

# 初三寒假数学学科学习成果验收反馈



时间：120分钟 分值：100分 姓名\_\_\_\_\_

注意：请在答题纸的指定区域上作答，在本试卷上的答案一律不计入成绩。

一、选择题（共16分，每题2分）每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 2023年10月26日，神舟十七号载人飞船发射取得圆满成功，航天员江新林、汤洪波、唐胜杰将与神舟十六号航天员会师太空。空间站距离地球约为423000m，423000用科学记数法可表示为( )

- A.  $423 \times 10^3$       B.  $42.3 \times 10^4$       C.  $4.23 \times 10^5$       D.  $0.423 \times 10^6$

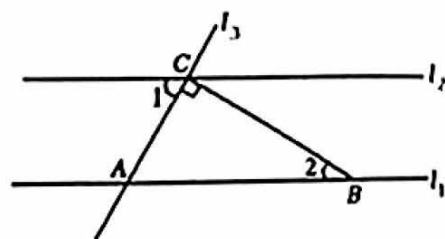
2. 小篆，是在秦始皇统一六国后创制的汉字书写形式。下列四个小篆字中为轴对称图形的是( )



3. 如图，直线  $l_1 \parallel l_2$ ，直线  $l_3$  与  $l_1$ 、 $l_2$  分别相交于 A、C 两点，

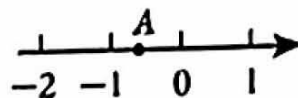
$BC \perp l_3$  交于点 B，若  $\angle 1 = 70^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数为( )

- A.  $20^\circ$                       B.  $30^\circ$   
C.  $40^\circ$                       D.  $50^\circ$



4. 如图，数轴上的点 A 可以用实数 a 表示，下面式子成立的是( )

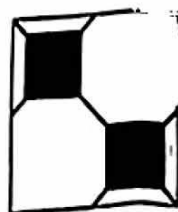
- A.  $|a| > 1$                       B.  $|a-1| = 1-a$   
C.  $a+1 < 0$                       D.  $-\frac{1}{a} < 1$



5. 关于 x 的一元二次方程  $x^2 - 2x + a = 0$  有两个相等的实数根，则 a 的值是( )

- A. 4                      B. -4                      C. 1                      D. -1

6. 如图是某小区花园内用同一种白色正多边形和黑色正方形地砖铺设的小路的局部示意图，四块正多边形地砖围成的中间区域使用一块正方形地砖，则正多边形的内角和为( )



- A.  $540^\circ$                       B.  $720^\circ$                       C.  $1080^\circ$                       D.  $1440^\circ$

7. 盒中有 1 枚白色棋子和 2 枚黑色棋子，这三枚棋子除颜色外无其他差别，从中随机摸出一枚棋子，记录其颜色，放回后，再从中随机摸出一枚棋子，记录其颜色，那么两次记录的颜色不同的概率是( )

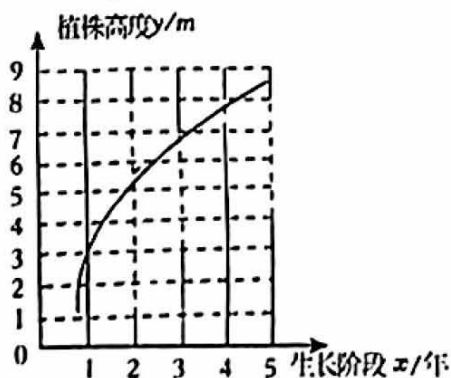
A.  $\frac{2}{9}$

B.  $\frac{2}{3}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{4}{9}$

8. 植物研究者在研究某种植物 1~5 年内的植株高度时，将得到的数据用如图直观表示. 现要根据这些数据选用函数模型来描述这种植物在 1~5 年内的生长规律. 若选择  $y = ax^2 + bx + c$ ，则  $a$  \_\_\_\_\_ 0,  $b$  \_\_\_\_\_ 0; 若选择函数  $y = \frac{a}{x} + b$ ，则  $a$  \_\_\_\_\_ 0,  $b$  \_\_\_\_\_ 0. 依次填入的不等号为( )



- A.  $>, <, >$  B.  $<, >, >, <$  C.  $>, <, <, >$  D.  $>, >, <, <$

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 若二次根式  $\sqrt{2x-6}$  在实数范围内有意义, 则  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

10. 因式分解:  $3x^2 - 12 =$  \_\_\_\_\_.

