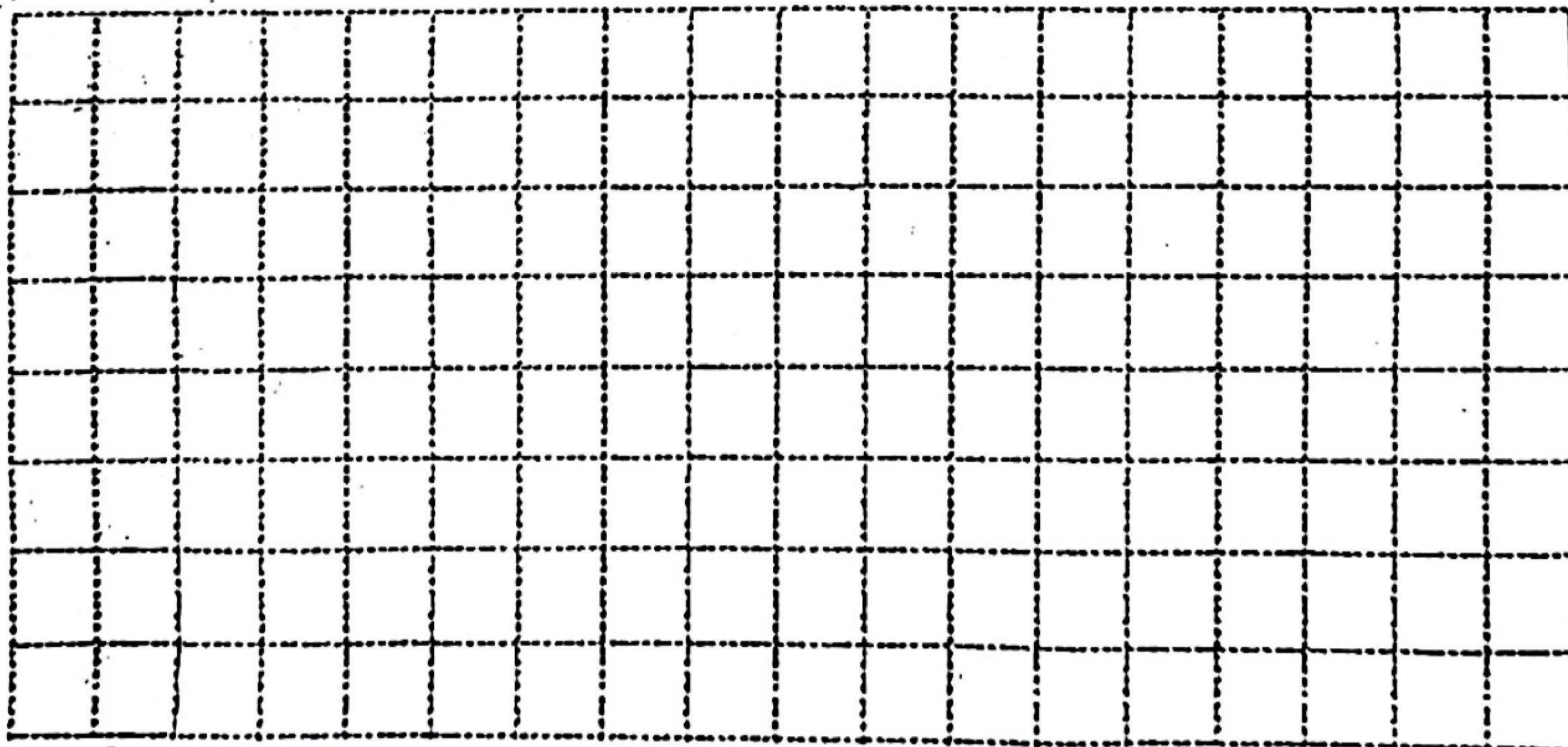
25. 电动汽车的续航里程也可以称作续航能力, 是指电动汽车的动力蓄电池在充满电的状态下可连续行驶的总里程, 它是电动汽车重要的经济性指标. 高速路况状态下, 电动车的续航里程除了会受到环境温度的影响, 还和汽车的行驶速度有关. 某科研团队为了分析续航里程与速度的关系, 进行了如下的探究: 下面是他们的探究过程, 请补充完整:

(1) 他们调取了某款电动汽车在某个特定温度下的续航里程与速度的有关数据:

速度(千米/小时)	10	20	30	40	60	80	100	120	140	160
续航里程(千米)	100	340	460	530	580	560	500	430	380	310

则设 _____ 为 y , _____ 为 x , y 是 x 的函数;

(2) 建立平面直角坐标系, 在给出的格点图中描出表中各对对应值为坐标的点, 画出该函数的图象;

