2024 北京四中初二（下）开学考

数　　学

0227

一、选择题（共 8 小题，共 24 分）

1. 下列各式中是二次根式的是（ ）

A. $\sqrt[3]{8}$　　B. $\sqrt{-1}$　　C. -$\sqrt{3}$　　D. 2

2. 计算：$\sqrt{10}\div\sqrt{2}$ =( )

A. $\sqrt{5}$　　B. 5　　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

3. 已知 $x=2+\sqrt{3}$，则代数式 x^2-4x+3 的值为（ ）

A. 2　　B. 6　　C. 4　　D. $\sqrt{3}$

4. 下列四组线段中，能组成直角三角形的是（ ）

A. $a=1,b=2,c=3$　　B. $a=2,b=3,c=4$

C. $a=3,b=4,c=5$　　D. $a=4,b=5,c=6$

5. 我国南宋著名数学家秦九韶的著作《数书九章》里记载有这样一道题："问有沙田一块，有三斜，其中小斜五里，中斜十二里，大斜十三里，欲知为田几何？"这道题讲的是：有一块三角形沙田，三条边长分别为 5 里，12 里，13 里，问这块沙田面积有多大？题中"里"是我国市制长度单位，1 里=500 米，则该沙田的面积为（　）

A. 7.5 平方千米　　B. 15 平方千米　　C. 75 平方千米　　D. 750 平方千米

6. 已知一次函数 y＝kx－1，若 y 随 x 的增大而增大，则它的图象经过（ ）

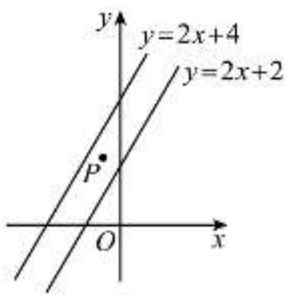
A. 第一、二、三象限　　B. 第一、二、四象限

C. 第一、三、四象限　　D. 第二、三、四象限

7. 将一次函数 $y=2x+1$ 的图象向下平移 2 个单位长度后，所得新图象的函数表达式为（ ）

A. $y=2x-1$　　B. $y=2x-3$　　C. $y=2x$　　D. $y=2x+3$

8. 如图，在平面直角坐标系中，点 $P\left(-\frac{1}{2}，a\right)$ 在直线 $y=2x+2$ 与直线 $y=2x+4$ 之间，则 a 的取值范围是（　）



A. $2<a<4$　　B. $1<a<3$　　C. $1<a<2$　　D. $0<a<2$

二、填空题（共8小题，共32分）

9. 对于函数 $y=3x-6$，当 $x=-2$ 时，$y=$_____，当 $y=6$ 时，$x=$_____.

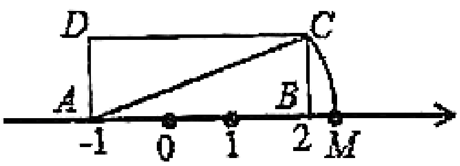
10. 函数 $y=-2x-1$ 的图象与 x 轴的交点坐标是_______，与 y 轴的交点坐标是_______，直线与两坐标轴所围成的三角形的面积是_______.

11. 若两直线 $y=2x+b$ 和 $y=kx-b$ 的交点坐标为 $(1,3)$，则 $b=$_____，$k=$_____.

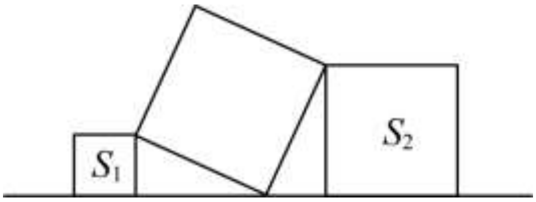
12. 若一次函数 $y=2x+m$ 的图象不经过第四象限，那么 m 的取值范围是_____.

13. $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$ 的相反数是_______；$\sqrt{5}$ 的倒数是_______.

