



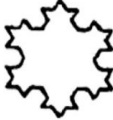



2023-2024 学年初三下学期第一次调研 数学

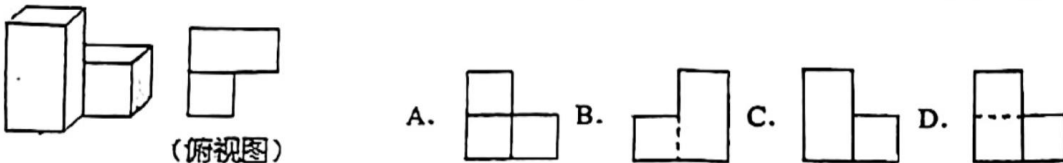
(时长: 120 分钟 分值: 100 分)

一、选择题 (本大题共 8 小题, 共 16 分)

1. 下面的图形是用数学家名字命名的, 其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是

- A.  赵爽弦图
- B.  笛卡尔心形线
- C.  科克曲线
- D.  斐波那契螺旋

2. 形状相同、大小相等的两个小木块放置于桌面, 其俯视图如下图所示, 则其主视图是



3. 如图, 如果 $AB \parallel CD \parallel EF$, 那么下列结论正确的是

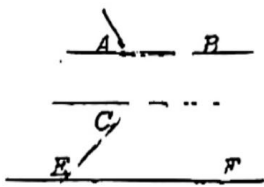
- A. $\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{CE}$ D. $\frac{BC}{BE} = \frac{AB}{EF}$ C. $\frac{CD}{EF} = \frac{AD}{AF}$ B. $\frac{AD}{CE} = \frac{BC}{EF}$

4. 平行四边形、矩形、菱形、正方形都具有的是

- A. 对角线互相平分 B. 对角线互相垂直 C. 对角线相等 D. 对角线互相垂直且相等

5. 如图, 小明在地面上放了一个平面镜, 选择合适的位置, 刚好在平面镜中看到旗杆的顶部, 此时小明与平面镜的水平距离为 2m, 旗杆底部与平面镜的水平距离为 16m. 若小明的眼睛与地面的距离为 1.6m, 则旗杆的高度为 (单位: m) ()

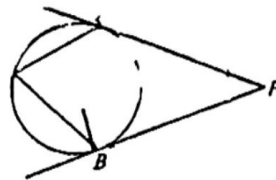
- A. 12.4 B. 12.5 C. 12.8 D. 16



第 3 题图



第 5 题图



第 7 题图

6. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图象上部分点的坐标满足下表, 则该函数图象的顶点坐标为

x	...	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	-3	-2	-3	-6	-11	...

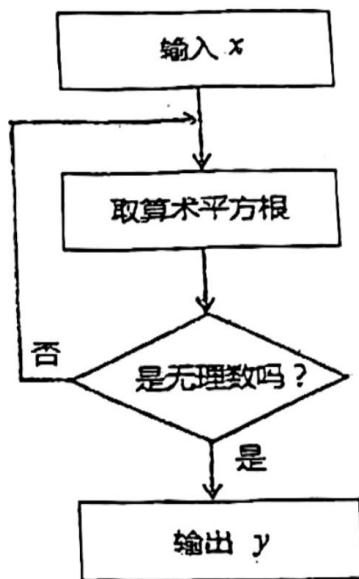
- A. (-3, -3) B. (-2, -2) C. (-1, -3) D. (0, -6)

7. 如图, PA, PB 是 $\odot O$ 的切线, A, B 是切点, 点 C 为 $\odot O$ 上一点, 若 $\angle ACB = 70^\circ$, 则 $\angle P$ 的度数为 ()

- A. 70° B. 60° C. 35° D. 40°

8. 如图是一个无理数生成器的工作流程图, 根据该流程图, 下面说法

- ①当输入值 x 为 16 时, 输出值 y 为 $\sqrt{2}$
 - ②当输出值 y 为 $\sqrt{3}$ 时, 输入值 x 为 3 或 9
 - ③存在这样的正整数 x , 输入 x 之后, 该生成器能够一直运行, 但始终不能输出 y 值.
 - ④对于任意的正无理数 y , 都存在正整数 x , 使得输入 x 后能够输出 y .
- 其中正确的是 ()

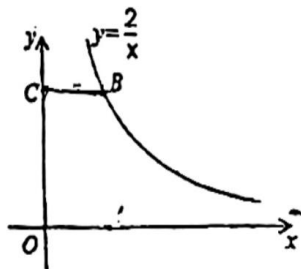


- A. ①② B. ①③ C. ①④ D. ②③

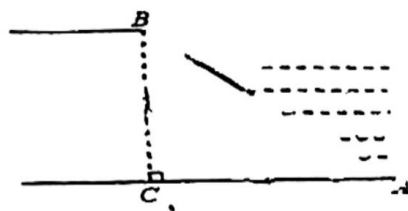
二、填空题 (本大题共 8 小题, 共 16 分)

9. 若式子 $\sqrt{x+3}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.