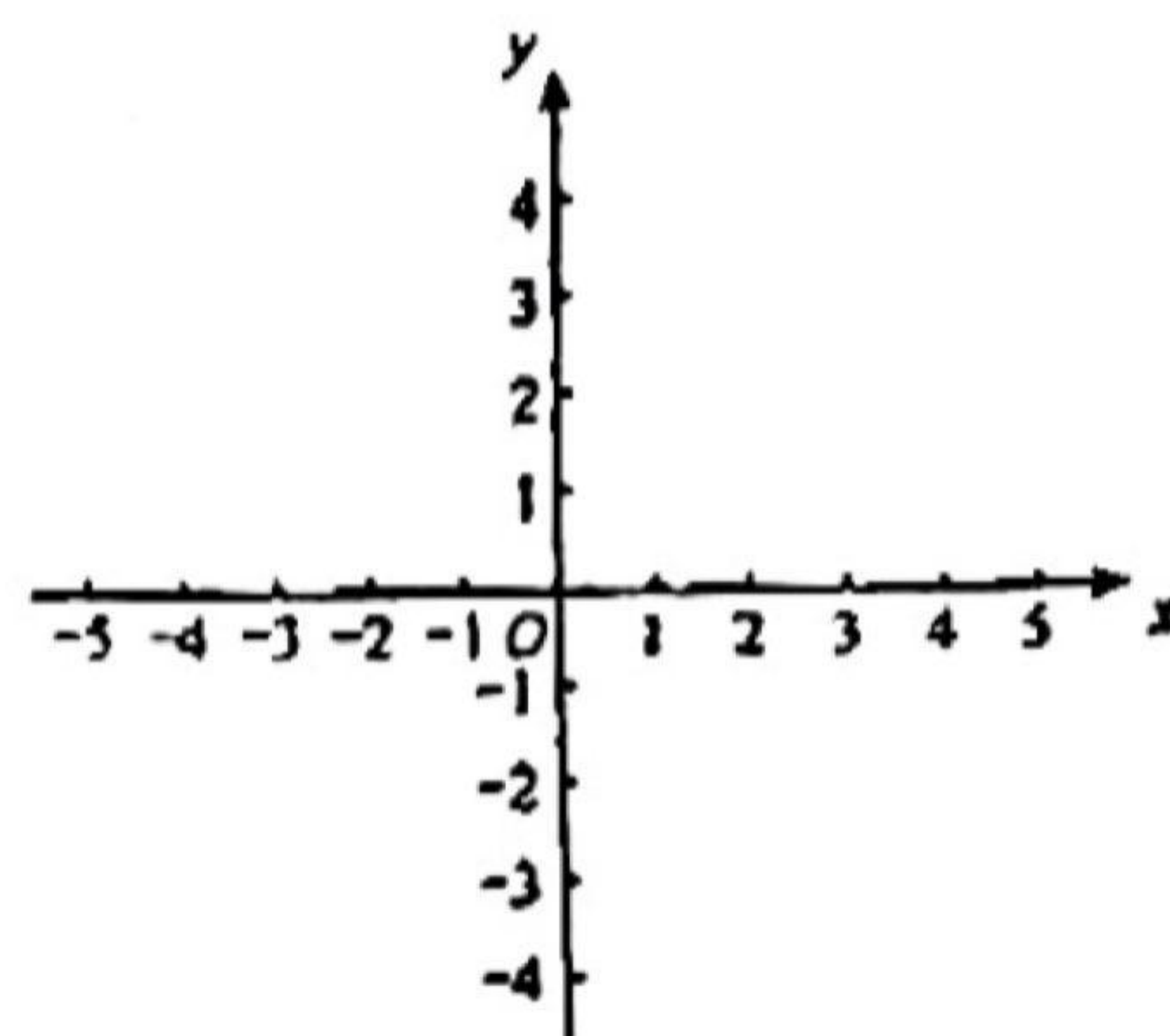


(3) 结合画出的函数图象，下列说法正确的有_____：

- ① y 随 x 的增大而减小；
 - ② 当汽车的速度在 60 千米/小时左右时，汽车的续航里程最大；
 - ③ 实验表明，汽车的速度过快或过慢时，汽车的续航里程都会变小。
- (4) 若想要该车辆的续航里程保持在 500 千米以上，该车的车速大约控制在_____至_____千米/小时范围内。