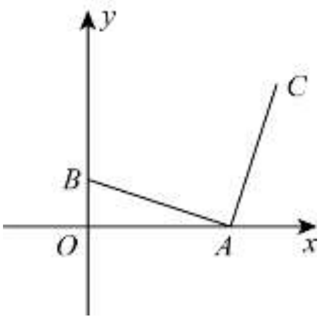
14. 如图，长方形 $ABCD$ 中，AB 在数轴上，$AB=3$，$BC=1$，若以点A为圆心，以 AC 长为半径画弧，交数轴于点 M，则点 M 的表示的数为________________________.



15. 如图，在水平桌面上依次摆着三个正方形，已知位于中间的正方形的面积为1，两边的正方形面积分别是 S_1，S_2，则：$S_1+S_2=$_______.



16. 如图，在平面直角坐标系中，$A(3,0)$，$B(0,1)$，线段 AC 由线段 AB 绕点 A 顺时针旋转 $90°$ 而得，则 AC 所在直线的解析式是______.



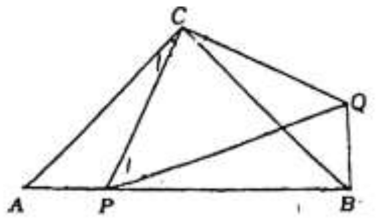
三、解答题（共5小题，共44分）

17. 计算：

（1）$\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{12}}\div\sqrt{\frac{54}{12}}\times\sqrt{\frac{3}{6}}$；

（2）$\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)+\sqrt{6}$.

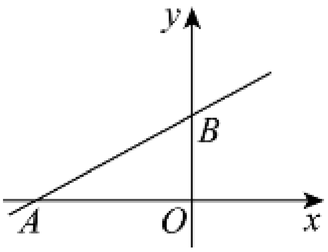
18. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，点P在斜边AB上，以PC为直角边作等腰直角三角形PCQ，$\angle PCQ=90°$．



（1）连接BQ，求证：$\triangle APC\cong\triangle BQC$；

（2）问线段PA、PB、PC三者之间的数量关系？并证明结论．

19. 如图，在平面直角坐标系xOy中，O为坐标原点，已知直线AB与x轴，y轴交于A,B两点，且$A(-6,0)$，点B在y轴正半轴上，且$OA=2OB$．



（1）求直线AB的函数解析式；

（2）点C在y轴上，如果$\triangle ABC$的面积为6，求点C的坐标．

20. 阅读材料：

小明在学习二次根式后，发现一些含根号的式子可以写成另一个式子的平方，如$3+2\sqrt{2}=\left(1+\sqrt{2}\right)^2$.善于思考的小明进行了以下探索：设$a+b\sqrt{2}=\left(m+n\sqrt{2}\right)^2$（其中$a$、$b$、$n$、$m$均为整数），则有$a+b\sqrt{2}=m^2+2n^2+2\sqrt{2}mn$．

$\therefore a=m^2+2n^2$，$b=2mn$．这样小明就找到了一种把类似$a+b\sqrt{2}$的式子化为平方式的方法，请你仿照小明的方法探索并解决下列问题：

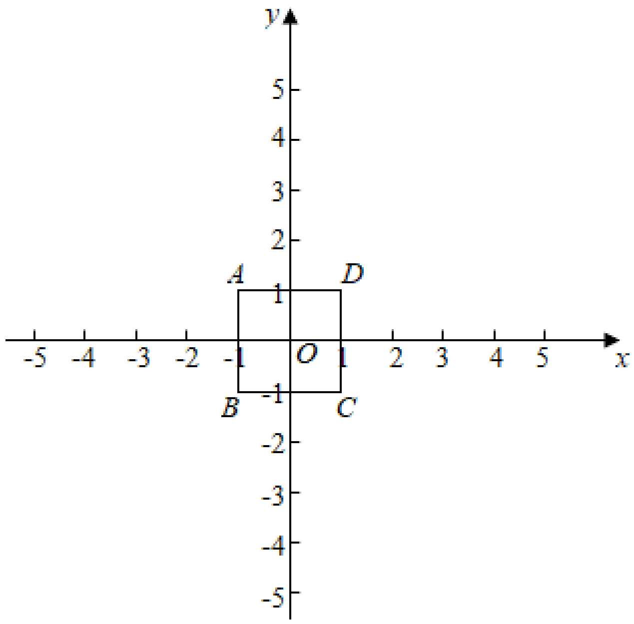
（1）当a、b、n、m均为正整数时，若$a+b\sqrt{3}=\left(m+n\sqrt{3}\right)^2$，用含$m$、$n$的式子分别表示$a$、$b$，得：

