



2024 北京二中初二（上）期末

数 学

考查目标

1. 知识：人教版八年级上册《三角形》、《全等三角形》、《轴对称》、《整式的乘法与因式分解》、《分式》的全部内容。
2. 能力：数学运算能力，逻辑推理能力，阅读理解能力，实际应用能力，数形结合能力，分类讨论能力。

考生须知

1. 本试卷分为第 I 卷、第 II 卷和答题卡，共 16 页；其中第 I 卷 2 页，第 II 卷 8 页，答题卡 6 页。全卷共三大题，28 道小题。
2. 本试卷满分 100 分，考试时间 120 分钟。
3. 在第 I 卷、第 II 卷指定位置和答题卡的密封线内准确填写班级、姓名、考号、座位号。
4. 考试结束，将答题卡交回。

第 I 卷（选择题 共 16 分）

一、选择题（共 16 分，每题 2 分，以下每题只有一个正确的选项）

1. 汉字是中华文明的标志，从公元前 16 世纪殷商后期的被认为是汉字的第一种形式的甲骨文到今天，产生了金文、小篆、隶书、楷书、草书、行书等多种字体，每种字体都有着各自鲜明的艺术特征。下面的小篆体字是轴对称图形的是（ ）



2. 分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \neq 2$ B. $x \neq -2$ C. $x = 2$ D. $x = -2$

3. 华夏飞天续锦章，摘星揽月入天阍。2023 年 10 月 26 日神舟十七号载人飞船在酒泉卫星发射中心圆满发射成功。此次神舟十七号载人飞船航天员空间站还将进行一系列科学实验，包括“空间蛋白质分子组装与应用研究”。其中某一蛋白质分子的直径仅 0.000000028 米，这个数用科学记数法表示为（ ）

- A. 0.28×10^{-7} B. 2.8×10^{-9} C. 2.8×10^{-8} D. 2.8×10^{-10}

4. 下列计算正确的是（ ）

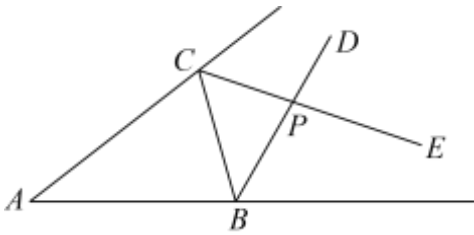
- A. $m^3 \cdot m^2 \cdot m = m^5$ B. $(m^4)^3 = m^7$ C. $(-2m)^2 = 4m^2$ D. $m^0 = 0$

5. 如果把分式 $\frac{x+y}{xy}$ 中的 x 、 y 同时扩大为原来的 2 倍，那么该分式的值（ ）



- A. 不变 B. 扩大为原来的 2 倍 C. 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ D. 缩小为原来的 $\frac{1}{4}$

6. 如图, $\triangle ABC$ 的外角的平分线 BD 与 CE 相交于点 P , 若点 P 到 AC 的距离为 3, 则点 P 到 AB 的距离为 ()

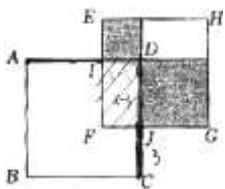


- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 若关于 x 的方程 $\frac{2}{x-2} + \frac{m}{2-x} = 2$ 的解为正数, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m < 6$ B. $m > 6$ C. $m > 6$ 且 $m \neq 10$ D. $m < 6$ 且 $m \neq 2$

8. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 x , 其中 $AI = 5$, $JC = 3$, 两个阴影部分都是正方形且面积和为 60, 则重叠部分 $FJDI$ 的面积为 ()



- A. 28 B. 29 C. 30 D. 31

第 II 卷 (非选择题 共 84 分)

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

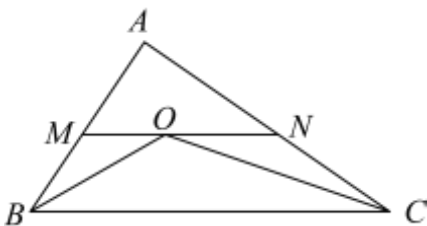
9. 若分式 $\frac{x-2}{x+3}$ 的值为 0, 则 x 的值是_____.