11. 分式方程  $\frac{1}{x+1} = \frac{2}{3x}$  的解是 \_\_\_\_\_.

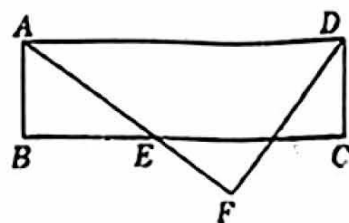
12. 已知点  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_1 - 3, y_2)$  在直线  $y = -2x + 3$  上, 则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (用 “>”、“<” 或 “=” 填空).

13. 果农小明随机从甲、乙、丙三个品种的枇杷树中各选 20 棵, 每棵产量的平均数  $\bar{x}$  (单位: 千克) 及方差 (单位: 千克<sup>2</sup>) 如下表所示, 他准备从这三个品种中选一种产量既高又稳定的枇杷树进行种植, 则应选的品种是 \_\_\_\_\_.

	甲	乙	丙
$\bar{x}$	40	40	39
$s^2$	2.3	2.7	2.3



14. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=3$ ,  $BC=10$ , 点  $E$  在边  $BC$  上,  $DF \perp AE$ , 垂足为  $F$ . 若  $DF=6$ , 则线段  $BE$  的长为 \_\_\_\_\_.



15. 瓦当是中国古代建筑瓦件, 是接近屋檐的最下一个筒瓦的瓦头, 形状有半圆或圆形, 表面多装饰有花纹或文字。它既有保护房屋椽子免受风雨侵蚀的实用功能, 又有美化屋檐的装饰功能。下图 (图 1) 是云纹瓦当, 它由大小相同的四个云纹图案组成, 以单个云纹图案为例 (图 2), 该云纹的“下圆弧”的长为  $l$ , “直边长”为  $d$ , “上圆弧”的长为  $x$ , 则  $x=$  \_\_\_\_\_ (用含  $l, d$  的式子表示)。

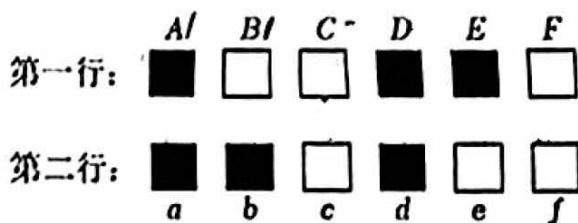


15 题图 1



15 题图 2

16. 有黑、白各 6 张卡片, 分别写有数字 1 至 6 把它们像扑克牌那样洗过后, 数字朝下, 如图排成两行, 排列规则如下:



①从左至右, 右侧数字不小于左侧数字;

②黑、白卡片数字相同时, 黑卡片放在左边.

将第一行卡片用大写英文字母按顺序标注, 第二行卡片用小写英文字母按顺序标注, 则白卡片数字 1 摆在了标注字母 \_\_\_\_\_ 的位置, 标注字母  $e$  的卡片写有数字 \_\_\_\_\_.



三、解答题 (共 68 分, 第 17-22 题每题 5 分, 第 23-26 题每题 6 分, 第 27, 28 每题 7 分)

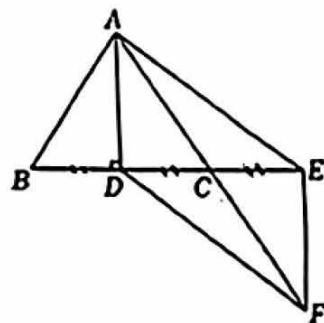
17. 计算:  $2\sin 60^\circ - \sqrt{12} + (-\frac{1}{2})^{-1} + |2 - \sqrt{3}|$ .

18. 解不等式组  $\begin{cases} 2x-3 > x-5 \\ \frac{2x+6}{3} < 2-x \end{cases}$ , 并把解集在数轴上表示出来.

19. 已知  $3x^2 + 4x - 1 = 0$ , 求代数式  $(2x+1)^2 - (x+1)(x-1)$  的值.

20. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $AD \perp BC$  于点  $D$ , 延长  $DC$  到点  $E$ , 使  $CE = CD$ . 过点  $E$  作  $EF \parallel AD$  交  $AC$  的延长线于点  $F$ , 连接  $AE$ ,  $DF$ .