a=________，b=________；

（2）利用所探索的结论，填空：$12+6\sqrt{3}=$（_______+_______）^{2}；

（3）若$a+4\sqrt{3}=\left(m+n\sqrt{3}\right)^2$，且$a$、$m$、$n$均为正整数，求$a$的值．

21. 在平面直角坐标系xOy中，对于图形M，N给出如下定义：P为图形M上任意一点，Q为图形N上任意一点，如果P，Q两点间的距离有最大值，那么称这个最大值为图形M和N的“极大距离”，记为$d(M,N)$．已知：正方形$ABCD$，其中$A(-1,1)$，$B(-1,-1)$，$C(1,-1)$，$D(1,1)$．



（1）已知点 $P(0,t)$，

①若 $t=3$，则 d（点 P，正方形 $ABCD)=$____；

②若 d（点 P，正方形 $ABCD)=3$，则 $t=$____.

（2）已知点 $E(m,3)$，$F\left(m+2,3\right)$，若 $5<d$（线段 EF，正方形 $ABCD)<2\sqrt{13}$，求 m 的取值范围.

（3）一次函数 $y=kx+3$ 的图象与 x 轴交于点 G，与 y 轴交于点 H，求 d（线段 GH，正方形 $ABCD)$ 的最小值，并直接写出此时 k 的取值范围.

参考答案

一、选择题（共 8 小题，共 24 分）

1.【答案】C

【分析】根据二次根式的定义即可求出答案．

【详解】A、是三次根式；故本选项不符合题意；

B、-1＜0，$\sqrt{-1}$无意义；故本选项不符合题意；

C、符合二次根式的定义；故本选项符合题意；

D、2 不是二次根式，故本选项不符合题意．

故选：C．

【点睛】本题考查了二次根式的定义，形如$\sqrt{a}$（a≥0）叫二次根式，解题的关键是正确理解二次根式的定义．

2.【答案】A

【分析】直接利用二次根式的除法法则进行计算即可．

【详解】$\sqrt{10}\div\sqrt{2}=\sqrt{10\div 2}=\sqrt{5}$，

故选 A．

【点睛】本题考查了二次根式的除法，熟练掌握法则是解题的关键．

3.【答案】A

【分析】将代数式配方得$\left(x-2\right)^2-1$，然后将$x=2+\sqrt{3}$，代入求解即可．

【详解】解：$\because x=2+\sqrt{3}$

$\therefore x^2-4x+3=\left(x-2\right)^2-1=\left(\sqrt{3}\right)^2-1=3-1=2$．

故选 A

【点睛】本题考查了代数式求值，掌握完全平方公式，实数的计算是解题的关键．

4.【答案】C

【分析】此题考查勾股定理的逆定理，三角形三边关系，根据勾股定理逆定理分别计算并判断能否构成直角三角形，熟练掌握勾股定理逆定理判定直角三角形的方法是解题的关键．

【详解】A.$1+2=3$不能构成三角形，故该项不符合题意；

B.$2^2+3^2\neq 4^2$，不是直角三角形，故该项不符合题意；

C. $3^2+4^2=5^2$，是直角三角形，故符合题意；

D. $4^2+5^2\neq 6^2$，不是直角三角形，故不符合题意；

故选：C．

5.【答案】A

【分析】直接利用勾股定理的逆定理进而结合直角三角形面积求法得出答案．

【详解】∵$5^2+12^2=13^2$，

∴三条边长分别为 5 里，12 里，13 里，构成了直角三角形，

∴这块沙田面积为：$\frac{1}{2}\times5\times500\times12\times500=7500000$（平方米）=7.5（平方千米）.

故选 A.

【点睛】此题主要考查了勾股定理的应用，正确得出三角形的形状是解题关键.

6.【答案】C

【分析】

【详解】先根据一次函数的性质得到 k＞0，然后根据一次函数与系数的关系判断图象经过第一、三、四象限.

故选 C.