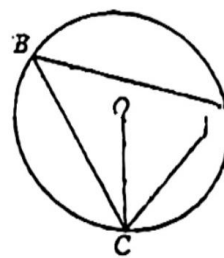
10. 如图, 点 B 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, 过点 B 分别向 x 轴、 y 轴作垂线, 垂足分别为 A 、 C , 则矩形 $OABC$ 的面积等于_____.



第 10 题图



第 11 题图



第 12 题图

11. 河堤横断面如图, 迎水坡 AB 的坡比为 $1 : \sqrt{3}$, 坡角 $\angle A =$ _____.

12. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 若 $\angle ACO = 30^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数为_____.

13. 如图 1 是一座抛物线形拱桥, 图 2 是其示意图, 桥拱与水平桥面相交于 A 、 B 两点, 桥拱最高点 C 到 AB 的距离为 9m, $AB = 36$ m, D 、 E 为桥拱底部的两点, 且 $DE \parallel AB$, 点 E 到直线

AB 的距离为 7m, 则 DE 的长为 _____ m.



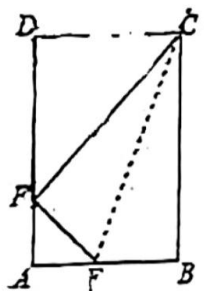
第13题图1

第13题图2

14. 在一个不透明的袋子里有 3 个黄球, 2 个白球, 1 个红球, 这些球除颜色外无其他差别, 从袋子中随机取出一个球是黄球的概率是 _____.

15. 如图, 将矩形 ABCD 沿 CE 折叠, 点 B 恰好落在边 AD 的 F 处.

如果 $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$, 那么 $\tan \angle DCF$ 的值是 _____.



第15题图

16. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 的图象如图所示, 其对称轴是直线 $x = 2$, 图象上点 A 的坐标是 (1, 2), 下面几个结论:

① $c > 0$

② $x = 1.5$ 时的 y 值大于 $x = 3.5$ 时的 y 值

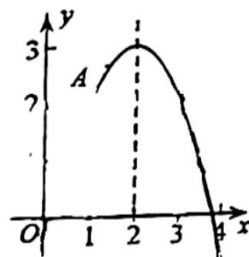
③ 方程 $ax^2 + bx + c = 1$ 的 x 值只有一个

④ $y < 2$ 时 x 的取值范围是 $x < 1$ 或者 $x > 3$

其中正确的结论有 _____ (请写出所有正确结论的序号).

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分; 第 23-26 题, 每小题 6 分; 第 27-28 题, 每小题 7 分)

17. 计算: $\sqrt{12} + (\sqrt{5} - 2)^0 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \tan 60^\circ$.



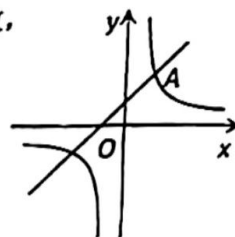
第16题图

18. 如图, 一次函数 $y_1 = x + 1$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ (k 为常数,

且 $k \neq 0$) 的图象都经过点 $A(m, 2)$.

(1) 求点 A 的坐标及反比例函数的解析式;

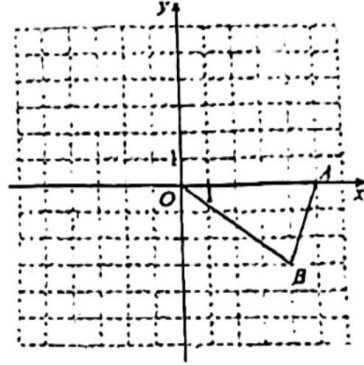
(2) 结合图象写出在第一象限内 $y_1 < y_2$ 时的 x 的取值范围.