- (1) 求证: 四边形  $ADFE$  是平行四边形;
- (2) 若  $BD = 2$ ,  $AD = 3$ , 直接写出  $DF$  的长.



已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4kx + 3k^2 = 0$ .

- 1) 求证: 该方程总有两个实数根;
- 2) 若此方程的两个实数根  $x_1, x_2$ , 满足  $x_1 - x_2 = 3$ , 求  $k$  的值.



22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象平行于直线  $y = \frac{1}{2}x$ , 且经过点  $A(2, 2)$ .

- 1) 求这个一次函数的表达式;
- 2) 当  $x > 1$  时, 对于  $x$  的每一个值, 一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的值大于函数  $y = \frac{m}{x} (x > 0)$  的值, 直接写出  $m$  的取值范围.

23. 某校七年级和八年级的学生参加科普知识竞赛, 成绩得分用  $x$  表示, 共分为四组:  $A. 0 \leq x < 70$ ,

$B. 70 \leq x < 80$ ,  $C. 80 \leq x < 90$ ,  $D. 90 \leq x \leq 100$ , 下面给出了部分信息:

七年级 20 名学生的成绩是:

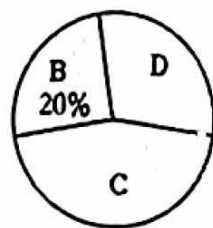
69, 76, 78, 79, 82, 84, 85, 86, 86, 86, 86, 88, 88, 90, 92, 92, 95, 98, 100, 100.

八年级 20 名学生的成绩在 C 组中的数据是: 83, 85, 85, 86, 87, 89, 89, 89, 89.

七、八两年级抽取的学生成绩数据统计表

班级	平均数	中位数	众数	满分率
七年级	87	86	$a$	10%
八年级	87	$b$	89	15%

八年级抽取的学生成绩扇形统计图



根据以上信息, 解答下列问题:

(1) 直接写出图表中  $a$ 、 $b$  的值:  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 根据以上数据, 你认为七年级和八年级中哪个年级的学生掌握科普知识较好? 请说明理由(一条理由即可):

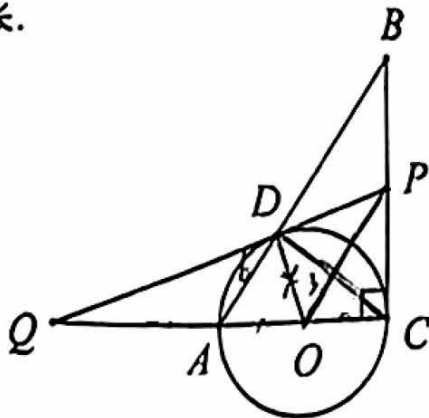
(3) 该校七年级有 400 名学生和八年级有 500 名学生参加了此次科普知识竞赛, 请估计两个年级成绩达到 90 分及以上的学生共有多少人?

24. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 以  $AC$  为直径的  $\odot O$  交  $AB$  于点  $D$ , 点  $Q$  为  $CA$  延长线上一点,

延长  $QD$  交  $BC$  于点  $P$ , 连接  $OD$ ,  $\angle ADQ = \frac{1}{2} \angle DOQ$ .

(1) 求证:  $PD$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 连接  $OP$ , 若  $AQ = AC$ ,  $AD = 6$  时, 求  $OP$  的长.



25. 鹰眼技术助力杭州亚运，提升球迷观赛体验。如图分别为足球比赛中某一时刻的鹰眼系统预测画面（如图1）和截面示意图（如图2），攻球员位于点 $O$ ，守门员位于点 $A$ ， $OA$ 的延长线与球门线交于点 $B$ ，且点 $A$ 、 $B$ 均在足球轨迹正下方，足球的飞行轨迹可看成抛物线。水平距离 $s$ 与离地高度 $h$ 的鹰眼数据如表：

$s/m$	0	9	12	15	18	21	...
$h/m$	0	4.2	4.8	5	4.8	4.2	...