考点：一次函数与系数的关系

7.【答案】A

【分析】根据一次函数的平移规律，即可进行解答.

【详解】解：将一次函数 $y=2x+1$的图象向下平移 2 个单位长度后，所得新图象的函数表达式为 $y=2x+1-2=2x-1$.

故选：A.

【点睛】本题考查一次函数的平移，解题的关键是熟知“上加下减，左加右减”的平移规律.

8.【答案】B

【分析】计算出当 P 在直线 $y=2x+2$ 上时 a 的值，再计算出当 P 在直线 $y=2x+4$ 上时 a 的值，即可得答案.

【详解】解：当 P 在直线 $y=2x+2$ 上时，$a=2\times\left(-\frac{1}{2}\right)+2=-1+2=1$，

当 P 在直线 $y=2x+4$ 上时，$a=2\times\left(-\frac{1}{2}\right)+4=-1+4=3$，

则$1<a<3$，

故选：B.

【点睛】此题主要考查了一次函数与一元一次不等式，关键是掌握番薯函数图象经过的点，必能使解析式左右相等.

二、填空题（共 8 小题，共 32 分）

9.【答案】 ①. -12 ②. 4

【分析】本题考查了一次函数图象上点的坐标特点，分别代入即可求解，解题的关键是熟练掌握求一次函数自变量和函数值.

【详解】解：由 $y=3x-6$ 得，

当 $x=-2$时，$y=3\times(-2)-6=-12$；

当 $y=6$ 时，$6=3x-6$，解得 $x=4$，

故答案为：-12；4.

10.【答案】 ①. $(-0.5,0)$； ②. $(0,-1)$； ③. 0.25.

【分析】本题考查了一次函数图象上点的坐标特点，根据函数解析式的 $y=0$ 可求得与 x 轴的交点坐标，当 $x=0$ 可求得与 y 轴的交点坐标，再利用面积公式把即可求解，熟练掌握求一次函数函数图象与坐标轴的交点坐标是解题的关键.

【详解】由 $y=-2x-1$ 得，

当 $y=0$ 时，$x=-0.5$；

当 $x=0$ 时，$y=-1$；

∴函数 $y=-2x-1$ 的图象与 x 轴的交点坐标是 $(-0.5,0)$，与 y 轴的交点坐标是 $(0,-1)$，

则直线与两坐标轴所围成的三角形的面积是 $\frac{1}{2}\times|-0.5|\times|-1|=0.25$，

故答案为：$(-0.5,0)$；$(0,-1)$；0.25.

11.【答案】 ①. 1 ②. 4

【分析】本题考查了一次函数图象交点问题，把 $(1,3)$ 代入直线 $y=2x+b$ 和 $y=kx-b$ 列出二元一次方程组即可求解，解题的关键是熟练掌握待定系数法.

【详解】解：将 $(1,3)$ 代入直线 $y=2x+b$ 和 $y=kx-b$ 中得，

$\begin{cases}3=2\times1+b\\3=k\times1-b\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=4\\b=1\end{cases}$，

故答案为：1；4.

12.【答案】$m\geq0$

【分析】本题主要考查一次函数图象在坐标平面内的位置与 k、b 的关系，先判断出一次函数图象经过第一、二、三象限或一、三象限，即可确定 m 的取值范围，解题的关键是熟练掌握一次函数的图象及性质.

【详解】解：∵一次函数 $y=2x+m$ 的图象不经过第四象限，

∴一次函数 $y=2x+m$ 图象经过第一、二、三象限或一、三象限，

∴ $m\geq0$，

故答案为：$m\geq0$.

13.【答案】 ①. -3 ②. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

【分析】本题考查了二次根式的除法，相反数的定义、倒数的定义和分母有理化，根据利用二次根式的除法进行化简，然后根据相反数的定义、倒数的定义即可求解，解题的关键是熟练掌握以上知识点的应用.

