



## 平谷区 2023—2024 学年度第一学期教学质量监控试卷

## 高一数学

2024. 1

注意  
事项

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 4 页,共 150 分,考试时间为 120 分钟.
2. 试题所有答案必须书写在答题纸上,在试卷上作答无效.
3. 考试结束后,将答题纸交回,试卷按学校要求保存好.

姓名

班级

## 第 I 卷 选择题(共 40 分)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分;在每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题意,请将正确选项填涂在答题卡上.)

1. 已知集合  $A = \{2, 4, 6\}$ ,  $B = \{x | (x-2)(x-4) \leq 0\}$ , 则  $A \cap B$  等于  
A.  $\emptyset$                       B.  $\{2\}$                       C.  $\{4\}$                       D.  $\{2, 4\}$
2. 下列函数中,在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增的是 )  
A.  $f(x) = -\ln x$               B.  $f(x) = \frac{1}{2^x}$               C.  $f(x) = -\frac{1}{x}$               D.  $f(x) = x^2 - x$
3. 若  $a > b > 0$ ,  $c < d < 0$ , 则一定有  
A.  $ac < bd$                       B.  $ac > bd$                       C.  $ad < bc$                       D.  $ad > bc$
4. 设  $\alpha \in (-\pi, \pi)$ , 且  $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$ , 则  $\alpha =$   
A.  $-\frac{2\pi}{3}$  或  $\frac{2\pi}{3}$               B.  $-\frac{\pi}{3}$  或  $\frac{\pi}{3}$               C.  $-\frac{\pi}{3}$  或  $\frac{2\pi}{3}$               D.  $-\frac{2\pi}{3}$  或  $\frac{\pi}{3}$
5. 若  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ , 则  $\tan \alpha$  的值为  
A.  $\frac{3}{4}$                               B.  $-\frac{3}{4}$                               C.  $\frac{4}{3}$                               D.  $-\frac{4}{3}$
6. 如果函数  $y = 2\sin(x + \varphi)$  的一个零点是  $\frac{\pi}{3}$ , 那么  $\varphi$  可以是  
A.  $-\frac{\pi}{6}$                               B.  $\frac{\pi}{6}$                               C.  $\frac{\pi}{3}$                               D.  $-\frac{\pi}{3}$
7. 设  $a = \log_3 2$ ,  $b = 2^{0.1}$ ,  $c = \cos \frac{5}{7}\pi$ , 则  
A.  $b < a < c$                       B.  $c < a < b$                       C.  $c < b < a$                       D.  $a < c < b$



8. 函数  $y=3^{|x|}-1$  的定义域为  $[-1,2]$ , 则其值域为  
 A.  $[2,8]$                       B.  $[1,8]$                       C.  $[0,8]$                       D.  $[-1,8]$
9. “ $\sin\alpha = \cos\beta$ ”是“ $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ”的  
 A. 充分而不必要条件                      B. 必要而不充分条件  
 C. 充分必要条件                      D. 既不充分也不必要条件
10. 已知函数  $f(x) = 2^x$ ,  $g(x) = \log_2 x$ ,  $O$  为坐标原点, 若对于  $g(x)$  图象上的任意一点  $P$ , 将线段  $OP$  绕着  $O$  点逆时针方向旋转  $90^\circ$  后, 点  $P$  落在  $f(x)$  的图象上, 则实数  $a =$   
 A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{8}$                       D. 2

## 第 II 卷 非选择题(共 110 分)

二、填空题(本大题共 7 小题, 每小题 5 分, 共 35 分, 请把答案填在答题卡中相应题中横线上!)

11. 函数  $y = \sqrt{x} + \ln(1-x)$  的定义域为\_\_\_\_\_.
12. 能说明“若定义在  $\mathbb{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(0)f(2) > 0$ , 则  $f(x)$  在区间  $(0,2)$  上不存在零点”为假命题的一个函数是\_\_\_\_\_.
13. 已知函数  $y = \frac{x^2+9}{x} (x > 0)$ , 那么当  $x =$ \_\_\_\_\_ 时, 函数  $y$  取得最小值为\_\_\_\_\_.
14. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 角  $\alpha$  以  $Ox$  为始边, 终边与单位圆交于点  $(\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{6}}{3})$ ,  
 则  $\cos(\pi + \alpha) =$ \_\_\_\_\_.
15. 已知函数  $f(x) = 2 - x^2$ ,  $g(x) = x, \forall x \in \mathbb{R}$ , 用  $M(x)$  表示  $f(x), g(x)$  的最小者, 记为  $M(x) = \min\{f(x), g(x)\}$ , 那么  $M(x)$  的最大值为\_\_\_\_\_.
16. 设  $c \in \mathbb{R}$ , 函数  $f(x) = \begin{cases} x-c, & x \leq 0, \\ 2^x - 2c, & x > 0. \end{cases}$  当  $c = -1$  时,  $f(x)$  的值域是\_\_\_\_\_; 若  $f(x)$  恰有一个零点, 则  $c$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
17. 在早高峰, 某路口通过的车辆  $m$  与时间  $t$  的关系近似地符合  $m(t) = \frac{1}{\frac{1}{25}(t-6.5)^2 + \frac{1}{20}} + 10$ ,