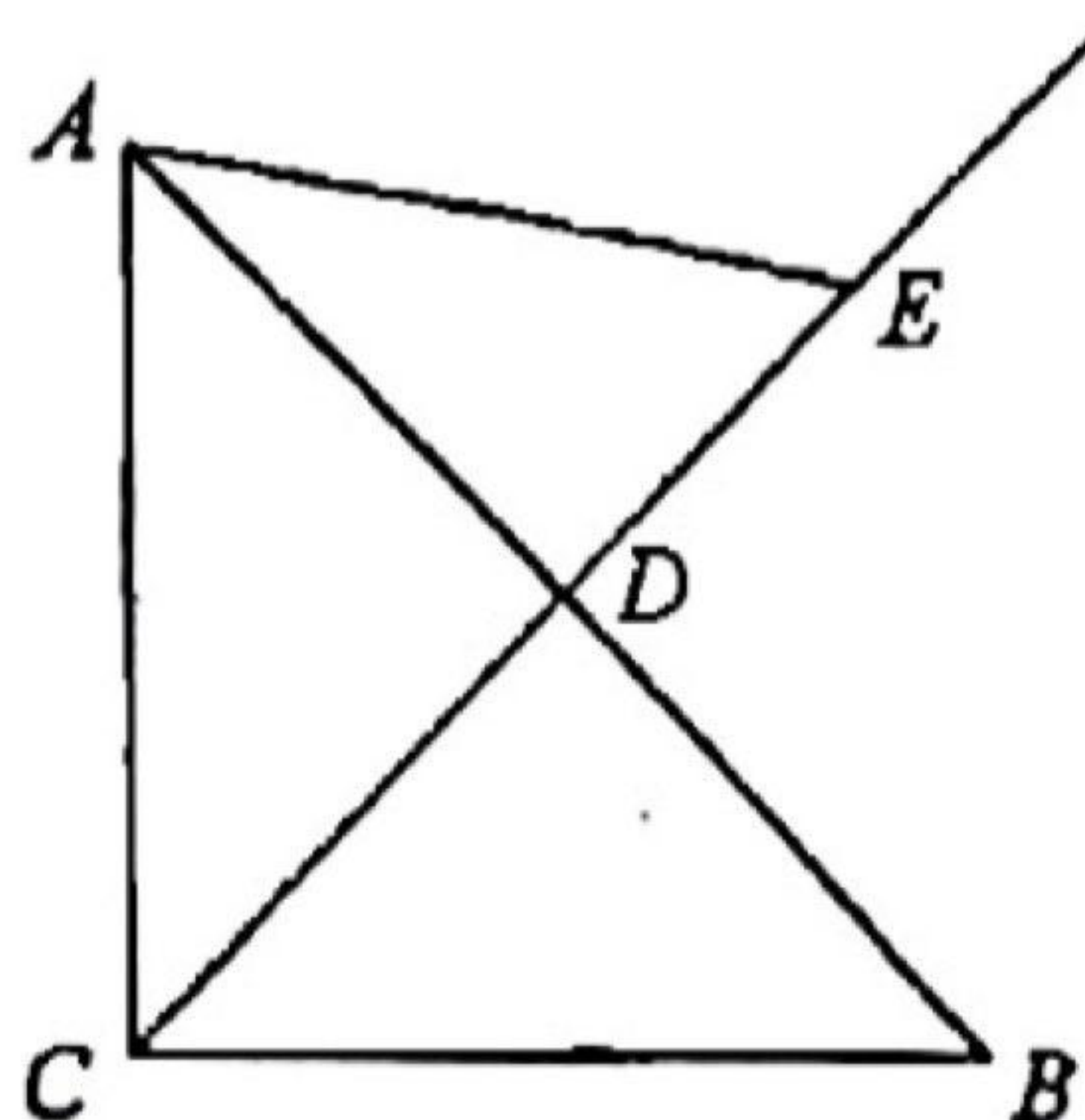
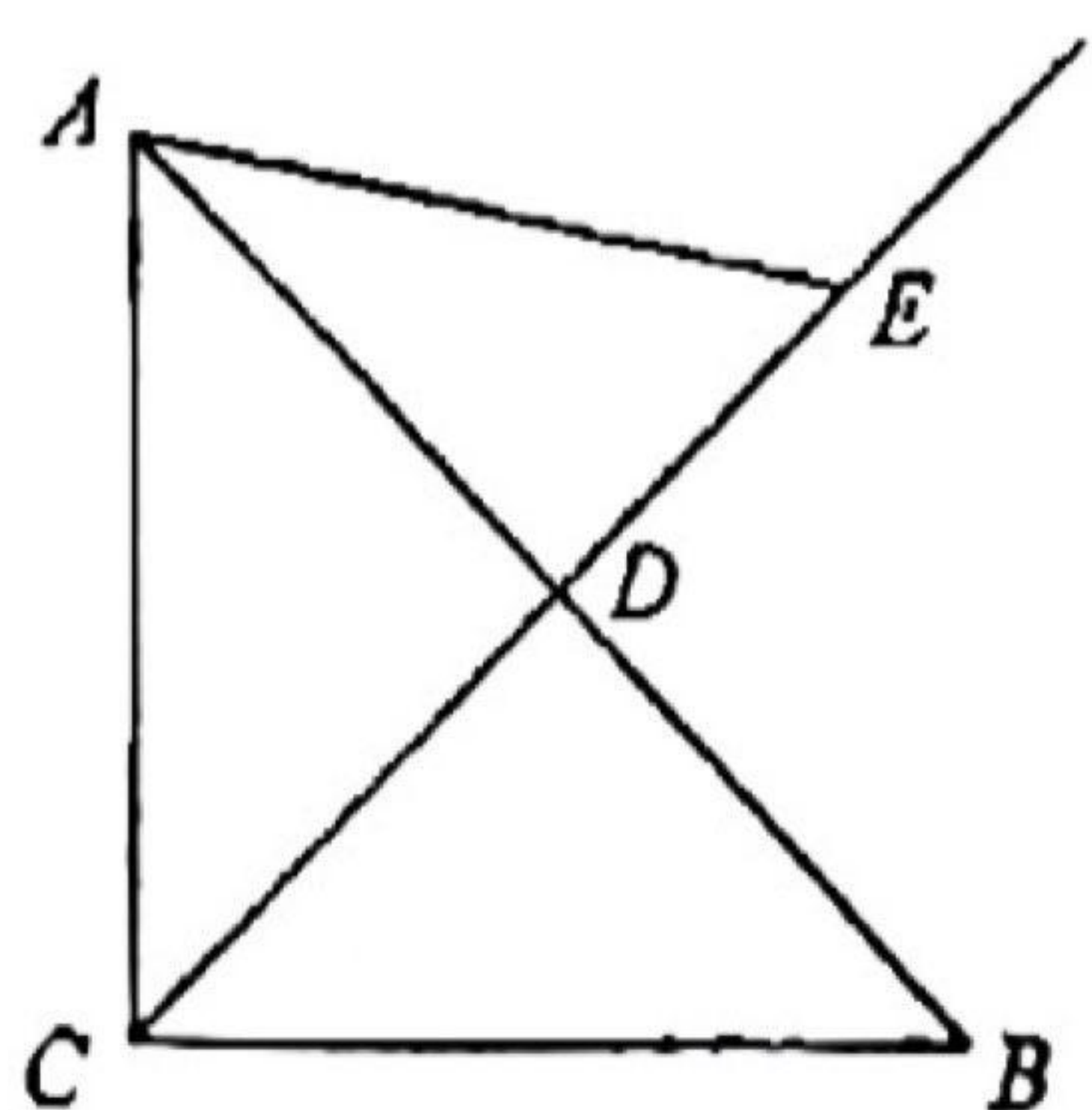
26. 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y = x^2 - 2mx$ 的图象上两个点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ，点 A, B 之间的部分(包含点 A 、点 B) 记作图象 G ，图象 G 上 y 的最大值与最小值的差记作 y_G 。