10. 一个多边形的每个外角都等于 60° , 则这个多边形的边数是_____.

11. 分解因式: $a^2b - 4b =$ _____.

12. 已知 $\frac{x}{y} = 3$, 则 $\frac{x^2 + xy}{y^2}$ 的值为_____.

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4$, $AC = 6$, $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线交于 O 点, 过点 O 作 BC 的平行线交 AB 于 M 点, 交 AC 于 N 点, 则 $\triangle AMN$ 的周长为_____.

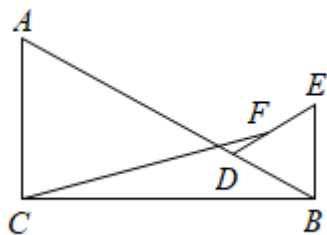


14. 若 $x - 2y - 1 = 0$, 则 $2^x \div 4^y \times 8$ 等于_____.



15. 已知 $4x^2 + kx + 9$ 可以用完全平方公式进行因式分解, 则 k 的值为_____.

16. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $AC = 6$, D 是线段 AB 上一个动点, 以 BD 为边在 $\triangle ABC$ 外作等边 $\triangle BDE$. 若 F 是 DE 的中点, 当 CF 取最小值时, $\triangle BDE$ 的周长为_____.



三、解答题 (共 68 分, 其中第 17-22 题每题 5 分, 第 23-26 题每题 6 分, 第 27-28 题每题 7 分)

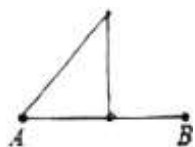
17. 计算: $|-4| - \sqrt{9} + 3^{-2} - (-2024)^0$.

18. 计算: $(x - 2y)^2 - 4x(x - y)$.

19. 解方程: $\frac{x+1}{x-1} - \frac{6}{x^2-1} = 1$

20. 先化简, 再求值: 已知 $a = 3$, 求代数式 $\frac{2a-4}{a^2-1} \div \left(1 - \frac{1}{a-1}\right)$ 的值.

21. 小刚同学在几何学习过程中有一个发现: 直角三角形中, 如果有一个锐角是 30° , 那么这个锐角所对的直角边等于斜边的一半, 下面是他的探究发现过程, 请你与他一起用尺规完成作图并补全证明过程.



(1) 尺规作图 (保留作图痕迹): 已知一条线段 AB , 作出等边 $\triangle ABC$ (点 C 在线段 AB 上方), 再作 $\angle ACB$ 的角平分线交 AB 于 D ;

(2) 补全证明过程 (写出结论依据):

由作图可知:

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle ACB = 60^\circ$,

$\because CD$ 平分 $\angle ACB$,

$\therefore CD$ 垂直平分 AB (_____), $\angle DCB = \frac{1}{2} \angle ACB = 30^\circ$,

$\therefore \angle CDB = 90^\circ$, $BD = \frac{1}{2} AB$,

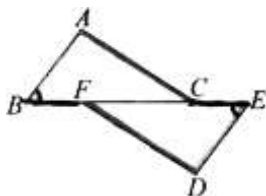
又 $\because BC = AB$,



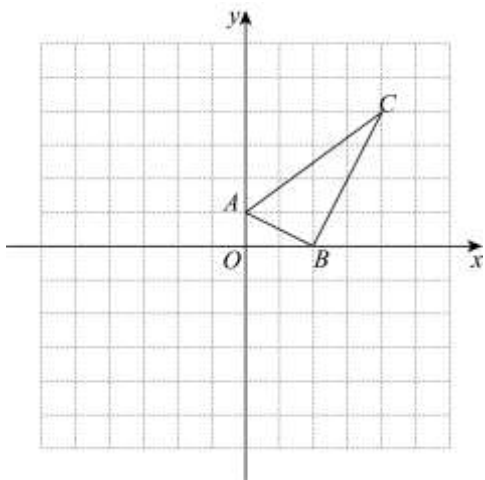
$$\therefore BD = \frac{1}{2}BC,$$

即在 $\text{Rt}\triangle DBC$ 中, $\angle BDC=90^\circ$, $\angle DCB=30^\circ$, 则 $BD = \frac{1}{2}BC$.