【详解】∵ $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{27}{3}}=\sqrt{9}=3$，

$\therefore \dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$ 的相反数是 -3，

$\sqrt{5}$ 的倒数是 $\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{1\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

故答案为：-3；$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$．

14.【答案】$\sqrt{10}-1$

【分析】本题考查实数与数轴，勾股定理与无理数．勾股定理求出 AC 的长，进而得到 AM 的长，进而利用两点间的距离公式，得到点 M 表示的数即可．

【详解】解：$\because$ 长方形 $ABCD$，

$\therefore \angle ABC=90^\circ$，

$\because AB=3, BC=1$，

$\therefore AC=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，

$\because$ 以点 A 为圆心，以 AC 长为半径画弧，交数轴于点 M，

$\therefore AM=AC=\sqrt{10}$，

$\because$ 点 A 表示的数为 -1，

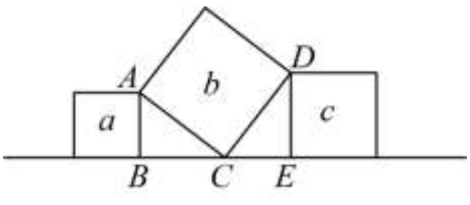
$\therefore$ 点 M 表示的数为：$-1+\sqrt{10}$；

故答案为：$-1+\sqrt{10}$．

15.【答案】1

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质，勾股定理和正方形的性质，根据正方形的性质得 $AC=CD$，$\angle ACD=90^\circ$，再根据等角的余角线段得 $\angle BAC=\angle DCE$，则可根据“AAS”判 $\triangle ACB\cong\triangle CDE$，得到 $AB=CE$，$BC=DE$，由勾股定理得 $AC^2=AB^2+BC^2=AB^2+DE^2$，即 $S_b=S_a+S_c=1$，进而可以解决问题，解题的关键是熟练掌握以上知识点的应用．

【详解】如图，设 a、b、c 表示图中正方形，



则 $AC=CD$，$\angle ACD=90^\circ$，

$\therefore \angle ACB+\angle DCE=90^\circ$，

$\because \angle ACB+\angle BAC=90^\circ$，

$\therefore \angle BAC=\angle DCE$，

在 $\triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 中，

$$\begin{cases}\angle ABC=\angle CED\\ \angle BAC=\angle DCE\\ AC=CD\end{cases},$$

$\therefore \triangle ACB\cong\triangle CDE(\text{AAS})$，

$\therefore AB=CE$，$BC=DE$，

在$\text{Rt}\triangle ABC$中，由勾股定理得：$AC^2=AB^2+BC^2=AB^2+DE^2$，

即$S_b=S_a+S_c=1$，

$\therefore S_1+S_2=1$，

故答案为：1．

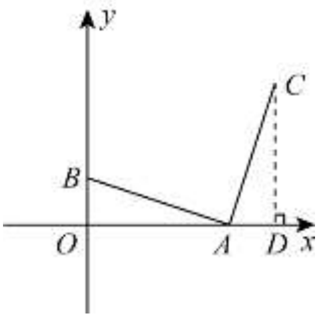
16.【答案】$y=3x-9$

【分析】过点C作$CD\perp x$轴于点D，易知$\triangle ACD\cong\triangle BAO(\text{AAS})$，从而求得点$C$坐标，待定系数法即可求得直线$AC$的解析式.

【详解】解：$\because A(3,0)$，$B(0,1)$，

$\therefore OA=3$，$OB=1$，

过点C作$CD\perp x$轴于点D，



则$\angle AOB=\angle CDA=90^\circ$，

$\because \angle BAC=90^\circ$，

$\therefore \angle BAO=\angle ACD=90^\circ-\angle CAD$，

$\because BA=AC$，

$\therefore \triangle ACD\cong\triangle BAO(\text{AAS})$，

$\therefore AD=OB=1$，$CD=OA=3$，

$\therefore C(4,3)$，

设直线AC的解析式为$y=kx+b$，将点A，点C坐标代入得：

$$\begin{cases}0=3k+b\\ 3=4k+b\end{cases},$$

解得：$\begin{cases} k=3 \\ b=-9 \end{cases}$，

∴直线 AC 的解析式为 $y=3x-9$，

故答案为：$y=3x-9$.

【点睛】本题是几何图形旋转的性质与待定系数法求一次函数解析式的综合题，利用全等三角形求得 C 的坐标是解题的关键.