第18题图

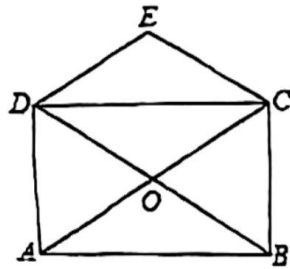
19. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle OAB$ 的顶点坐标分别为 $O(0, 0)$ ， $A(5, 0)$ ， $B(4, -3)$ ，将 $\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle OA'B'$ ，点 A 旋转后的对应点为 A' 。

- (1) 画出旋转后的图形 $\triangle OA'B'$ ，并写出点 A' 的坐标；
- (2) 求点 B 经过的路径 $\widehat{BB'}$ 的长 (结果保留 π)。



20. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， $DE \parallel AC$ ， $CE \parallel BD$ 。

- (1) 求证：四边形 $OCED$ 是菱形；
- (2) 若 $\angle DOA = 60^\circ$ ， AC 的长为 8cm ，求菱形的对角线 CD 的长。

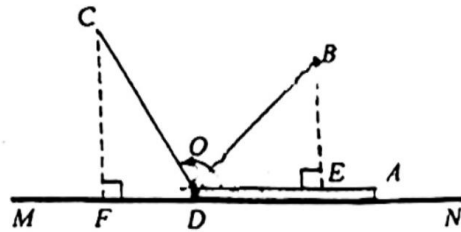


21. 如图 1 是一本厚度为 2cm 的字典，封面是硬的，翻开时不会发生弯曲。如图 2，把这本字典放在桌面 MN 上，将上面的封面 OA 打开 45° 角到 OB 位置时，点 B 到 OA 的距离 $BE = 8\sqrt{2}\text{cm}$ 。现将封面 OA 打开 120° 角到 OC 位置，请回答下列问题 (计算时不考虑封面的厚度)

- (1) 求字典的封面宽 OB ；
- (2) 求点 C 到桌面 MN 的距离 CF 。



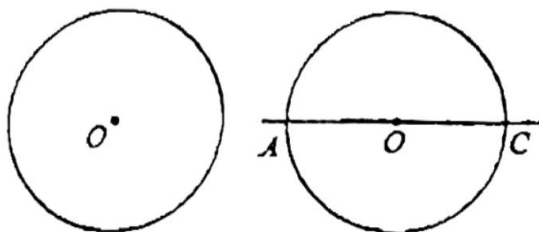
第 21 题 图 1



第 21 题 图 2

22. 下面是小东设计的“作圆的一个内接矩形, 并使其对角线的夹角为 60° ”的尺规作图过程.

已知: $\odot O$. 求作: 矩形 $ABCD$, 使得矩形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 且其对角线 AC, BD 的夹角为 60° .



作法: 如图,

- ①作 $\odot O$ 的直径 AC ;
- ②以点 A 为圆心, AO 长为半径画弧, 交直线 AC 上方的圆弧于点 B ;
- ③连接 BO 并延长交 $\odot O$ 于点 D ;
- ④连接 AB, BC, CD, DA .

所以四边形 $ABCD$ 就是所求作的矩形, 根据小东设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形 (保留作图痕迹).

(2) 完成下面的证明.

证明: \because 点 A, C 都在 $\odot O$ 上,

$\therefore OA = OC$.

同理 $OB = OD$.

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$ (_____) (填推理的依据).

\therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形.

$\because AB = \underline{\hspace{2cm}} = BO$,

$\therefore \angle AOB = 60^\circ$.

\therefore 四边形 $ABCD$ 是所求作的矩形.

23. 已知关于 x 的一元二次方程 $2x^2 + 4x + m = 0$ 有两个不相等的实数根.

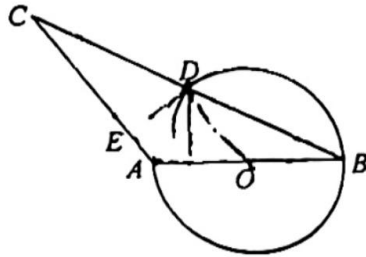
(1) 求 m 的取值范围;

(2) 若 m 为正整数, 求该方程的根.

24. 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 以 AB 为直径作 $\odot O$, 交 BC 于点 D , 过点 D 作 $DE \perp AC$, 垂足为 E .

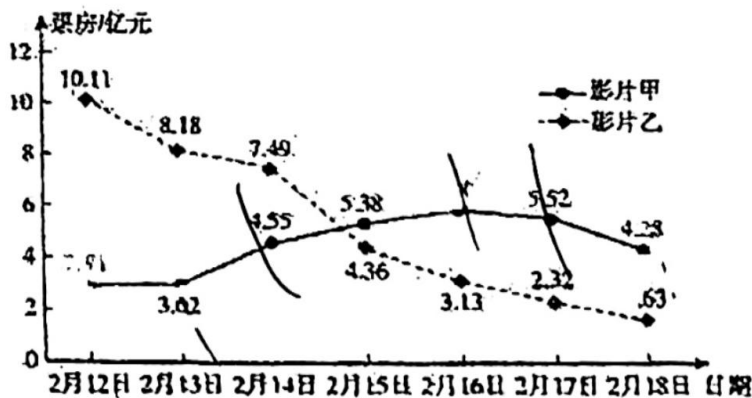
(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 如果 $\tan B = \frac{1}{2}$, $DE = 1$, 求 AB 的长.