- (1) 求这个二次函数的对称轴(用含 m 的代数式表示)；
- (2) 当 $m=1, x_1=0, x_2=3$ 时，求 y_G 的值；
- (3) 当 $x_1=2m-1, x_2=2m+1$ 时，恒有 $y_G > y_1 - y_2$ ，求 m 的取值范围。



27. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AC=BC, \angle ACB=90^\circ$ ， D 为 AB 边中点， E 为 $\triangle ABC$ 外部射线 CD 上一点，连接 AE ，过 C 作 $CF \perp AE$ 于 F 。

- (1) 依题意补全图形；
- (2) 找出图中与 $\angle EAD$ 相等的角，并证明；
- (3) 连接 DF ，猜想 $\angle CFD$ 的度数，并证明。



备用图



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 有如下定义: 对于图形 G_1 、 G_2 , 若存在常数 d , 使得图形 G_1 上的任意一点 P , 在图形 G_2 上至少能找到一个点 Q , 满足 $PQ=d$, 则称图形 G_2 是图形 G_1 的“映图”, d 是 G_1 关于 G_2 的“映距”.

(1) 如图, 点 $A(-4, 0)$, $B(0, -4)$, $C(-1, 0)$, $D(0, -1)$, $E(0, 4)$, $F(4, 0)$, $G(0, 5)$, $H(5, 0)$. 在线段 CD , EF , GH 中, 线段 AB 的映图是 _____.

(2) $\odot O$ 的半径为 1.

①求 $\odot O$ 关于直线 $y = -x + 3\sqrt{2}$ 的映距 d 的最小值;

②若直线 $y = -x + m$ ($m \neq 0$)被坐标轴所截的线段是 $\odot O$ 的映图, 直接写出 m 的取值范围.