22. 已知: 如图, 点 B, F, C, E 在一条直线上, $AB=DE$, $AC=DF$, $BF=EC$. 求证: $AB \parallel DE$.

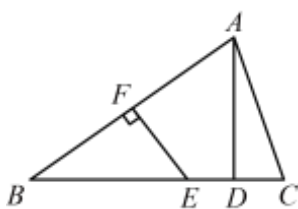


23. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的顶点 $A(0,1)$, $B(2,0)$, $C(4,4)$ 均在正方形网格的格点上.



- (1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的图形 $\triangle A_1BC_1$, 并写出顶点 C_1 的坐标;
- (2) 在 AC 边上画出点 D , 使 $\triangle ABD$ 的面积恰好是 $\triangle ABC$ 的面积的一半;
- (3) 已知 P 为 x 轴上一点, 若 $\triangle BCP$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等, 写出点 P 的坐标.

24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AB 的垂直平分线 EF 交 BC 于点 E , 交 AB 于点 F , D 为线段 CE 的中点, $BE=AC$.



- (1) 求证: $AD \perp BC$.
- (2) 若 $\angle BAC=75^\circ$, 求 $\angle B$ 的度数.

25. 列分式方程解应用题

“文房四宝”是中国独有的书法绘画工具, 即笔、墨、纸、砚, 文房四宝之名, 起源于南北朝时期, 某中学为了丰富学生的课后服务活动, 开设了书法社团, 为学生购买 A, B 两种型号“文房四宝”共 40 套, 共花费 4300 元, 其中 B 型号的“文房四宝”花费 3000 元, 已知每套 A 型号的“文房四宝”的价格比 B 型号



的“文房四宝”的价格高30%，求每套B型号“文房四宝”的价格。



(1) 某学习小组用表格的形式对本问题的信息进行了梳理，请你把表格内容补充完整：

型号	总价(元)	单价(元/套)	购买套数
A型			
B型	3000	x	$\frac{3000}{x}$

(2) 请你完整解答本题。

26. 已知繁分式的定义为：分式的分子或分母中含有分式，这样的分式叫做繁分式，例如像 $\frac{a}{\frac{b}{c+d}}$ ，

$\frac{m+n+p}{\frac{2m}{n+p}}$ 这样的分式称为繁分式。繁分式化简为最简分式的常见方法有两种：

例如化简 $\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ ，方法一：需把原式写成 $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \div \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 后化简，化简的结果为 $\frac{b-a}{b+a}$ ；方法二：繁

分式的分子分母同乘 ab 进行化简，化简的结果为 $\frac{b-a}{b+a}$ 。

请根据以上方法，回答下面的问题：

(1) 繁分式 $\frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$ 化为最简分式后的形式为_____；要使得繁分式 $\frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$ 有意义， x 的取值范围是_____；

(2) 若实数 m, n 满足 $m+n = -\frac{2t}{t^2+2}$ ， $mn = -\frac{3}{t^2+2}$ 。

① $\frac{m+n}{mn} =$ _____ (用含 t 的式子表示)；

② 求证：不论 t 取何值，分式 $\frac{2t + \frac{6}{n} - \frac{12}{m}}{-t + \frac{6}{n} - \frac{3}{m}}$ 化简后都为一个定值，并求出该定值。



27. 已知等边 $\triangle ABC$ ，点 D 为 AC 边上一点，连接 BD ，在 AC 的右侧作射线 CM ，使 $\angle ACM = \angle ABD$ ($0^\circ < \angle ACM < 60^\circ$)，延长 BD 交射线 CM 于点 E ，连接 AE ，作 $AH \perp ME$ 于点 H 。

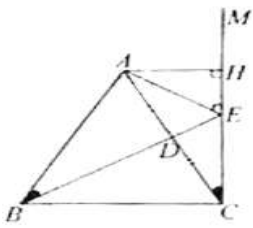


图 1

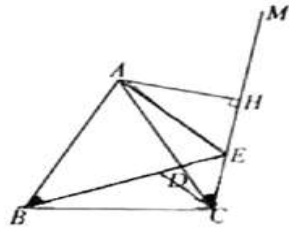


图 2

(1) 如图 1，当点 D 为 AC 中点时， $\angle AEH =$ _____ $^\circ$ ， $\frac{EH}{AE}$ 的值为 _____；