$t \in [5,9]$ , 在早高峰这段时间内.

给出下列四个结论:

- ①通过该路口的车辆数  $m$  随着时间  $t$  逐渐增多;
- ②早上 6 时和早上 7 时通过该路口的车辆数  $m$  相等;
- ③在任意时刻, 通过路口的车辆  $m$  不会超过 35 辆;
- ④在任意时刻, 通过路口的车辆  $m$  不会低于 14 辆.

依据上述关系式, 其中所有正确结论的序号是\_\_\_\_\_.



三、解答题(本大题共6小题,共75分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.)

18. (本小题13分)

已知函数  $f(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ .

(I) 求  $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$  的值;

(II) 求函数  $f(x)$  的单调递减区间;

(III) 当  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  时, 求  $f(x)$  的最大值与最小值.

19. (本小题13分)

设集合  $A = \{x | 9 - x^2 \geq 0\}$ ,  $B = \{x | \log_2 x < 3\}$ ,  $C = \{x | x - a \leq 0, a \in \mathbf{R}\}$ .

(I) 求  $A \cup B$ ;

(II) 若  $B \cap C = \emptyset$ , 求实数  $a$  的取值范围.

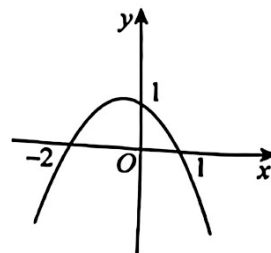
20. (本小题14分)

已知函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  如图所示.

(I) 求  $f(x)$  的解析式;

(II) 求  $f(x)$  的最大值;

(III) 将  $f(x)$  的图象向右平移2个单位长度后得到函数  $g(x)$  的图象, 直接写出不等式  $g(x) > \log_2 x$  的解集.





21. (本小题 14 分)

已知函数  $f(x) = a \cdot 2^x + b$  的图象过原点, 且  $f(1) = 1$ .

- (I) 求实数  $a, b$  的值;
- (II) 若  $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) > m$ , 写出  $m$  的最大值;
- (III) 设  $g(x) = f(x) - x$ , 直接写出  $g(x) < 0$  的解集.

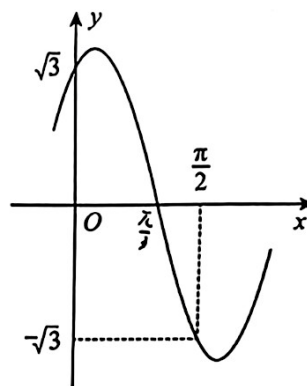
22. (本小题 14 分)

已知函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示.

- (I) 直接写出  $\omega$  的值;
- (II) 再从条件①、条件②中选择一个作为已知, 求函数  $f(x)$  的解析式;
- (III) 在 (II) 的条件下, 若函数  $f(x)$  在区间  $[0, m]$  上恰有 1 个零点, 求实数  $m$  的取值范围.

条件①: 当  $x = \frac{7\pi}{12}$  时, 函数  $y = f(x)$  取得最小值;

条件②:  $x = \frac{\pi}{3}$  为函数  $y = f(x)$  的一个零点.



23. (本小题满分 7 分)

已知集合  $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  ( $n \in \mathbf{N}, n \geq 3$ ),  $W \subseteq A$ , 若  $W$  中元素的个数为  $m$  ( $m \geq 2$ ), 且存在  $u, v \in W$  ( $u \neq v$ ), 使得  $u + v = 2^k$  ( $k \in \mathbf{N}$ ), 则称  $W$  是  $A$  的  $P(m)$  子集.

- (I) 若  $n = 5$ , 写出  $A$  的所有  $P(4)$  子集;
- (II) 若  $W$  为  $A$  的  $P(m)$  子集, 且对任意的  $s, t \in W$  ( $s \neq t$ ), 存在  $k \in \mathbf{N}$ , 使得  $s + t = 2^k$ , 求  $m$  的值.