三、解答题（共 5 小题，共 44 分）

17.【答案】(1) $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

(2) 2

【分析】(1) 根据二次根式的乘除法运算法则和性质进行计算即可求解；

(2) 根据二次根式的乘法运算法则和加减运算法则进行计算即可求解；

本题考查了二次根式的运算，掌握二次根式的运算法则和性质是解题的关键.

【小问 1 详解】

解：原式$=\sqrt{\dfrac{9}{12}}\div\sqrt{\dfrac{9}{2}}\times\sqrt{\dfrac{1}{2}}$

$=\sqrt{\dfrac{9}{12}\times\dfrac{2}{9}}\times\sqrt{\dfrac{1}{2}}$，

$=\sqrt{\dfrac{1}{6}\times\dfrac{1}{2}}$，

$=\sqrt{\dfrac{1}{12}}$，

$=\sqrt{\dfrac{3}{36}}$，

$=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$；

【小问 2 详解】

解：原式$=\left(\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{2}\times\sqrt{3}+\sqrt{6}$

$=2-\sqrt{6}+\sqrt{6}$，

$=2$.

18.【答案】(1) 证明见解析；

(2) $PA^2+PB^2=2PC^2$，证明见解析.

【分析】(1) 由 $\angle PCQ=90°$，$\angle ACB=90°$ 推导出 $\angle ACP=\angle BCQ$，利用 SAS 即可证明 $\triangle APC\cong\triangle BQC$；

（2）$PA^2+PB^2=2PC^2$．由勾股定理可得 $PQ^2=PC^2+QC^2=2PC^2$，由 $\triangle APC\cong\triangle BQC$ 得到 $\angle A=\angle CBQ=45^\circ$，$AP=BQ$，进而得到 $\angle PBQ=90^\circ$，再根据勾股定理得到 $AP^2+BP^2=BQ^2+BP^2=PQ^2$，即可求证；

本题考查了等腰直角三角形的性质，全等三角形的判定和性质，勾股定理，由 $\triangle APC\cong\triangle BQC$ 得到 $\angle A=\angle ABC=45^\circ$，进而得到 $\angle PBQ=90^\circ$ 是解题的关键．

【小问 1 详解】

证明：∵ $\triangle PCQ$ 是等腰直角三角形，$\angle PCQ=90^\circ$，

∴ $PC=QC$，

∵ $\angle ACB=90^\circ$，

∴ $\angle ACP=\angle BCQ=90^\circ-\angle PCB$，

在 $\triangle APC$ 和 $\triangle BQC$ 中，

$$\begin{cases}AC=BC\\ \angle ACP=\angle BCQ,\\ PC=QC\end{cases}$$

∴ $\triangle APC\cong\triangle BQC(\text{SAS})$；

【小问 2 详解】

解：$PA^2+PB^2=2PC^2$．

证明：∵ $PC=QC$，$\angle PCQ=90^\circ$，

∴ $PQ^2=PC^2+QC^2=2PC^2$，

∵ $\angle ACB=90^\circ$，$AC=BC$，

∴ $\angle A=\angle ABC=45^\circ$，

∵ $\triangle APC\cong\triangle BQC$，

∴ $\angle A=\angle CBQ=45^\circ$，$AP=BQ$，

∴ $\angle PBQ=\angle ABC+\angle CBQ=90^\circ$，

∴ $AP^2+BP^2=BQ^2+BP^2=PQ^2$，

∴ $PA^2+PB^2=2PC^2$．

19.【答案】(1) 直线 AB 的函数解析式为 $y=-\dfrac{1}{2}x+3$

（2） $C(0,1)$ 或 $(0,5)$

【分析】(1) 由 $OA=2OB$ 可求得 OB 长，即可得点 B 坐标，然后利用待定系数法进行求解即可；

（2）根据三角形面积公式可以求得 BC 的长，即可得点 C 坐标；

本题考查了待定系数法求一次函数解析式，三角形的面积等，熟练掌握相关知识是解题的关键．

【小问 1 详解】

$\because A(-6,0)$,

$\therefore OA=6$,

$\because OA=2OB$,

$\therefore OB=3$,

$\because B$ 在 y 轴正半轴,

$\therefore B(0,3)$,

设直线解析式为：$y=kx+3$，将 $A(-6,0)$ 代入得：$6k+3=0$，解得：$k=-\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 直线 AB 的函数解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+3$；

【小问 2 详解】

$\because \triangle ABC$ 的面积为 6，$AO=6$,

$\therefore BC=2$,

$\because B(0,3)$，点 C 在 y 轴上,

$\therefore C(0,1)$ 或 $(0,5)$.