- 1) 根据表中数据可得，当 $s = \underline{\hspace{2cm}}$  m时， $h$ 达到最大值  $\underline{\hspace{2cm}}$  m；

求 $h$ 关于 $s$ 的函数解析式：

- 2) 当守门员位于足球正下方，足球离地高度不大于守门员的最大防守高度2.6 m时，视为防守成功，若一次防守中，守门员位于足球正下方时， $s = 27$  m，请问这次守门员能否防守成功？试通过计算说明。

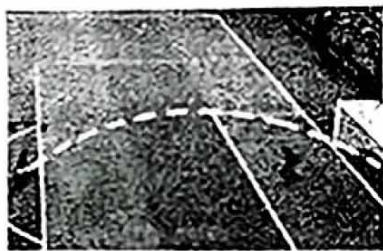


图1

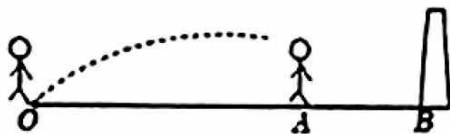


图2

26. 已知二次函数的解析式为： $y = x^2 - 2mx + 1$  ( $m$ 是常数)。

(1) 当 $m = 4$ 时，求函数图象的顶点坐标和对称轴；

(2) 若点 $(1, p)$ 、 $(-1, q)$ 在函数图象上，求证： $pq \leq 4$ ；

(3) 已知函数图象经过点 $A(-4, y_1)$ 、 $B(m+2, y_2)$ 、 $C(a, y_3)$ ，若对于任意的 $4 \leq a \leq 6$ 都满足 $y_1 > y_3 > y_2$ ，

求 $m$ 的取值范围。



27. 在正方形  $ABCD$  中,  $BD$  是一条对角线, 点  $P$  在射线  $DC$  上 (与点  $C$ 、 $D$  不重合), 连接  $AP$ , 平移  $\triangle ADP$ , 使点  $D$  移动到点  $C$ , 得到  $\triangle BCQ$ , 过点  $Q$  作  $QH \perp BD$  于  $H$ , 连接  $AH$ ,  $PH$ .

(1) 若点  $P$  在线段  $CD$  上, 如图 1.

①依题意补全图 1; ②判断  $AH$  与  $PH$  的数量关系与位置关系并加以证明;

(2) 若点  $P$  在线段  $DC$  的延长线上, 且  $\angle AHQ = 120^\circ$ , 正方形  $ABCD$  的边长为 1, 直接写出  $DP$  的长.

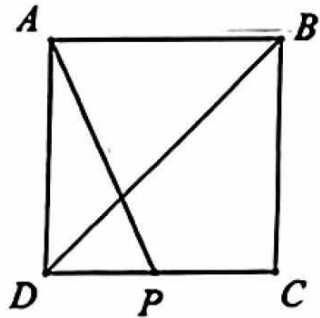
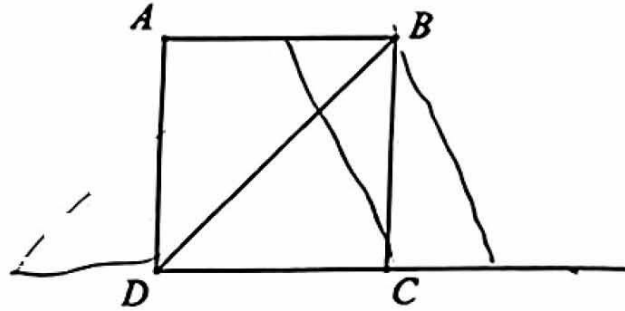


图1



备用图



28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 给定线段  $AB$  和点  $P$ , 若满足  $PA < AB < PB$  或者  $PB < AB < PA$ , 则称点  $P$  为线段  $AB$  的偏序点.

(1) 已知点  $A(2,0)$ ,

①在点  $A_1(1, \sqrt{3})$ ,  $B_1(-1,0)$ ,  $B_2(3,-1)$ ,  $B_3(2,3)$  中是线段  $OA$  的偏序点的有 \_\_\_\_\_:

②若直线  $l: y = x + b$  上存在线段  $OA$  的偏序点, 求  $b$  的取值的范围.

(2) 已知点  $M(1,0)$ ,  $N(0, \sqrt{3})$ ,  $\odot C$  是以 1 为半径的圆, 并且圆心  $C$  在  $x$  轴上运动, 若线段  $MN$  上的点均为  $\odot C$  的某条直径的偏序点, 直接写出点  $C$  的横坐标  $c$  的取值的范围.