(2) 如图 2，当点 D 在 AC 上运动时。

①直接写出 $\angle BEC$ 的度数；

②用等式表示线段 BE ， CE ， EH 之间的数量关系，并证明。

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 $P(a,b)$ 和图形 W ，给出如下定义：

若图形 W 上存在点 $Q(c,d)$ ，满足 $\begin{cases} c = 2m - a \\ d = b \end{cases}$ ，则称图形 W 是点 P 的“ $\langle m \rangle$ 关联图形”。

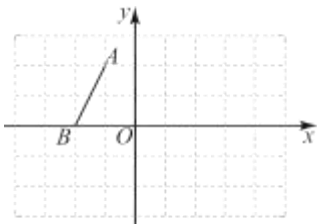


图 1

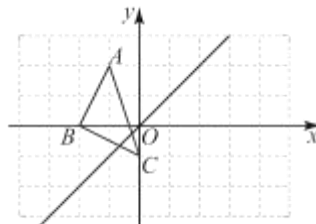


图 2

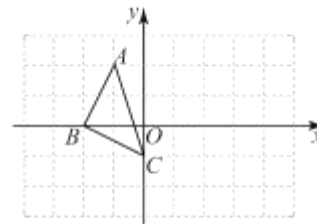


图 3

(1) 已知原点 O 是点 P 的“ $\langle -2 \rangle$ 关联图形”，则点 P 的坐标是 _____；

(2) 如图 1，已知点 $A(-1,2)$ ， $B(-2,0)$ ，当线段 AB 是点 P 的“ $\langle 1 \rangle$ 关联图形”时，在图 1 中画出所有满足条件的点 P 所形成的图形，并指出线段 AB 可以通过怎样的几何变换得到该图形；

(3) 如图 2，已知 $\triangle ABC$ 是点 P 的“ $\langle m \rangle$ 关联图形”，其中点 $A(-1,2)$ ， $B(-2,0)$ ， $C(0,-1)$ 。

①当点 P 在第一、三象限角平分线上时， m 的取值范围是 _____；

②当 $0 \leq m \leq 1$ 时，请在图 3 中画出所有满足条件的点 P 所形成的区域，并直接写出该区域的面积。



参考答案

第 I 卷 (选择题 共 16 分)

一、选择题 (共 16 分, 每题 2 分, 以下每题只有一个正确的选项)

1	2	3	4	5	6	7	8
B	A	C	C	C	C	D	A

第 II 卷 (非选择题 共 84 分)

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9	10	11	12	13	14	15	16
2	6	$b(a+2)(a-2)$	12	10	16	± 12	18

三、解答题 (共 68 分, 其中第 17-22 题每题 5 分, 第 23-26 题每题 6 分, 第 27-28 题每题 7 分)

17. 【答案】 $\frac{1}{9}$

18. 【答案】 $4-3x^2$

19. 【答案】 $x=2$

20. 【答案】 $\frac{2}{a+1}, \frac{1}{2}$

21. 【答案】 (1) 画图见解析

(2) 等腰三角形顶角平分线与底边高线、中线重合

22. 【答案】 见解析

23. 【答案】 (1) 画图见解析, $C_1(4, -4)$

(2) 画图见解析 (3) $P\left(\frac{9}{2}, 0\right)$ 或 $P\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$.

24. 【答案】 (1) 详见解析, (2) 35° .

25. 【答案】 (1) 1300; $1.3x$; $\frac{1300}{1.3x}$

(2) 每套 B 型号的“文房四宝”的价格为 100 元

26. 【答案】 (1) $\frac{x}{x-1}$; $x \neq 0$ 且 $x \neq 1$;

(2) ① $\frac{2t}{3}$; ② 2

27. 【答案】 (1) 60, $\frac{1}{2}$;

(2) ① 60° ; ② $BE = CE + 2EH$, 证明见解析



28. 【答案】(1) $(-4,0)$

(2) 图见解析，线段 AB 可以通过沿直线 $x=1$ 进行翻折得到该图形

(3) ① $-1 \leq m \leq \frac{1}{2}$ ；②图见解析，8.5