20.【答案】(1) $m^2+3n^2,2mn$

(2) $3,1$ 或 $-3,-1$

(3) 当 $m=1$，$n=2$ 时，$a=13$；当 $m=2$，$n=1$ 时，$a=7$

【分析】(1) 利用完全平方公式展开得到 $(m+n\sqrt{3})^2=m^2+3n^2+2\sqrt{3}mn$，从而可用 m、n 表示 a、b；

(2) 根据 $a=12$，$b=6$ 得到 $m^2+3n^2=12,2mn=6$，即可求解；

(3) 由 $a=m^2+3n^2,2mn=4,$ 和 a、m、n 均为正整数可确定 m、n 的值，再计算对应的 a 的值.

【小问 1 详解】

解：$\because (m+n\sqrt{3})^2=m^2+3n^2+2\sqrt{3}mn$,

$\therefore a=m^2+3n^2,b=2mn$,

故答案为：$m^2+3n^2,2mn$；

【小问 2 详解】

解：$\because a=12$，$b=6$,

$\therefore m^2+3n^2=12,2mn=6$，又 m,n 为整数,

$\therefore m=3,n=1$，或 $m=-3,n=-1$,

故答案为：$3,1$ 或 $-3,-1$；

【小问 3 详解】

解：$\because a+4\sqrt{3}=\left(m+n\sqrt{3}\right)^2$，

$\therefore a=m^2+3n^2, 2mn=4,$

$\because a$、m、n均为正整数，

$\therefore m=1$，$n=2$或$m=2$，$n=1$，

$\therefore$当$m=1$，$n=2$时，$a=1^2+3\times2^2=13$；

当$m=2$，$n=1$时，$a=2^2+3\times1^2=7$.

【点睛】本题考查了完全平放式和二次根式的混合运算，解答关键是灵活运用二次根式的性质，掌握二次根式的运算法则.

21.【答案】(1) ①$\sqrt{17}$；②$-1+2\sqrt{2}$或$1-2\sqrt{2}$

(2) $0<m<3$

(3) $k\geq1$或$k\leq-1$

【分析】(1) ①根据图形M和N的“极大距离”的定义求解即可.

②分两种情形，利用勾股定理求解即可.

(2) 分两种情形：如图2中，当EF在y轴的右侧时，如图3中，当EF在y轴的左侧时，分别求出落在特殊位置的m的值即可解决问题.

(3) 当d（线段GH，正方形$ABCD)$取最小值，推出d（线段GH，正方形$ABCD)$的最小值$=d$（点H，正方形$ABCD)=\sqrt{17}$，推出d（点G，正方形$ABCD)\leqslant\sqrt{17}$，当d（点G，正方形$ABCD)=\sqrt{17}$时，$G(3,0)$或$G'(-3,0)$，求出两种特殊位置k的值，可得结论.

【小问1详解】

解：①如图1中，$t=3$时，$P(0,3)$，

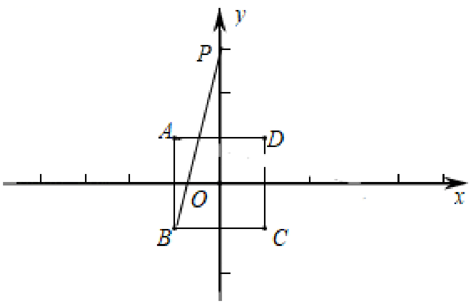


图1

$\therefore d$（点P，正方形$ABCD)=PB=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$.

故答案为：$\sqrt{17}$.

②d（点P，正方形$ABCD)=3$，当点P在y轴的右侧时，$1^2+(t+1)^2=3^2$，

解得$t=-1+2\sqrt{2}$或$-1-2\sqrt{2}$（舍弃），

当点P在y轴的左侧时，$1^2+(t-1)^2=3^2$，

解得$t=1-2\sqrt{2}$或$1+2\sqrt{2}$（舍弃），

综上所述，满足条件的t的值为$-1+2\sqrt{2}$或$1-2\sqrt{2}$.

