



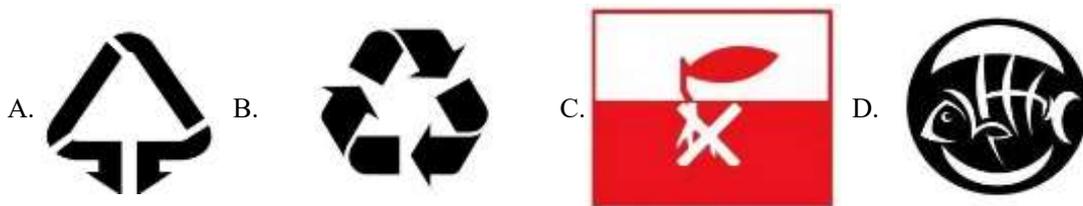
2024 北京门头沟初二（上）期末

数 学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列的垃圾分类标志中，是轴对称图形的是（ ）



2. 芝麻是世界上最古老的油料作物之一，如果一粒芝麻质量约为 0.00000201 千克，将 0.00000201 用科学记数法表示为（ ）

- A. 20.1×10^{-5} B. 2.01×10^{-6} C. 0.201×10^{-7} D. 2.01×10^{-5}

3. 若分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围是（ ）

- A. $x > 2$ B. $x < 2$ C. $x \neq 2$ D. $x = 2$

4. 下列计算正确的是（ ）

- A. $x^3 \cdot x^2 \cdot x = x^5$ B. $(x^2)^3 = x^5$ C. $\left(\frac{2x}{y}\right)^2 = \frac{4x^2}{y^2}$ D. $x^2 + x^3 = x^5$

5. 若一个多边形的内角和是 540° ，则该多边形的边数为（ ）

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

6. 下列各式从左到右变形正确的是（ ）

- A. $\frac{3x^2}{6x} = \frac{x}{2}$ B. $\frac{n}{m} = \frac{n+1}{m+1}$ C. $\frac{n}{m} - \frac{m}{n} = \frac{n-m}{mn}$ D. $\frac{n}{m} = \frac{n^2}{m^2}$

7. 袁老师在课堂上组织学生用小棍摆三角形，小棍的长度有 10cm，15cm，20cm 和 25cm 四种规格，小朦同学已经取了 10cm 和 15cm 两根木棍，那么第三根木棍不可能取（ ）



- A. 10cm B. 15cm C. 20cm D. 25cm

8. 设 a, b 是实数，定义一种新运算 $a \star b = (a - b)^2$ ，下面有四个推断：

- ① $a \star b = b \star a$ ② $(a \star b)^2 = a^2 \star b^2$
 ③ $(-a) \star b = a \star (-b)$ ④ $a \star (b + c) = a \star b + a \star c$ ，其中所有正确推断的序号是（ ）



A. ①②③④

B. ①③④

C. ①②

D. ①③

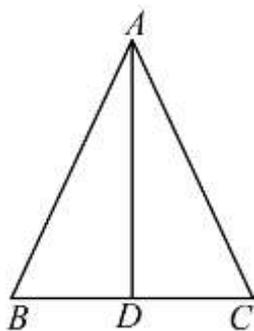
二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 如果分式 $\frac{x-2}{x}$ 的值为 0, 那么 x 的值为是_____.

10. 分解因式: $a^3 - a =$ _____.

11. 计算: $(5xy + 4y) \div y =$ _____.

12. 如图, $AB = AC$, 点 D 在 BC 上, 添加一个条件使 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, 该条件是_____.



13. 当 $x^2 - x - 3 = 0$ 时, 代数式 $(x-1)^2 + (x-1)(2x+1)$ 的值为_____.

14. 等腰三角形的两边长分别是 4 和 9, 则它的周长为_____.

15. 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(0,3)$, $B(8,3)$, 点 C 是 x 轴上的一个动点, 当 $AC + BC$ 最小时, 点 C 的坐标是_____.

16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB < AC$, $\angle BAC$ 的平分线与外角 $\angle BCD$ 的平分线相交于点 M , 作 AB 的延长线得到射线 AE , 作射线 BM , 有下面四个结论:

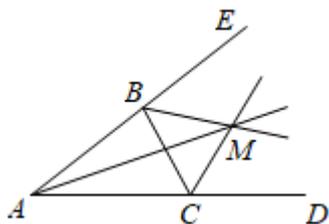
① $\angle MCD > \angle MAB$;

② $BM = CM$;

③ 射线 BM 是 $\angle EBC$ 的角平分线;

④ $\angle BMC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle BAC$.

所有正确结论的序号是_____.

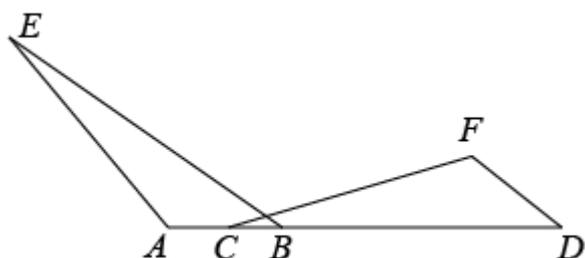


三、解答题 (本题共 68 分, 第 17~22 题每小题 5 分, 第 23~26 题每小题 6 分, 第 27~28 题每小题 7 分) 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.