25. 新年伊始, 中国电影行业迎来了开门红. 春节档期全国总观影人次超过 1.6 亿, 总票房超过 80 亿元. 以下是甲、乙两部春节档影片上映后的票房信息.

a. 两部影片上映第一周单日票房统计图



b. 两部影片分时段累计票房如下

上映影片	2月12日—18日累计票房(亿元)	2月19日—21日累计票房(亿元)
甲	31.56	
乙	37.22	2.95

根据以上信息, 回答下列问题:

(1) 2月12日~18日的一周时间内, 影片甲单日票房的中位数为_____;

(2) 对于甲、乙两部影片上映第一周的单日票房, 下列说法中所有正确结论的序号是_____.

①甲的单日票房逐日增加;

②甲单日票房的方差小于乙单日票房的方差;

③在第一周的单日票房统计中，甲超过乙的差值于2月17日达到最大。

(3)截止到2月21日，影片甲上映后的总票房超过了影片乙，据此估计，2月19日—21日三天内影片甲的累计票房应超过_____亿元。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx (a \neq 0)$ ，设抛物线的对称轴为 $x = t$ 。

(1) 当抛物线过点 $(-2, 0)$ 时，求 t 的值；

(2) 若点 $(-2, m)$ 和 $(1, n)$ 在抛物线上，且 $m > n$ 且 $amn > 0$ ，求 t 的取值范围。

27. 已知等边 $\triangle ABC$ ，点 D 、点 B 位于直线 AC 异侧， $\angle ADC = 30^\circ$ 。

(1) 如图1，当点 D 在 BC 的延长线上时，

①根据题意补全图形；

②下列用等式表示线段 AD ， BD ， CD 之间的数量关系：

I. $AD + CD = BD$ ； II. $AD^2 + CD^2 = BD^2$ ，其中正确的是_____ (填“I”或“II”)；

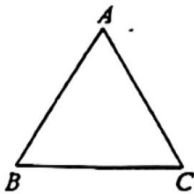


图1

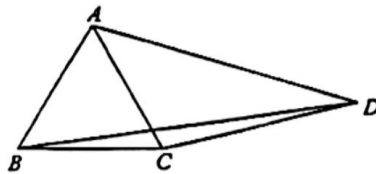


图2

(2) 如图2，当点 D 不在 BC 的延长线上时，连接 BD ，判断(1)②中线段 AD ， BD ， CD 之间的正确的数量关系是否仍然成立。若成立，请加以证明；若不成立，说明理由。

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于图形 Q 和 $\angle P$, 给出如下定义: 若图形 Q 上的所有的点都在 $\angle P$ 的内部或 $\angle P$ 的边上, 则 $\angle P$ 的最小值称为点 P 对图形 Q 的可视度. 如图 1, $\angle AOB$ 的度数为点 O 对线段 AB 的可视度.

(1) 已知点 $N(2, 0)$, 在点 $M_1(0, \frac{2}{3}\sqrt{3})$, $M_2(1, \sqrt{3})$, $M_3(2, 3)$ 中, 对线段 ON 的可视度为 60° 的点是_____.

(2) 如图 2, 已知点 $A(-2, 2)$, $B(-2, -2)$, $C(2, -2)$, $D(2, 2)$, $E(0, 4)$.

① 直接写出点 E 对四边形 $ABCD$ 的可视度为_____°;

② 已知点 $F(a, 4)$, 若点 F 对四边形 $ABCD$ 的可视度为 45° , 求 a 的值.

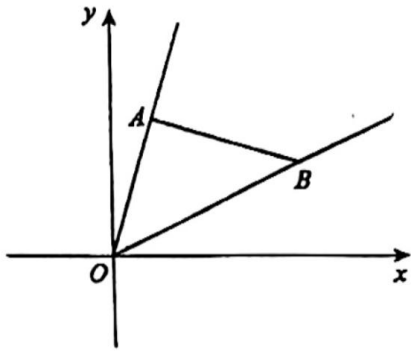


图 1

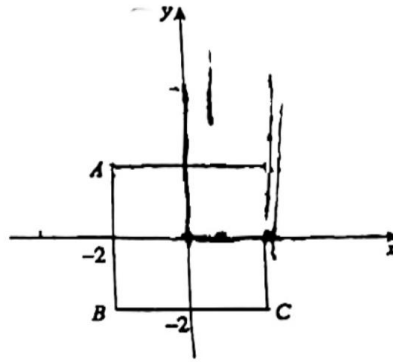


图 2