故答案为：$-1+2\sqrt{2}$或$1-2\sqrt{2}$.

【小问 2 详解】

解：如图 2 中，当EF在y轴的右侧时，

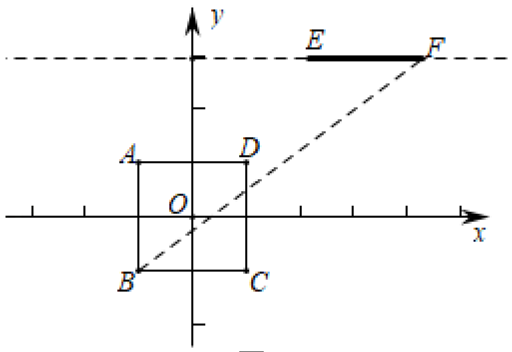


图2

若$BF=5$时，$(m+2+1)^2+4^2=5^2$，

解得，$m=0$或-6（舍弃），

若$BF=2\sqrt{13}$时，$(m+2+1)^2+4^2=(2\sqrt{13})^2$，

解得，$m=3$或-9（舍弃），

观察图象可知，满足条件的m的值为$0<m<3$.

如图 3 中，当EF在y轴的左侧时，

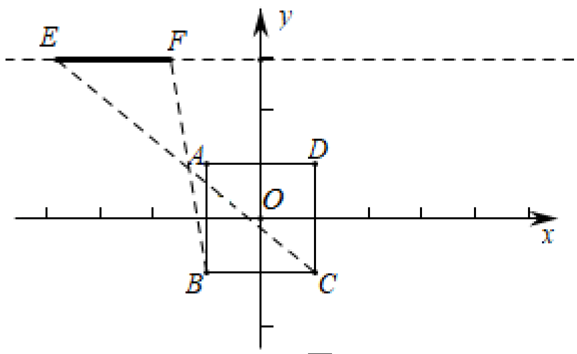


图3

若$CE=5$，则有，$(m-1)^2+4^2=5^2$，

解得，$m=-2$或 4（舍弃），

若$BF=2\sqrt{13}$时，$(m-1)^2+4^2=(2\sqrt{13})^2$，

解得，$m=-5$或 7（舍弃），

观察图象可知，满足条件的m的值为$-5<m<-2$.

综上所述，满足条件的m的值为$0<m<3$或$-5<m<-2$.

【小问 3 详解】

解：如图 4 中，

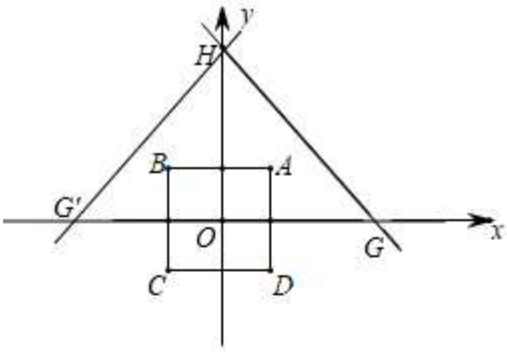


图4

$\because$ 当 d（线段 GH，正方形 $ABCD$）取最小值，

$\therefore d$（线段 GH，正方形 $ABCD$）的最小值 $=d$（点 H，正方形 $ABCD$）$=\sqrt{17}$，

$\therefore d$（点 G，正方形 $ABCD$）$\leqslant\sqrt{17}$，

当 d（点 G，正方形 $ABCD$）$=\sqrt{17}$ 时，$G(3,0)$ 或 $G'(-3,0)$，

G 代入 $y=kx+3$，得 $k=-1$，

将 G' 代入 $y=kx+3$，得 $k=1$，

观察图形可知，满足条件的 k 的值为：$k\geqslant1$ 或 $k\leqslant-1$．

【点睛】本题属于一次函数综合题，考查了一次函数的性质，勾股定理，图形 M 和 N 的“极大距离”等知识，解题的关键是理解题意，学会寻找特殊位置解决数学问题，属于中考压轴题．