17. 计算: $|-5| + 2^{-2} - (\pi - 2024)^0$.

18. 如图, 点 A, C, B, D 在同一条直线上, $BE \parallel DF$, $\angle A = \angle F$, $AB = FD$, 求证: $AE = FC$.

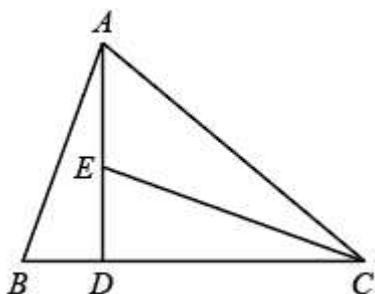


19. 计算: $a^3 \cdot a + (-3a^3)^2 \div a^2$.

20. 解分式方程: $\frac{x-1}{x} + \frac{3}{x+2} = 1$.

21. 已知 $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$, 求代数式 $\left(\frac{a^2+b^2}{a} - 2b\right) \cdot \frac{a+b}{a^2-b^2}$ 的值.

22. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的高, CE 是 $\triangle ADC$ 的角平分线. 若 $\angle BAD = \angle ECD$, $\angle B = 70^\circ$, 求 $\angle CAD$ 的度数.



23. 阅读材料, 并回答问题:

小亮在学习分式运算过程中, 计算 $\frac{6}{a^2-9} + \frac{1}{a+3}$ 解答过程如下:

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{6}{a^2-9} + \frac{1}{a+3} \\ &= \frac{6}{(a+3)(a-3)} + \frac{1}{a+3} \text{ ①} \\ &= \frac{6}{(a+3)(a-3)} + \frac{a-3}{(a+3)(a-3)} \text{ ②} \\ &= 6+a-3 \text{ ③} \\ &= a+3 \text{ ④} \end{aligned}$$

问题: (1) 上述计算过程中, 从_____步开始出现错误 (填序号);

(2) 发生错误的原因是: _____;

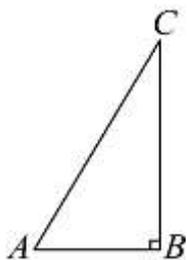
(3) 在下面的空白处, 写出正确解答过程:



24. 下面是小东设计的尺规作图过程.

已知: 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$,

求作: 点 D , 使点 D 在 BC 边上, 且到 AB 和 AC 的距离相等.



作法:

① 如图, 以点 A 为圆心, 任意长为半径画弧, 分别交 AB 、 AC 于点 M 、 N ;

② 分别以点 M 、 N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧, 两弧交于点 P ;

③ 画射线 AP , 交 BC 于点 D .

所以点 D 即为所求.

根据小东设计的尺规作图过程:

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明: 过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E , 连接 MP , NP ,

在 $\triangle AMP$ 与 $\triangle ANP$ 中,

$\because AM = AN, MP = NP, AP = AP,$

$\therefore \triangle AMP \cong \triangle ANP$ (_____),

$\therefore \angle \underline{\hspace{1cm}} = \angle \underline{\hspace{1cm}},$

$\because \angle ABC = 90^\circ,$

$\therefore DB \perp AB,$

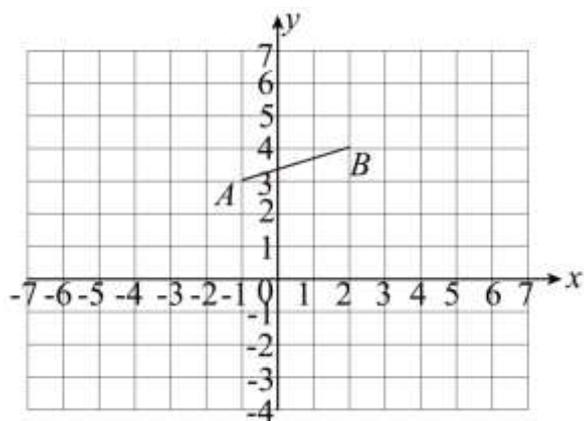
又 $\because DE \perp AC,$

$\therefore DB = DE$ (_____).

25. 列方程或方程组解应用题:

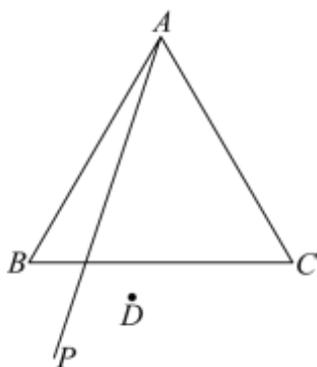
小马自驾私家车从 A 地到 B 地, 驾驶原来的燃油汽车所需油费 108 元, 驾驶新购买的纯电动车所需电费 27 元, 已知每行驶 1 千米, 原来的燃油汽车所需的油费比新购买的纯电动汽车所需的电费多 0.54 元, 求新购买的纯电动汽车每行驶 1 千米所需的电费.

26. 如图, 在平面直角坐标系中, $A(-1,3)$, $B(2,4)$, 连接 AB .



- (1) 画线段 A_1B_1 ，使得线段 A_1B_1 与线段 AB 关于 y 轴对称，写出 A_1 、 B_1 的坐标： A_1 ____， B_1 ____；
- (2) 写出一个点 C 的坐标，使 $\triangle ABC$ 成为等腰三角形， C (____， ____)；
- (3) 已知点 C 在坐标轴上，且满足 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，则所有符合条件的 C 点有 ____个。

27. 如图， $\triangle ABC$ 为等边三角形，在 $\angle BAC$ 内作射线 AP ($\angle BAP < 30^\circ$)，点 B 关于射线 AP 的对称点为点 D ，连接 AD ，作射线 CD 交 AP 于点 E ，连接 BE 。



- (1) 依题意补全图形；
- (2) 设 $\angle BAP = \alpha$ ，求 $\angle BCE$ 的大小（用含 α 的代数式表示）；
- (3) 用等式表示 EA ， EB ， EC 之间的数量关系，并证明。

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的线段 AB 及点 P ，给出如下定义：

如果点 P 满足 $PA = PB$ ，那么点 P 就是线段 AB 的“关联点”。其中，当 $0^\circ < \angle APB < 60^\circ$ 时，称 P 为线段 AB 的“远关联点”；当 $60^\circ \leq \angle APB \leq 180^\circ$ 时，称 P 为线段 AB 的“近关联点”。

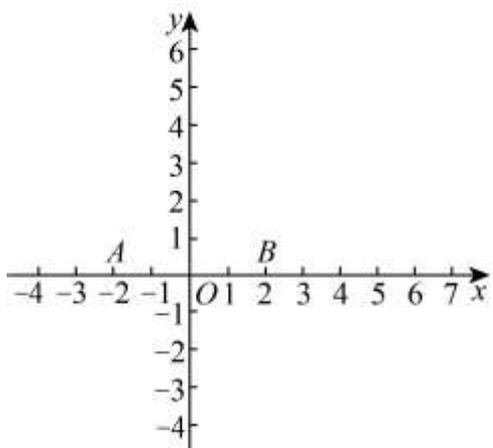


图1

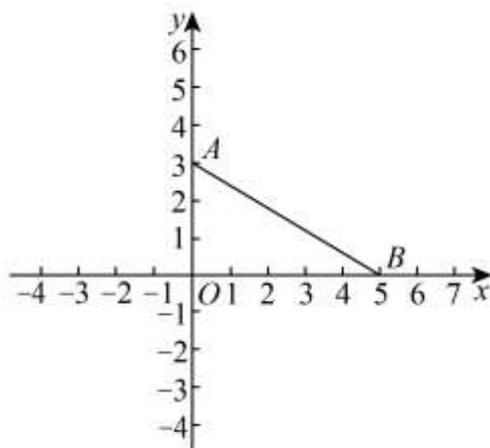


图2

(1) 如图1, 当点 A, B 坐标分别为 $(-2, 0)$ 和 $(2, 0)$ 时, 在 $P_1(-1, 3)$, $P_2(0, 2)$, $P_3(0, -1)$, $P_4(0, 4)$ 中, 线段 AB 的“近关联点”有_____.

(2) 如图2, 点 A 的坐标为 $(0, 3)$, 点 B 在 x 轴正半轴上, $\angle OAB = 60^\circ$.

①如果点 P 在 y 轴上, 且为线段 AB 的“关联点”, 那么点 P 的坐标为_____;

②如果点 P 为线段 AB 的“远关联点”, 那么点 P 的纵坐标 t 的取值范围是_____.



参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	C	C	B	A	D	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9	10	11	12	13	14	15	16
2	$a(a+1)(a-1)^{5x+4}$	$BD = CD$	9	22	$(4,0)$	$\textcircled{1}\textcircled{3}\textcircled{4}$	

（答案不唯一）

三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题每小题 5 分，第 23~26 题每小题 6 分，第 27~28 题每小题 7 分）解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17【答案】 $\frac{17}{4}$

18【答案】证明见解析.

19【答案】 $10a^4$

20【答案】 $x = 1$

21【答案】-1

22【答案】 50°

23【答案】(1) $\textcircled{3}$; (2) 分式加法法则运用错误; (3) 见解析

24【答案】(1) 补图见解析;

(2) SSS, $\angle PAM$, $\angle PAN$, 角平分线上的点到角的两边的距离相等.

25【答案】纯电动车行驶一公里所需电费为 0.18 元

26【答案】(1) 见解析, $(1,3)$; $(-2,4)$;

(2) $(3,1)$;

(3) 7

27【答案】(1) 见详解 (2) $\angle BCE = \alpha$

(3) $EA = EB + EC$, 证明见详解

28【答案】(1) P_2, P_3

(2) $\textcircled{1}(m,0)$; $\textcircled{2}t < -3$ 或 $t > 6$